ISM MP, Mathématiques
Année 2024/2025 23/11/24

Commentaires - Devoir surveillé n°3

Le sujet est l'épreuve de 2017 de mathématiques 2 de la filière MP du concours CCINP. Les thèmes abordés sont classiques et la difficulté de l'épreuve est très raisonnable.

Remarques générales : Énormément de points perdus pour non justification de la non nullité de certaines quantités ou pour absence de mention de la continuité d'applications avant passage à la limite. L'usage de valeurs absolues ou de modules est source de difficulté pour certains et impose un approfondissement sérieux de ces outils fondamentaux.

Partie I - Un exemple de chaîne de Markov

1. OK mais justification parfois hasardeuse.

2. Cette fois, il devient impératif de citer et d'écrire les probabilités totales en mettant en valeur des probabilités conditionnelles pour gagner des points.

3. Question d'un intérêt très limité (mon conseil : ne pas y passer du temps).

4. Question difficile, il fallait écrire la formule des probabilités composées.

5. Diagonalisabilité de A bien réussie mais des erreurs fréquentes pour la détermination d'une matrice de passage alors que les calculs sont très simples.

6. OK.

7. Il faut mentionner la continuité des applications concernées lors des passages à la limite.

Partie II - Spectre d'une matrice stochastique

8. Il faut préciser qu'un vecteur est non nul pour qu'il puisse être considéré vecteur propre.

9. Il faut des modules sur les inégalités car les coordonnées de x sont dans $\mathbb{C}$.

10. Pour simplifier par $\|x\|_\infty$ et conserver le sens de l'inégalité, il faut préciser $\|x\|_\infty > 0$.

11. Question peu abordée bien que très abordable, sans doute par méconnaissance des structures vectorielles : si on dispose d'un vecteur propre, la multiplication par un scalaire non nul donne toujours un vecteur propre pour la même valeur propre.

12. Peu traitée.

13. Assez bien réussie.

14. Plutôt bien réussie par ceux qui l'ont abordée.

15. Un peu plus de succès que la question précédente. Le théorème du rang en version matricielle fait toujours référence à l'application canoniquement associé et l'espace considéré est donc $\mathbb{R}^p$ ici.

Partie III - Itérées d'une matrice stochastique

16. Assez bien réussie.

17. Requiert la réponse à la question précédente.

18. Du cours ! Certains écrivent des pages de justification, c'est complètement inutile...

19. Très peu réussie. L'utilisation de l'équivalent de Stirling était une mauvaise idée : la rédaction qui s'ensuit est très lourde et très peu sont parvenus à un équivalent correct. Il suffit d'observer :

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{n^k}{k!}$$

20. Bien réussie.

21. Assez bien réussie. Il faut mentionner la continuité de l'application concernée lors du passage à la limite.

Partie IV - Probabilité invariante par une matrice stochastique

22. Peu réussie, à reprendre pour un grand nombre. Pour évoquer une image réciproque d'ouvert ou de fermé de $\mathbb{R}$, l'ensemble de départ doit être un espace vectoriel.

23. Ici encore, il est indispensable de mentionner la continuité de l'application $\mu \mapsto \mu\mathrm{A}$ pour passer à la limite dans l'égalité $\mu_{n+1} = \mu_n\mathrm{A}$.

24, 25. Plutôt bien réussies par ceux qui les ont abordées.

26. Question peu traitée bien que très abordable.

27. Bien traitée dans quelques copies. Plusieurs arnaques sur des égalités de noyaux de matrice avec leur transposée.

28. Assez bien réussie.

Partie V - Informatique

Questions globalement très bien traitées sauf par les rares qui n'ont pas pris le temps d'aborder cette partie ce qui est vraiment maladroit compte-tenu de la facilité à prendre des points dans cette dernière partie.

29. OK pour presque tous.

30. On attend évidemment que le programme fonctionne pour des vecteurs x et y de même taille quelconque, pas spécialement pour des vecteurs de taille égale à deux ...

31, 32, 33. Très bien réussies.