ISM MP, Mathématiques
Année 2024/2025 28/11/2024

Commentaires - Devoir en temps libre n°8

Problème I

Il est impératif de mentionner que la famille est à termes positifs dès que l'on procède à une sommation (dans $[0\,;+\infty]$), à l'utilisation du théorème de sommation par paquets et à l'utilisation du critère des équivalents. Les théorèmes, quand ils portent un nom, doivent être cités.

Problème II

1. Mentionner que l'intégrande est continue par morceaux.

2. Une majorité omet de dire que les intégrales sont de même nature, donc toutes deux convergentes. Pour établir l'intégrabilité du deuxième intégrande, il faut justifier la convergence absolue de l'intégrale ce qui est immédiat par positivité de son intégrande, mais il faut le préciser.

3. Résultat très classique dont on attend une preuve !

4. OK.

5. Pour la domination, il faut utiliser l'inégalité de Bernoulli que le sujet prend soin de suggérer puis étudier la dominante en les deux bornes 0 et $+\infty$ et pas seulement $+\infty$. On pouvait aussi remarquer qu'il s'agit de l'intégrande de la question 2 dans le cas $n = 1$.

6. OK

Problème III

1. OK mais ne pas oublier le cas $p = q$.

2. Il est illicite de procéder à un changement de variables en $t = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ avec $\theta \mapsto \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ qui parcourt un chemin dans $\mathbb{C}$.

3. Assez bien réussie.

4. Bien réussie. Ne pas omettre de préciser $\left|\mathrm{P}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta})\right| = \mathrm{P}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta})\mathrm{P}(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta})$ pour θ réel car $\mathrm{P} \in \mathbb{R}[\mathrm{X}]$.

5.(a) Moyennement réussie. Beaucoup d'arnaques où les sommes de carrés apparaissent par magie, sans utilisation du résultat de la première question.

5.(b) Très peu réussie, à reprendre pour une majorité.