

## DM 8 à rendre le vendredi 13/12/24

## Etude de la couronne solaire

L'essentiel du rayonnement visible du Soleil provient de sa photosphère, que l'on désignera par «surface solaire». Elle est entourée d'une fine couche appelée chromosphère, puis de la couronne, laquelle est observable en particulier lors des éclipses. La figure 1 (photographie de Luc Viatour <https://lucnix.be>) montre la couronne solaire observée en France lors de l'éclipse totale de 1999. La Lune, qui masque le Soleil, a un diamètre apparent presque identique à celui du Soleil.

La couronne est un milieu fortement variable et inhomogène. Sa structure est profondément influencée par le champ magnétique solaire. Dans tout ce problème, on ignore ces aspects et on étudie, sauf mention contraire, une « couronne moyenne », idéalisée et à symétrie sphérique.

On estime son contenu électronique (partie II).

Le rayonnement radio qui provient du Soleil nous renseigne sur des propriétés physiques des régions d'émission (partie III).

Les données numériques sont regroupées en fin d'énoncé.

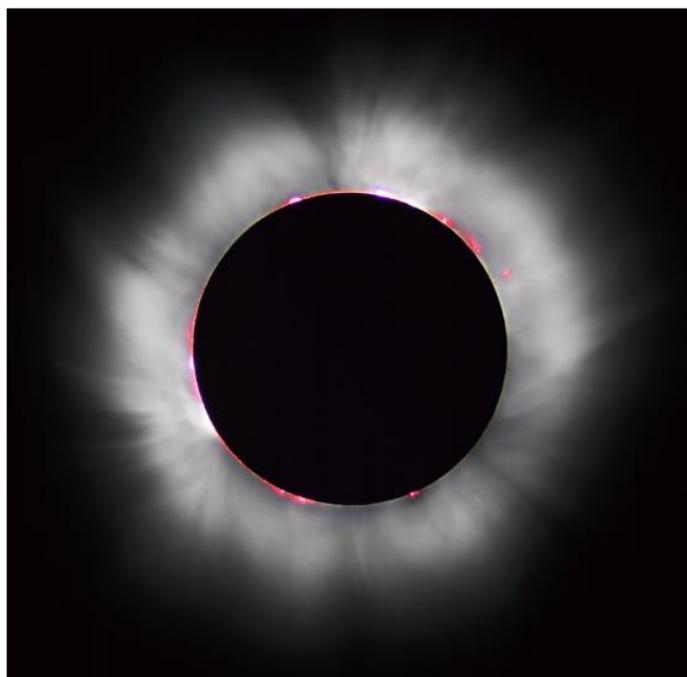


Figure 1

### III Rayonnement radio de la couronne solaire

Le Soleil émet un rayonnement radioélectrique sur un large spectre. Ce rayonnement résulte de processus thermiques et non thermiques. On s'intéresse au deuxième cas.

#### III.A – Propagation dans un plasma

On considère un plasma d'hydrogène totalement ionisé, localement neutre et dont la densité volumique d'électrons est  $n_e$ . Un électron a une masse  $m_e$  et une charge  $-e$ . Dans ce plasma, on étudie une onde électromagnétique plane harmonique de pulsation  $\omega$ .

**Q 29.** Rappeler brièvement les hypothèses et les approximations qui permettent d'établir l'expression  $\underline{\sigma}(\omega) = \frac{n_e e^2}{i m_e \omega}$  de la conductivité complexe du plasma en fonction de la pulsation.

**Q 30.** Établir la relation de dispersion dans le plasma.

*Indication : Ecrire directement les équations de Maxwell en notation complexe (c'est une méthode un peu plus rapide que la démonstration du cours)*

**Q 31.** À quelle condition une onde plane progressive harmonique peut-elle se propager dans ce milieu ? Quelle est la nature de l'onde dans le cas contraire ?

### III.B – Oscillations plasma

Le milieu n'est plus supposé localement neutre. On néglige le mouvement des protons, de densité volumique  $n_0$ . Les électrons, de densité volumique  $n_e(x, t)$ , ont une vitesse  $\vec{v}_e(x, t) = v_e(x, t)\vec{u}_x$ . Par ailleurs, le champ électrique a pour expression  $\vec{E}(x, t) = E(x, t)\vec{u}_x$ . On note  $\rho(x, t)$  la densité volumique de charge et  $\vec{j}(x, t)$  le vecteur densité de courant.

**Q 32.** Donner l'expression de  $\rho(x, t)$  en fonction de  $n_e(x, t)$ ,  $n_0$  et de la charge élémentaire  $e$ .

**Q 33.** En s'appuyant sur l'équation locale de conservation de la charge, montrer que  $\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial(n_e v_e)}{\partial x} = 0$ .

On supposera dans la suite que l'on peut retenir  $\frac{\partial(n_e v_e)}{\partial x} \approx n_0 \frac{\partial v_e}{\partial x}$ , d'où l'équation

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v_e}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.1})$$

**Q 34.** Justifier l'équation

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{(n_0 - n_e(x, t))e}{\varepsilon_0} \quad (\text{III.2})$$

**Q 35.** Écrire l'équation (III.3) permettant de décrire le mouvement d'un électron sous l'effet du champ électrique. On admettra que, dans une approximation linéaire, on peut retenir  $\frac{dv_e}{dt} \approx \frac{\partial v_e}{\partial t}$ .

On cherche des solutions des équations précédentes sous la forme d'ondes planes progressives harmoniques. On adopte des notations complexes et on pose  $\underline{n}_e(x, t) = n_0 + N \exp(i(\omega t - kx))$ ,  $\underline{v}_e(x, t) = V \exp(i(\omega t - kx))$  et  $\underline{E}(x, t) = E_0 \exp(i(\omega t - kx))$ .

**Q 36.** Montrer que la pulsation est nécessairement égale à la pulsation plasma  $\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m_e \varepsilon_0}}$ .

### III.C – Sursaut radio

**Q 37.** La relaxation des ondes précédentes s'accompagne d'un rayonnement à la même pulsation. Évaluer la fréquence correspondante si les « oscillations plasma » se produisent dans la basse couronne solaire ( $n_0 = 1 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$ ).

**Q 38.** Ce rayonnement peut-il atteindre l'atmosphère terrestre ? La traverser ?

On observe des « sursauts radio » du Soleil. Ils correspondent à des émissions transitoires sur un large spectre du domaine radio, mais dont l'intensité spectrale présente un maximum à une fréquence qui évolue au cours du temps. Ainsi, dans le cas d'un sursaut « de type III », cette fréquence dérive de 120 MHz à 75 MHz en une seconde. On attribue ce sursaut à des particules chargées qui traversent la couronne des couches les plus basses vers les plus hautes et qui excitent, sur leur passage, les ondes étudiées dans la sous-partie III.B.

**Q 39.** En considérant une densité volumique d'électrons  $n_e(r) = N_1 \exp\left(b \frac{R_s}{r}\right)$ , où  $r$  désigne la distance au centre du Soleil,  $N_1 = 4 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$  et  $b \approx 10$ , évaluer la vitesse des particules « perturbatrices ». Commenter la valeur obtenue.

## II Densité volumique d'électrons dans la couronne solaire

Lors d'une éclipse solaire (figure 1), on peut observer la couronne en lumière blanche. Près du limbe solaire, cette lumière provient du rayonnement émis à la surface solaire et diffusé par les électrons libres de la couronne.

### II.A – Intensité d'une onde plane progressive harmonique

Dans le domaine visible, la couronne est quasiment transparente et la structure d'une onde électromagnétique qui s'y propage est identique à celle dans le vide. On considère une onde plane progressive harmonique de pulsation  $\omega$  et de vecteur d'onde  $\vec{k} = k\vec{u}_z$ . Son champ électrique est noté  $\vec{E}(M, t)$ .

**Q 20.** Rappeler, sans démonstration, les propriétés du champ électromagnétique de cette onde, ainsi que la relation de dispersion.

**Q 21.** Déterminer son vecteur de Poynting en fonction de  $\varepsilon_0$ ,  $c$  et du champ électrique.

**Q 22.** En déduire l'intensité  $I$ , c'est-à-dire la puissance surfacique moyenne traversant une surface orthogonale à  $\vec{u}_z$ .

## II.B – Diffusion par les électrons de la couronne K

On considère un électron de masse  $m_e$  et de charge  $-e$  placé dans le champ électromagnétique de l'onde.

**Q 23.** À quelle condition peut-on négliger l'effet du champ magnétique de l'onde ?

**Q 24.** À quelle condition peut-on se rapporter à l'étude d'un mouvement de particule chargée dans un champ électrique uniforme et à variation temporelle harmonique ?

*Indication : Il faut surtout justifier que le champ électrique est uniforme à l'échelle du mouvement de l'électron.*

On note  $\langle P \rangle$  la puissance moyenne rayonnée par l'électron et on définit la section efficace de diffusion par  $\sigma = \langle P \rangle / I$ . On précise qu'un électron non relativiste de charge  $-e$  et d'accélération  $a$  rayonne une puissance instantanée  $P = \frac{e^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$ .

**Q 25.** Vérifier que  $\sigma$  a la dimension d'une section. Déterminer son expression, puis sa valeur numérique. Dans la suite, on retiendra  $\sigma = 6,65 \times 10^{-29}$  SI.

## II.C – Contenu électronique de la couronne

Une colonne cylindrique d'axe  $(Oz)$ , de base d'aire  $S$  et de hauteur  $h$  contient  $n_e(z)$  électrons libres par unité de volume. Chaque électron diffuse le rayonnement incident dans toutes les directions. Le rayonnement selon  $(Oz)$  a une intensité  $I(z)$  (figure 5).

**Q 26.** Montrer que l'intensité à la sortie de cette colonne en  $z = h$  a pour expression  $I(h) = \exp(-N\sigma)I(0)$  où  $N = \int_0^h n_e(z) dz$  est le contenu électronique.

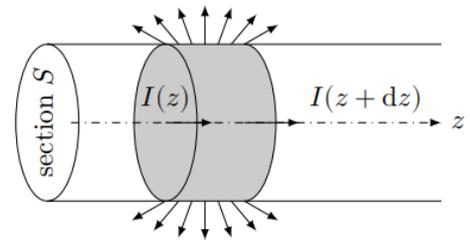


Figure 5

*Indication : Il faut faire un bilan d'énergie électromagnétique moyenne (équation intégrale de Poynting moyennée sur le temps) sur le cylindre de longueur  $dz$  pour trouver l'équation différentielle vérifiée par  $I(z)$  puis l'intégrer pour  $z$  variant de 0 à  $h$ .*

**Q 27.** En déduire, dans le cas où  $N\sigma \ll 1$ , une expression approchée de la fraction  $f$  de la puissance incidente qui est diffusée par les électrons sur l'ensemble de la colonne.

**Q 28.** La partie de la couronne solaire observable sur la figure 1, comprise entre la surface solaire et l'altitude  $0,6R_s$  par rapport à cette surface, diffuse une fraction  $f \approx 10^{-6}$  de la puissance rayonnée par le Soleil dans le domaine visible. Évaluer la densité volumique moyenne  $\bar{n}_e$  d'électrons libres.

## Données

Célérité de la lumière dans le vide	$c = 299\,792\,458 \text{ m.s}^{-1}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}$
Permittivité diélectrique du vide	$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
Rayon du Soleil	$R_s = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Charge de l'électron	$-e = -1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$