

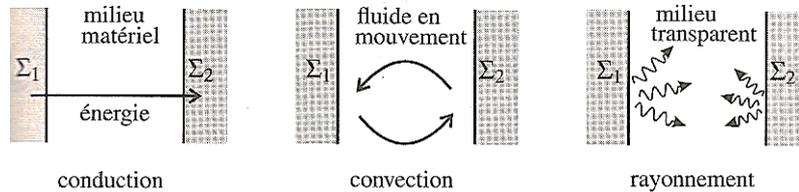
## Ch Th 2 Transferts thermiques

### I. Les trois modes de transfert thermique

Un transfert thermique a lieu entre 2 systèmes lorsque leurs températures sont différentes.

Sens : Il a lieu du système

CE : Identifier un mode de transfert thermique.



#### 1) Conduction

Définition : C'est un transfert thermique

Exemple : transfert thermique à travers un mur.

Cause macroscopique : une inhomogénéité de température

Mécanismes microscopiques :

- Dans les gaz et les liquides (de faible conductivité thermique): agitation thermique et chocs
- Dans les métaux (très bons conducteurs thermique et électrique): électrons de conduction
- Dans les solides non-métalliques (mauvais conducteurs thermique et électrique): vibrations

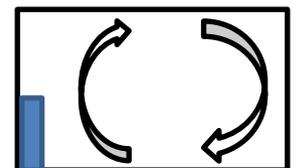
#### 2) Convection

Définition : C'est un transfert thermique

Elle a lieu dans les fluides hors équilibre. Elle est plus importante que la conduction dans les gaz car leur conductivité thermique est très faible.

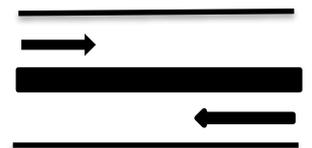
**Convection naturelle** : elle a lieu spontanément dans un fluide dans lequel il existe un gradient de température.

Exemple :



**Convection forcée** : c'est le cas où le mouvement du fluide est forcé.

Exemple : Principe des échangeurs thermiques et couplage conducto-convectif:



#### 3) Rayonnement thermique

Définition : c'est un transfert d'énergie

Le rayonnement

Cause : l'agitation thermique provoque le mouvement accéléré des charges présentes dans la matière qui, comme toute charge accélérée, rayonnent une onde électromagnétique (le plus souvent dans l'infrarouge).

Exemple : rayonnement du soleil, du corps humain et des objets dans l'IR.

La puissance émise augmente fortement avec la température du système.

**Loi de Stefan :**  $P_{th} = S\epsilon\sigma T^4$  avec S la surface du corps,  $\sigma$  la constante de Stefan et  $\epsilon$  un coefficient d'émissivité qui dépend de la nature du corps ( $\epsilon=1$  pour un corps noir)

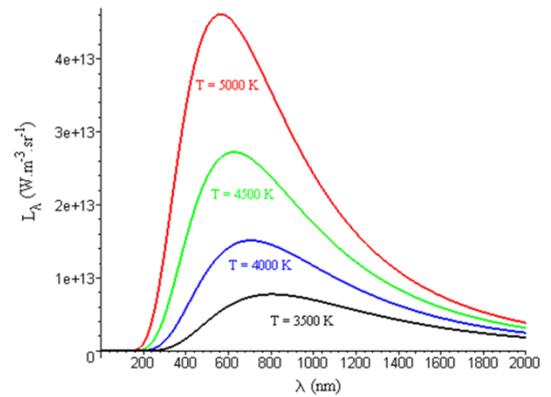
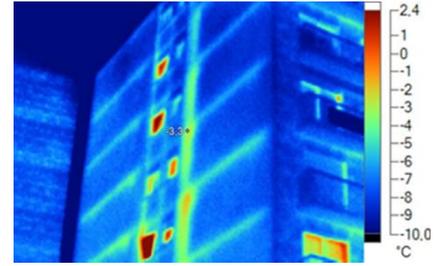
**Principe d'une caméra thermique** (et d'un thermomètre infrarouge) : on mesure le flux d'énergie électromagnétique provenant de la surface visée à l'aide d'un capteur sensible aux IR. La caméra thermique en fait une image en fausses couleurs.

CE : Mettre en œuvre un dispositif expérimental utilisant une caméra thermique ou un capteur dans le domaine des infrarouges (voir TP-cours)

**Loi de Wien :** la longueur d'onde du maximum d'émission pour une classe de corps appelée corps noir est donné par la loi  $\lambda_m T = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$

AN : Pour  $T = 298\text{K}$ ,  $\lambda_m =$

Exemple : le filament d'une lampe à incandescence rayonne dans l'Infra-Rouge lorsque la lampe est éteinte (il est gris). Lorsque la lampe est allumée, le filament est chauffé par effet Joule. Il devient alors rouge puis jaune.



Les 3 modes de transfert peuvent coexister : dans une habitation,

- transfert thermique conductif à travers les murs,
- transfert convectif à travers une fenêtre ouverte,
- transfert radiatif lorsque le rayonnement solaire entre par la fenêtre.

## II. Généralités sur les bilans thermiques

### 1) Flux thermiques

CE : Calculer un flux thermique à travers une surface orientée et interpréter son signe.

#### a) Flux thermique $\Phi$ à travers une surface S dans le sens de la normale $\vec{n}$

C'est la puissance thermique (algébrique) qui traverse S à l'instant t dans le sens de  $\vec{n}$

$$\Phi = P_{th} =$$

avec  $\delta Q$  le transfert thermique à travers la surface S entre t et t+dt dans le sens de la normale  $\vec{n}$

Unité :

#### b) Flux thermique surfacique $\varphi$

$$\varphi =$$

Unité de  $\varphi$  :

Flux thermique entrant dans le système  $\Sigma$  :

#### c) Vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{th}$ (ou densité de courant thermique)

$$d\Phi =$$

$$\varphi =$$

$$\Phi =$$

Unité de  $\vec{J}_{th}$  :

**Analogie avec le vecteur densité de courant :**

## 2) Production d'énergie

Il peut exister à l'intérieur du système un processus qui dégage ou absorbe de l'énergie.

Définitions :  $P_{prod}$  est la **puissance totale produite dans le système**  
grandeur algébrique positive si l'énergie est dégagée, négative si elle est absorbée

$P_v$  est la **puissance volumique produite**

Processus dégageant ou consommant de l'énergie :

- L'effet Joule :  $P_v =$
- Une réaction chimique exothermique ( $P_v > 0$ ) ou endothermique ( $P_v < 0$ )
- Un changement d'état
- Une réaction nucléaire

## 3) Principe des bilans thermiques (premier principe) : stockage = transfert + production

CE : Effectuer un bilan local d'énergie interne pour un solide dans le cas d'une situation à une variable d'espace en géométrie cartésienne, cylindrique ou sphérique.

Hyp : Système fermé à frontières fixes

Pas de mouvement à l'échelle macroscopique (en général système solide)

La température n'est a priori pas uniforme dans le système mais il y a équilibre thermodynamique

local

- Application du premier principe entre t et t+dt :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dU}{dt}\right)_{dU \text{ à } dT} &= \phi_{th \text{ entrant}} + P_{prod} \\ \text{Stockage} &= \text{transfert} + \text{production} \end{aligned}$$

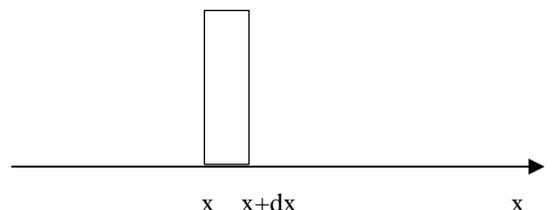
- Expression de dU :

Equilibre thermodynamique local, nécessité d'un bilan local d'énergie car  $T(M,t)$ .

On doit donc choisir un système sur lequel

Cas unidirectionnel : c'est le cas où  $T(x,t)$  en coordonnées cartésiennes

On choisit comme système :



Alors  $dU =$

Avec  $\rho$  la masse volumique et  $c_v$  la capacité thermique massique

### III. Loi de Fourier

#### 1) Loi phénoménologique de Fourier

CE : Interpréter et utiliser la loi phénoménologique de Fourier.

La conduction est due à une inhomogénéité du champ de températures  $T(M,t)$ .  
On se place dans l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local.

Les transferts thermiques s'effectuent irréversiblement des régions

**Loi phénoménologique de Fourier** : dans un milieu homogène et isotrope, dans l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local, le vecteur densité de flux thermique conductif est :

$$\vec{j}^{cd} =$$

Avec  $\lambda$

Signe :  $\lambda > 0$

Unité :

Cette loi est une approximation linéaire dans des domaines limités de température,  $\lambda$  dépend faiblement de T

Isotropie du milieu :

Analogie avec la loi d'Ohm en régime permanent :

Conduction électrique en régime permanent

Conduction thermique

#### 2) Ordre de grandeur des conductivités thermiques

CE : Citer quelques ordres de grandeur de conductivités thermiques dans les conditions usuelles : air, eau, verre, acier.

• Les métaux sont de bons conducteurs thermiques  $\lambda \approx$   
 $\lambda(\text{Cu}) = 400 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$        $\lambda(\text{acier}) = 50 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$

• Verre, bois, eau conductivités moyennes  $\lambda \approx$   
 $\lambda(\text{verre}) = 0,8 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$        $\lambda(\text{bois}) = 0,2 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$        $\lambda(\text{eau}) = 0,6 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$

• les gaz ont des conductivités thermiques très faibles :  $\lambda \approx$   
 $\lambda(\text{air}) = 3.10^{-2} \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$

Les matériaux isolants sont des composites formés d'un solide qui enferme beaucoup d'air : laine de verre, polystyrène expansé...  $\lambda \approx 0,04 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$

## IV. Equation de diffusion thermique (ou équation de la chaleur)

CE : Établir l'équation de la diffusion thermique sans terme de source au sein d'un solide dans le cas d'une situation à une variable d'espace en géométrie cartésienne, cylindrique ou sphérique. Utiliser une généralisation de l'équation de la diffusion en présence d'un terme de source.

### 1) Bilan thermique local avec ou sans terme source

Hyp :

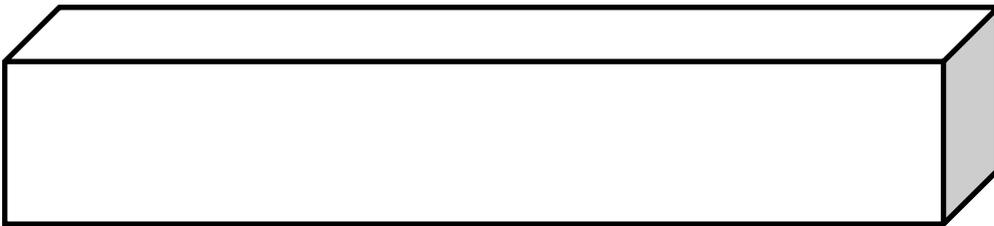
- Le seul mode de transfert thermique est la conduction
- Milieu homogène, isotrope, capacité thermique massique  $c_v$ , conductivité thermique  $\lambda$ , masse volumique  $\rho$
- Aucun mouvement macroscopique de matière (souvent milieu solide)

#### a) Cas unidirectionnel $T(x,t)$

C'est le cas où toutes les grandeurs ne dépendent que d'une seule variable cartésienne  $x$  et du temps  $t$  :

$$\begin{aligned} T(x,t) \\ \vec{J}_{cd} = \end{aligned}$$

Exemple d'une barre à parois latérales calorifugées :



Choix du système fermé qui est un élément de volume mésoscopique en équilibre thermodynamique local :

Bilan thermique entre  $t$  et  $t+dt$  : c'est l'application du premier principe

$$dU =$$

avec

$$dU =$$

$$\Phi_{entrant}^{th} =$$

Loi de Fourier :

$$\Phi_{entrant}^{th} =$$

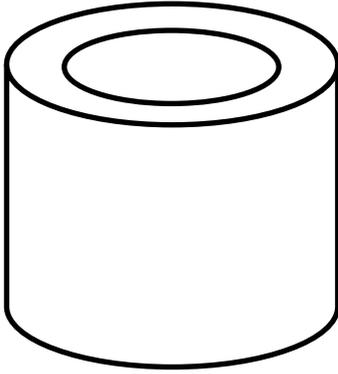
$$P_{prod} =$$

D'où l'équation :

Si  $P_v=0$ , elle s'appelle l'équation de diffusion thermique :

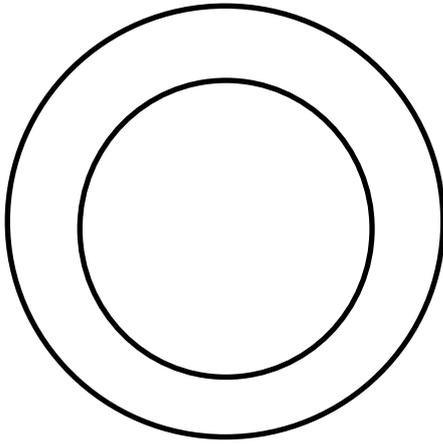
avec  $K = \frac{\lambda}{\rho c_v}$  la diffusivité thermique

b) En géométrie cylindrique  $T(r,t)$



Exemple : une canalisation cylindrique  
de rayon intérieur  $R_1$  et de rayon extérieur  $R_2$   
de hauteur  $H$  avec  $H \gg R_2$   
Contenant de l'eau de température  $T_1$   
Entourée d'air de température  $T_2$

c) En géométrie sphérique



Exemple : une sphère creuse solide  
de rayon intérieur  $R_1$  et de rayon extérieur  $R_2$

Contenant de l'eau de température  $T_1$   
Entourée d'air de température  $T_2$

#### d) Généralisation

CE : Utiliser une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur laplacien et son expression fournie.

Dans toutes les géométries :  $\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T + P_v$

Sans production d'énergie c'est l'équation de diffusion thermique (ou équation de la chaleur) :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K \Delta T \quad \text{avec } K = \frac{\lambda}{\rho c_v} \text{ la}$$

#### 2) Propriétés de l'équation de diffusion

CE : Analyser une équation de diffusion thermique en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle.

- Equation non invariante par renversement du temps (changement de t en -t)
- Longueur L et temps caractéristique  $\tau$  associés :  $\frac{L^2}{\tau} \sim K$

#### Application : régime transitoire dans une tige métallique

Calculer l'ordre de grandeur de la durée d'établissement du régime stationnaire dans une tige homogène en cuivre de longueur  $L = 1\text{m}$ , de capacité thermique massique  $c = 0,38\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , de conductivité thermique  $\lambda(\text{Cu}) = 400\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  et de masse volumique  $\rho = 8,9\cdot 10^3\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

Les parois latérales de la tige sont calorifugées.

A  $t = 0$  la température de la tige est uniforme de température  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ . A partir de  $t=0$  on impose à l'extrémité  $x = 0$  une température  $T_1 = 0^\circ\text{C}$  alors que l'extrémité  $x=L$  est maintenue à la température  $T_0$ .

### La diffusion est un phénomène

#### 3) Résolution numérique de l'équation de diffusion thermique

Capacité numérique : à l'aide d'un langage de programmation, résoudre l'équation de la diffusion thermique à une dimension par une méthode des différences finies dérivée de la méthode d'Euler explicite de résolution des équations différentielles ordinaires. (Voir TD d'info mercredi mars)

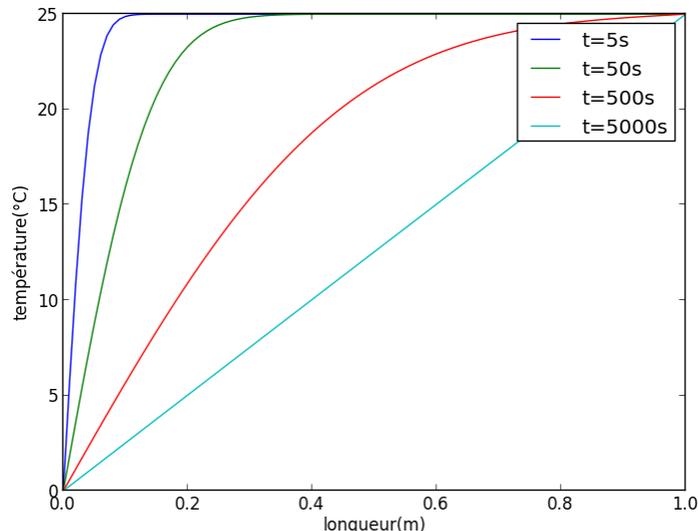
#### Régime transitoire dans une tige métallique

On étudie les transferts thermiques dans une tige homogène en cuivre de longueur  $L=1\text{m}$ , de capacité thermique  $c=0,38\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , de conductivité thermique  $\lambda(\text{Cu})=400\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  et de masse volumique  $\rho=8,9\cdot 10^3\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Les parois latérales de la tige sont calorifugées.

A  $t=0$  la température de la tige est uniforme de température  $T_0=25^\circ\text{C}$ . A partir de  $t=0$  on impose à l'extrémité  $x=0$  une température  $T_1=0^\circ\text{C}$  alors que l'extrémité  $x=L$  est maintenue à la température  $T_0$ .

Résolution python en TD d'info :

En régime stationnaire :



Le régime stationnaire est atteint pour des temps supérieurs à

4) Mesure d'une conductivité thermique Ex 1 TD Th2 avec expérience

**V. Cas stationnaire - Conductance thermique**

Hypothèses :

- Le seul mode de transfert thermique est la conduction
- Milieu homogène, isotrope, chaleur massique  $c_v$ , conductivité thermique  $\lambda$ , masse volumique  $\rho$
- Aucun mouvement macroscopique de matière
- Régime stationnaire
- Pas de production d'énergie

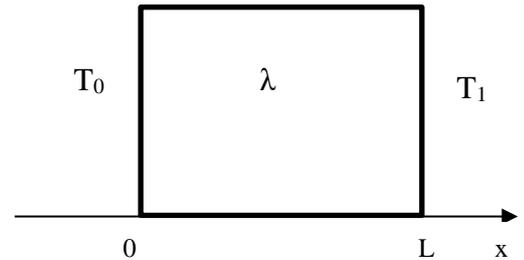
**1) Définitions et cas unidirectionnel  $T(x)$**

CE : Déterminer l'expression de la résistance thermique d'un solide dans le cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne.

L'équation de diffusion devient :

D'où  $T(x) =$

$\vec{J}_{cd} =$



Flux à travers une section S dans le sens de  $+\vec{u}_x$  :  $\Phi =$

Il ne dépend pas de  
Commentaire :

**Définition générale de la conductance thermique  $G_{th}$  :**

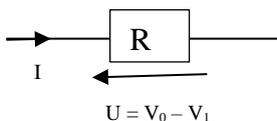
**Conductance thermique conductive dans le cas unidirectionnel  $G_{th}^{cd} =$**

**Définition générale de la résistance thermique :  $R_{th} =$**

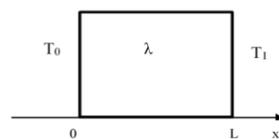
**Résistance thermique conductive dans le cas unidirectionnel :  $R_{th}^{cd} =$**

Analogie entre résistances thermiques et électriques :

Conduction électrique



Conduction thermique



CE : Définir la notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique.

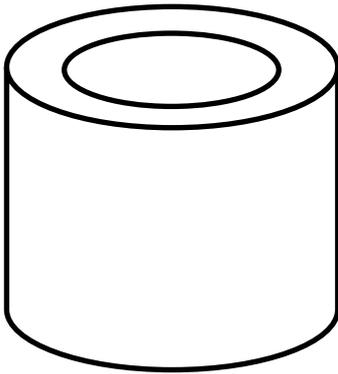
**Attention aux unités ! Unité de  $G_{th}$  :**  
Unité de  $G$  :

**Unité de  $R_{th}$  :**  
Rnité de  $R$  :

Conséquence : les règles d'association série et parallèle des conductances et résistances thermiques sont les mêmes qu'en électricité. CE : Exploiter les lois d'association de résistances thermiques.

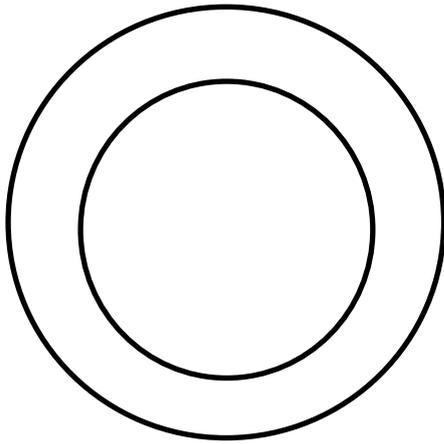
## 2) Résistances thermiques dans d'autres géométries

### a) Résistance thermique entre deux cylindres



Exemple : une canalisation cylindrique  
de rayon intérieur  $R_1$  et de rayon extérieur  $R_2$   
de hauteur  $H$   
Contenant de l'eau de température  $T_1$   
Entourée d'air de température  $T_2$

b) Résistance thermique entre deux sphères



Exemple : une sphère creuse solide  
de rayon intérieur  $R_1$  et de rayon extérieur  
 $R_2$

Contenant de l'eau de température  $T_1$   
Entourée d'air de température  $T_2$

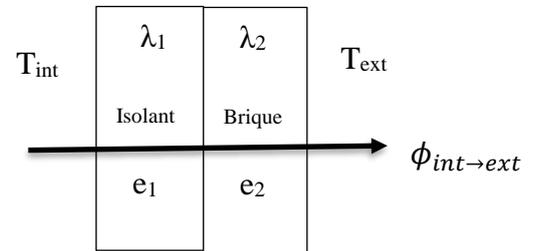
### 3) Associations de résistances thermiques

CE : Exploiter les lois d'association de résistances thermiques.

#### a) Association série

C'est le cas où

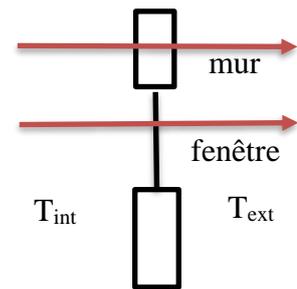
Exemple : un mur isolé



#### b) Association parallèle

C'est le cas où

Exemple : un mur et une fenêtre.



Autre exemple : rayonnement et conduction à travers une vitre.

## VI. Transfert thermique conducto-convectif à une paroi

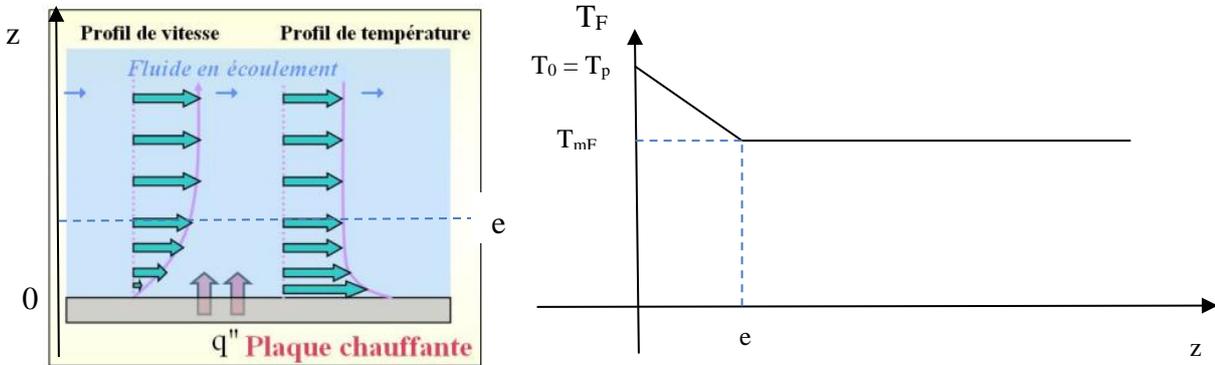
### 1) Flux conducto-convectif – Loi de Newton

#### a) Phénomène de conducto-convection

Hyp : On s'intéresse aux échanges thermiques entre une paroi solide et un fluide.

**Introduction phénoménologique :**

Le fluide est animé d'un mouvement de convection.



Tracé du profil de température (moyennée dans le temps) et de vitesse dans le fluide

La température est uniforme dans le fluide  $T_{mF}$  et la vitesse aussi sauf dans une couche limite d'épaisseur  $e$ . En effet, à cause de la viscosité, la vitesse du fluide est nulle sur la paroi. Dans la couche limite, le transfert est essentiellement conductif alors qu'il est surtout convectif dans le reste du fluide.

Expression du flux thermique surfacique dans la couche limite (il est essentiellement conductif donc on applique la loi de Fourier) :

$$\varphi =$$

**Le transfert conducto-convectif est**

Loi de Newton :  $\varphi^{cc} = h(T_p - T_{mF})$

#### b) Loi de Newton

Au contact entre une paroi solide et un fluide, le flux conducto-convectif sortant du solide est :

$$\varphi^{cc} =$$

avec  $T_p$  la température de la paroi solide

$T_{mF}$  la température moyenne du fluide

$h$  le coefficient de transfert conducto-convectif (ou coefficient de transfert thermique de surface)

Unité de  $h$  :

Ordres de grandeur :  $h \approx \frac{\lambda_F}{e}$

- **La conducto-convection est plus efficace dans les liquides :**

Car  $\lambda_{\text{liquide}} > \lambda_{\text{gaz}}$

En convection naturelle  $h_{\text{gaz}} \approx 5 \text{ à } 30 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  et  $h_{\text{eau}} \approx 10^2 \text{ à } 10^3 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

- **La conducto-convection est plus efficace en convection forcée :**

En convection naturelle  $h_{\text{eau}} \approx 10^2 \text{ à } 10^3 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

En convection forcée  $h_{\text{eau}} \approx 3.10^2 \text{ à } 10^4 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

### c) Conditions aux limites

CE : Utiliser la loi de Newton comme condition aux limites à une interface solide-fluide.

- Continuité du flux thermique total en  $z=0$  :  
S'il n'y a pas de rayonnement, à une interface solide-fluide,

- Continuité de la température dans la couche limite mais  $T_p$  est différente de  $T_{mF}$  :  
Donc on pourrait voir la conducto-convection comme une discontinuité de  $T$ .  
Lorsqu'il y a continuité de la température on parle de contact thermique parfait (pas de fluide entre les 2 solides donc pas de conducto-convection donc pas de couche limite ...).

Il y a 2 types de CAL en thermique : continuité de la température lorsque le contact thermique est parfait (par exemple contact entre 2 solides) et continuité du flux thermique (toujours).

## 2) Conductance thermique conducto-convective

### a) Définition et expression

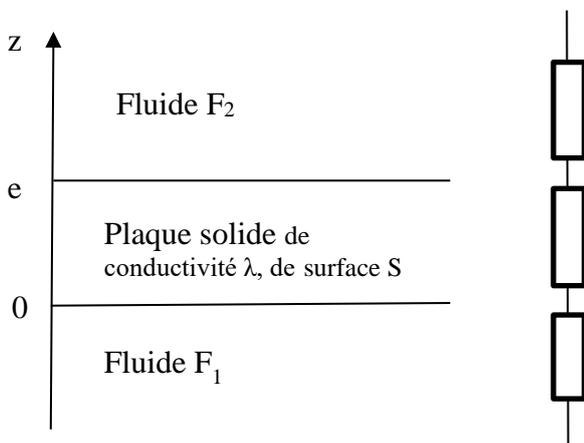
Définition de  $G$  :  $\Phi^{cc} =$

Expression:  $G_{th}^{cc} =$

Résistance  $R_{th}^{cc} =$

### b) Association de résistances thermiques

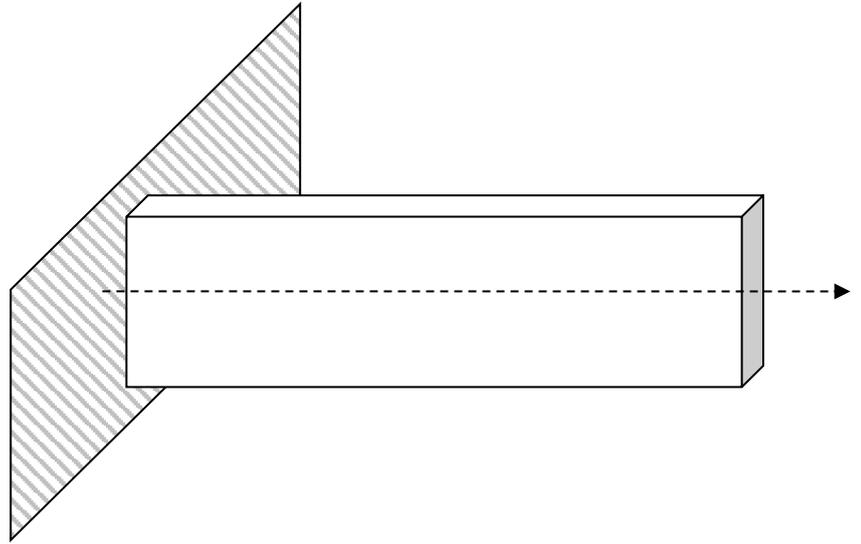
**Hypothèse :** Régime permanent et pas de production d'énergie



### 3) Exercice d'application : Ailette de refroidissement.

Pour évacuer la chaleur d'une source vers l'atmosphère, on a recours à une plaque parallélépipédique de côtés  $b$  et  $c$ , de longueur  $L$ , collée par sa face  $x = 0$  à la source de température  $T_0$ .

Cette plaque de conductivité thermique  $\lambda$  est en contact par les autres faces avec l'atmosphère de température  $T_{\text{air}}$  (uniforme et constante). On appelle  $h$  le coefficient de transfert conducto-convectif entre la plaque et l'air ambiant. On étudie le régime stationnaire. On suppose que la température de l'ailette ne dépend que de  $x$ , que  $T(0) = T_0$ .



1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $T(x)$ . On introduira une longueur caractéristique  $a$ .

2) On suppose  $L$  grand devant  $a$  de sorte qu'on puisse considérer l'ailette comme infinie et imposer  $T(L) = T_{\text{air}}$ . Etablir l'expression de  $T(x)$ .

3) Calculer le flux thermique total  $\Phi$  évacué par l'ailette en fonction des constantes du problème.

4) En l'absence d'ailette justifier que le flux serait  $\Phi' = h b c (T_0 - T_a)$ . Exprimer l'efficacité de l'ailette définie par  $\eta = \Phi / \Phi'$ . Conclure sur la forme à donner à l'ailette.

