

## Commentaires - Devoir en temps libre n°13

**Remarques générales :** Quand une variable aléatoire est finie, elle est clairement dans  $L^2$  et donc dans  $L^1$ . Parler de familles sommables dans une configuration aussi simple est un peu disproportionné. Par ailleurs, la linéarité de l'espérance n'a rien à voir avec l'indépendance !

### Problème I

1. OK (des rédactions parfois bien compliquées pour une quasi-évidence).
2. OK pour presque tous (la linéarité de  $\mathbb{E}$  n'a rien à voir avec l'indépendance ) .
3. Très peu réussie et dans la plupart des cas, des rédactions excessivement lourdes. À reprendre pour une majorité en s'aidant du corrigé.

### Problème II

1. Certains se trompent (c'est un peu scandaleux...).
2. OK pour presque tous mais il faut citer la stricte croissance  $u \mapsto e^{tu}$  pour  $t > 0$  pour avoir l'égalité entre événements. Avec la seule croissance, on ne peut écrire qu'une inclusion.
3. OK pour presque tous mais il faut impérativement justifier la positivité de la variable aléatoire concernée lors de l'emploi de l'inégalité de Markov.
4. Festival d'arnaques avec une augmentation « mécanique » de l'ordre des développements ! Dans le quotient de  $\frac{\text{sh}((N + 1/2)t)}{\text{sh}(t/2)}$ , on effectue un développement à l'ordre 1 du dénominateur et il faut impérativement un ordre au moins 2 pour le numérateur.
5. Une majorité de rédactions farfelues alors qu'une rédaction simple et efficace est possible. On ne compose pas les équivalents !

### Problème III

1. Pour conclure sur la loi de  $\sum_{k=1}^n Y_k$ , il faut mentionner qu'il s'agit d'une somme de variables indépendantes de même loi de Bernoulli  $\mathcal{B}(p)$ .
2. Beaucoup de rédactions incomplètes avec une omission quasi-systématique de justification pour établir  $q_{2n+1} = 0$  pour  $n$  entier. L'usage du lemme des coalitions est plus ou moins bien rédigé.
3. Des rédactions d'une opacité invraisemblable pour une question triviale.

4. Détournement du théorème de Cauchy qui s'appliquerait par magie sur des séries lacunaires.  
À reprendre pour presque tous avec l'aide du corrigé.
5. C'est un développement usuel!!!
6. Peu de bonnes choses.