ISM MP, Mathématiques
Année 2024/2025 06/01/2025

Commentaires - Devoir en temps libre n°10

Problème I

1. Bien réussie. Beaucoup procèdent par récurrence forte ce qui fonctionne mais le résultat connu de l'algorithme rend cette récurrence superflue.

2. Moyennement réussie. Le caractère « de signe constant » de l'intégrande est affirmé sans preuve, sans recours au théorème des valeurs intermédiaires et sans factorisation de cet intégrande. À reprendre pour beaucoup.

3. Un peu mieux réussie mais on déplore malgré tout l'absence de justification pour des faits simples : séparation de l'intégrale, non nullité de S ou de $\mathrm{S}\pi_j$.

Problème II

1. Bien réussie. Ne pas oublier de préciser que la décomposition exhibée l'est dans $\mathrm{Im}\, p \overset{\perp}{\oplus} \mathrm{Ker}\, p$ pour conclure.

2. On pouvait considérer au choix $ta+b$ ou $a+tb$ avec $(a,b) \in \mathrm{Ker}\, p \times \mathrm{Im}\, p$. On arrive, selon les cas, à une fonction affine ou à une fonction trinôme (sous réserve que a soit non nul, cas à distinguer). Une explication est requise (et quelques dessins ne sont pas de trop) pour conclure $\langle a, b\rangle = 0$.

3. Beaucoup de simplifications abusives. Plusieurs obtiennent des inégalités du type $\lambda \langle \ldots \rangle \geqslant 0$ avec le produit scalaire $\langle \ldots \rangle \geqslant 0$ et concluent $\lambda \geqslant 0$ alors que pour isoler λ dans l'inégalité, il faut que le produit scalaire soit <u>strictement</u> positif.

Problème III

1. Très peu refont la preuve vue en cours (avec d'emblée la détermination de l'expression de $\langle \mathrm{U}, \mathrm{V}\rangle$ pour $(\mathrm{U}, \mathrm{V}) \in \mathrm{E}^2$), ce qui un brin interpelant ...

2. Peu réussie alors que la question est facile ! Il suffit d'observer la nilpotence de AM pour $\mathrm{M} \in \mathrm{Ker}\, \mathrm{T}_\mathrm{A}$ qui vient par nilpotence de A et commutation de A et M.

3. Assez bien réussie. On pouvait procéder complètement par équivalences.

4. Assez bien réussie avec quelques variantes pertinentes à la correction proposée.