CH EM8 : Propagation d'une OEM dans un milieu ohmique – Réflexion sur un métal parfait

I. Propagation d'une OEM dans un milieu ohmique

1) Modèle de Drude et conductivité

Un métal est un milieu neutre constitué d'électrons de conduction de charge –e, de vitesse $\vec{v}_e$, de masse m et de cations fixes de charge +e. Le nombre d'électrons de conduction par unité de volume est noté n. C'est un milieu dense.
On modélise les collisions entre les électrons de conduction et les ions du réseau cristallin par une force de « frottement » du type $\vec{f} = -\frac{m_e}{\tau_c}\vec{v}_e$ où τ_c est le temps caractéristique entre deux collisions

Calcul de la conductivité :
On étudie la propagation d'une OEMPPM $\underline{\vec{E}} = \overrightarrow{E_0}e^{i(\omega t - kx)}$ dans ce milieu.
La seconde loi de Newton appliquée à un électron donne :

En régime établi $\underline{\overrightarrow{v_e}} = \overrightarrow{V_e}e^{i(\omega t - kx)}$

La densité de courant s'écrit :

On en déduit la conductivité complexe :

Le fait qu'elle soit complexe traduit

- Si ω = 0, on trouve une conductivité réelle en régime stationnaire $\gamma = \frac{ne^2\tau_c}{m}$

  AN : pour un métal γ ≈
  n ≈ nombre d'atomes par unité de volume =

  d'où τ_c =

- Si $\omega.\tau_c << 1$, pour un métal c'est aux fréquences

  alors la conductivité peut être approximée à sa partie réelle donc la loi d'Ohm locale est valable $\vec{j} = \gamma\vec{E}$ avec γ réelle, le conducteur est dit ohmique.

- Rem : Si $\omega.\tau_c >> 1$ on retrouve la conductivité imaginaire pure du plasma

Conclusion : Dans un métal la loi d'Ohm n'est valable que pour des fréquences très inférieures à 10^{13}Hz.

2) Approximations usuelles du conducteur ohmique

a) Neutralité locale

Démo : Lorsque la loi d'ohm est applicable, l'équation locale de conservation de la charge donne :

AN pour un métal :

Conclusion : Dans un métal, lorsque la loi d'Ohm est applicable, $\rho \approx 0$

b) Courant et courant de déplacement

$$\frac{\|\overrightarrow{j_D}\|}{\|\vec{j}\|} =$$

AN dans un métal, si on applique la loi d'ohm :

Conclusion : Dans un bon conducteur, on néglige le courant de déplacement devant le courant de conduction. Pour les « mauvais » conducteurs, le courant de déplacement n'est négligeable que à basses fréquences (dans l'ARQS).

3) Equation de propagation dans un bon conducteur ohmique ou dans l'ARQS

Hyp :

- Neutralité locale $\rho \approx 0$
- Bon conducteur ohmique ou dans l'ARQS (pour négliger le courant de déplacement)

<u>Equation de propagation (équation de diffusion) :</u>

Equations de Maxwell :

On prend le rotationnel de (MF) :

D'où l'équation de propagation : $\vec{\Delta}\vec{E} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Relation de dispersion :

On cherche des solutions sous la forme d'OEMPPM $\underline{\vec{E}} = \overrightarrow{E_0} e^{i(\omega t - kx)}$

$k^2 =$

$k = \mp$ avec $\delta =$

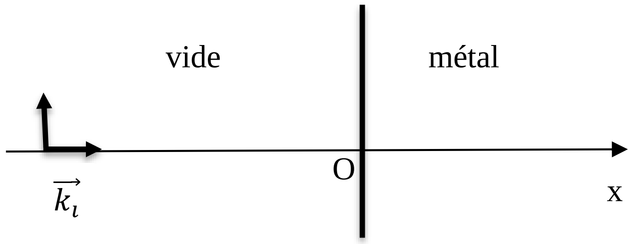
Rem : si on n'a pas négligé le courant de déplacement

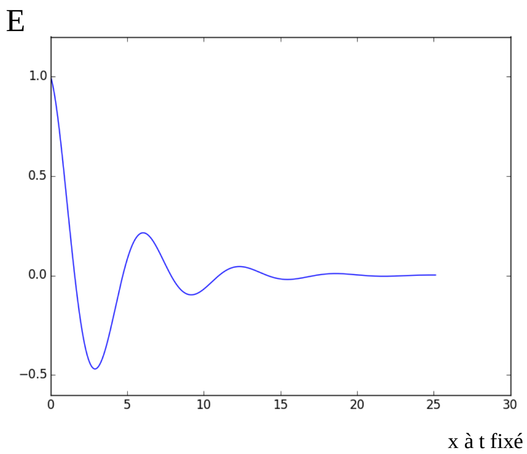
4) Forme des solutions et effet de peau

(Savoir trouver et interpréter les ondes solutions)

$\vec{E} =$

$\vec{E} =$





Effet de peau en régime rapidement variable : une OEM ne pénètre dans un métal que sur une petite épaisseur de l'ordre de δ appelée **distance caractéristique d'atténuation** de l'onde dans le métal.

CE : Établir et interpréter l'expression de la grandeur caractéristique d'atténuation de l'onde électromagnétique dans un milieu ohmique.

AN : $\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma \mu_0 \omega}}$

En régime permanent :

Dans un métal à différentes fréquences :

Illustrations pratiques :

-
-

5) Dispersion des OEM dans un conducteur *(Savoir exprimer les vitesses de phase et de groupe)*

6) Le conducteur parfait

Définition : un conducteur parfait

Propriétés pour une OEM dans un métal parfait : $\boxed{\rho = 0}$ $\boxed{\vec{E} = \vec{0}}$ $\boxed{\vec{j} = \vec{0}}$ $\boxed{\vec{B} = \vec{0}}$

Dem directe :

- La puissance cédée par le champ aux charges doit rester finie :
-
-
-

Les charges et courants sont localisés à la surface du conducteur parfait : les densités surfaciques de charges σ, et de courant $\vec{j}_s$ sont non nuls à priori.
Il n'y a aucune perte par effet Joule dans un conducteur parfait.

II. Les relations de passage

*Elles doivent être **fournies dans les problèmes de concours**, il faut savoir les exploiter.*

1) Continuité de la composante tangentielle de $\vec{E}$ et discontinuité de la composante normale de $\vec{E}$:

$\boxed{\vec{E}_1 - \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}_{2->1}}$ avec σ la densité surfacique de charges

2) Continuité de la composante normale de $\vec{B}$ et discontinuité de la composante tangentielle de $\vec{B}$:

$\boxed{\vec{B}_1 - \vec{B}_2 = \mu_0 \vec{j}_S \wedge \vec{n}_{2->1}}$ avec $\vec{j}_S$ la densité surfacique de courant

3) Application : champ à la surface d'un conducteur parfait

$$\boxed{\vec{E}_{ext}(M,t) = \frac{\sigma(M,t)}{\varepsilon_0}\vec{n}_{ext}(M)}$$

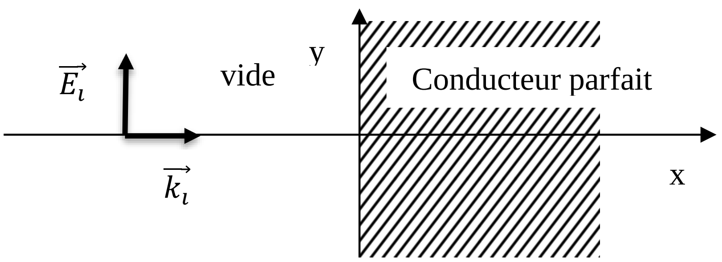
$$\boxed{\vec{B}_{ext}(M,t) = \mu_0 \vec{j}_S(M,t) \wedge \vec{n}_{ext}(M)}$$

d'où $\boxed{\vec{j}_S(M,t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{n}_{ext}(M,t) \wedge \vec{B}_{ext}(M)}$

III. Ondes stationnaires

1) Réflexion d'une OEMPPM sous incidence normale sur un plan conducteur parfait

CE : Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies.



Une OEMPPM incidente se propage dans le vide et arrive sous incidence normale à la surface d'un conducteur parfait.

Onde incidente : OPPM se propageant dans le vide suivant $\vec{u_x}$ polarisée rectilignement suivant (Oy)

$\vec{E_\iota}$ =

Onde réfléchie : Suivant les lois de Descartes, elle se propage suivant $-\vec{u_x}$.

$\vec{E_r}$=

Relation de passage pour $\vec{E}$:

Interprétation : on voit apparaitre un déphasage de π à la réflexion sur un métal. *(Faire le lien avec le cours d'optique !)*

Relations de structures :

$\underline{\vec{B_i}}$ =

$\underline{\vec{B_r}}$ =

Relation de passage pour $\vec{B}$:

D'où $\vec{J_S} =$

CE : Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface.
Interprétation :

2) Onde stationnaire

Superposition des ondes incidente et réfléchie :

Définition d'une onde stationnaire :

Une onde stationnaire est

Attention en électromagnétisme cette définition n'est pas valable en notation complexe.

CE : Reconnaître et caractériser une onde stationnaire.

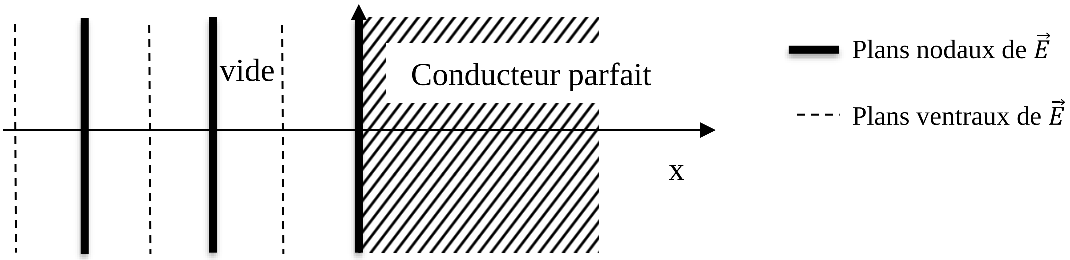
Description de l'onde stationnaire : Nœuds et ventres de vibration

- Il n'y a plus propagation, la phase est φ = ωt, elle n'est pas progressive
- Il n'y a plus de relation de structure entre le champ électrique **total** et le champ magnétique **total**
- Plans nodaux et ventraux :
  - Plans nodaux de $\vec{E}$: ce sont les plans sur lesquels $\vec{E} = \vec{0} \quad \forall t$

    En particulier le plan du conducteur est un plan nodal de $\vec{E}$.
    Ce sont aussi les plans ventraux de $\vec{B}$.

  - Plans ventraux de $\vec{E}$: ce sont les plans sur lesquels l'amplitude de $\vec{E}$ est maximale

    Ce sont aussi les plans nodaux de $\vec{B}$.



Aspects énergétiques :

Vecteur de Poynting $\vec{R} =$

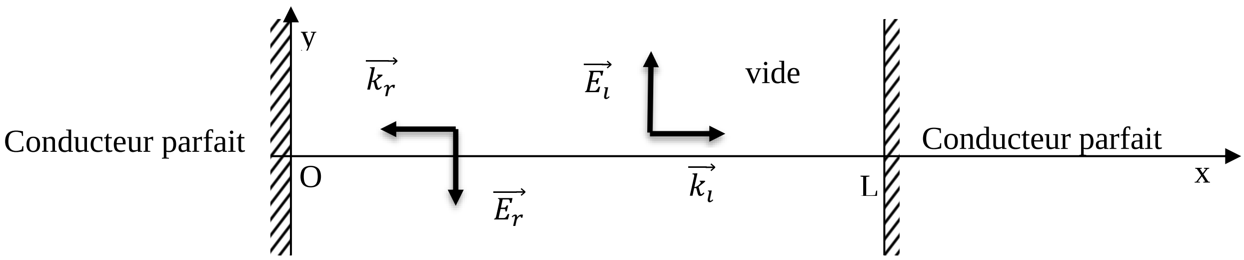
$\langle\vec{R}\rangle =$ Il n'y a pas propagation de l'énergie.

Dans les plans nodaux et ventraux $\vec{R} =$

Entre ces plans $\vec{R}.\vec{e_x}$

2) OEM dans une cavité - Modes propres

Position du problème :



Supposons qu'il s'installe une OEM stationnaire dans une cavité par réflexion sous incidence normale sur deux plans placés en x = 0 et x = L. On suppose cette onde polarisée rectilignement suivant (Oy).

Méthode de séparation des variables pour trouver directement les solutions stationnaires dans la cavité :

On cherche un champ électrique dans la cavité sous la forme d'une onde stationnaire monochromatique :
$\vec{E} =$

Ce champ se propage dans le vide donc il doit vérifier l'équation

Conditions aux limites (CAL) en x = 0 et x = L :
par les relations de passage pour $\vec{E}$ il y a continuité de $\vec{E}$ car il est tangent aux plans

D'où la solution générale $\vec{E} =$

A chaque valeur de n correspond un mode propre de la cavité.

<u>Fréquences propres de la cavité :</u> $f_n =$

(CE) Établir la condition de quantification des solutions
L'application des conditions aux limites aux extrémités de la cavité a introduit une condition de quantification des fréquences dans la cavité.

On peut retrouver rapidement ces fréquences propres

Pour le mode n il y a nœuds dans la cavité en x =