Quelques résultats classiques

En calcul intégral :

- Sommes de Riemann sur $[\,0\,;1\,]$, application à un équivalent de $\sum_{k=1}^{n} k^{\alpha}$ avec $\alpha > 0$;
- Lebesgue-Riemann, version $\mathscr{C}^1$ (facile) et version $\mathscr{C}_{pm}$ (difficile, par densité) ;
- Intégrales de Wallis et application à l'équivalent de Stirling ;
- Calcul de $\mathrm{I}_{p,q} = \displaystyle\int_0^1 t^p(1-t)^q \,\mathrm{d}t$ avec $(p,q) \in \mathbb{N}^2$;
- Intégrales de Bertrand ;
- Intégrale de Dirichlet $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} \,\mathrm{d}t$ semi-convergente ;
- Fonction Γ d'Euler ;
- Intégrale de Gauss.

Sur les séries numériques :

- Césaro (par sommation de relations de comparaison) ;
- Constante γ d'Euler et équivalent $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \underset{n\to+\infty}{\sim} \ln n$;
- Somme $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n} = -\ln 2$;
- Séries de Bertrand ;
- Transformation d'Abel.

En convexité :

- Différentes versions de l'inégalité de Jensen (intégrale, probabiliste) ;
- Inégalité arithmético-géométrique ;
- Inégalité de Hölder-Minkowski ;
- Théorème de Carathéodory (difficile).

En calcul matriciel :

- Matrices de rang égal à 1 ;
- Lemme d'Hadamard ;
- Matrices à diagonale dominante stricte ;
- Disques de Gerschgorin.

En algèbre générale :

- Polynômes interpolateur de Lagrange ;
- Polynômes de Tchebychev ;
- Polynômes de Bernstein.

En algèbre linéaire :

- Matrices de rang égal à 1 ;
- Commutant d'un endomorphisme dans le cas cyclique ;
- Suites de noyaux itérés.

En réduction :

- Polynôme caractéristique d'une matrice compagne ;
- Diagonalisabilité d'une matrice compagne ;
- Réduction de J ;

— Diagonalisation simultanée ;
— Commutant d'un endomorphisme dans le cas diagonalisable.

En topologie :
— $\mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$ ouvert dense ;
— Compacité de $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$;
— Fermeture de $\mathscr{S}_n^+(\mathbb{R})$;
— Densité des matrices diagonalisables à valeurs propres simples ;
— Connexité par arcs de $\mathbb{C}^*$ et de $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$.

En algèbre bilinéaire :
— Caractère sous-multiplicatif de la norme euclidienne sur $\mathscr{M}_n(\mathbb{R})$;
— Matrice d'un projecteur ou d'une symétrie orthogonale dans $\mathbb{R}^n$;
— Matrices de Gram (en particulier matrice de Hilbert) ;
— Racine carrée dans $\mathscr{S}^+(\mathrm{E})$ ou $\mathscr{S}_n^+(\mathbb{R})$;
— Décomposition polaire ;
— Inégalité d'Hadamard ;
— Projection sur un convexe fermé d'un euclidien (difficile).

En probabilités :
— Technique de Tchernoff ;
— Marche aléatoire ;
— Somme de lois de Poissons indépendantes ;
— Processus composés ;
— Lemmes de Borel-Cantelli (difficile) ;

Sur les équations différentielles scalaires :
— Méthode de variation de constantes (ordre 1 et 2) ;
— Zéros isolés ;
— Entrelacement des racines.

Sur les équations différentielles vectorielles :
— Relation $\det \mathrm{e}^{\mathrm{A}} = \mathrm{e}^{\mathrm{Tr}\,\mathrm{A}}$;
— Calcul de $\exp \begin{pmatrix} 0 & -\theta \\ \theta & 0 \end{pmatrix}$ avec θ réel.

En calcul différentiel :
— Différentielle de la norme dans un espace euclidien ;
— Différentielle du déterminant ;
— Principe du maximum.

En arithmétique :
— Relation $\sum_{d|n} \varphi(d) = n$;
— Théorème de Wilson ;
— Caractérisation de $-\overline{1}$ carré dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.