

## Commentaires - Devoir en temps libre n°14

### Problème I

Bien réussi dans l'ensemble. Il est souhaitable de mentionner l'unicité du développement en série entière en précisant un intervalle, à savoir  $]-R; R[$  dans le cas présent. La détermination du rayon de convergence de la série lacunaire n'est pas toujours bien rédigée. Il faut faire preuve d'un peu de persévérance pour la résolution complète avec la méthode du wronksien ou de Lagrange.

### Problème II

1. OK.
2. Il faut détailler la transposée de l'exponentielle d'une matrice. La commutation est à mentionner avant l'emploi de la relation fondamentale de l'exponentielle.
3. OK.
4. Pas très bien réussie. Il faut utiliser la réduction d'une matrice orthogonale avec une matrice de passage orthogonale et contrôler la taille des blocs de type  $(-1)$  qui sont en nombre pair et peuvent, après avoir été rassemblés, être vus comme des successions de blocs  $R(\pi)$ .

### Problème III

1. OK pour une majorité. Certains arrivent à se tromper en oubliant la contribution homogène ou en oubliant de réinjecter les résultats de la variation des constantes.
2. Moyennement réussie car un grand nombre ne tient pas compte du fait que la fonction  $f'$  est de signe constant.
3. Moyennement réussie. Certains pensent que pour une fonction dérivable de limite finie en  $+\infty$ , la limite de sa dérivée est nulle. Même s'il est tentant de croire cela, ce résultat est faux et un contre-exemple a été fourni dans le chapitre **Séries numériques**.
4. Peu réussie. Quelques bonnes rédactions pour la phase analyse dans l'analyse/synthèse portant sur  $g$ . La synthèse avec la vérification que la forme obtenue pour  $g$  garantie bien une solution de limite finie en  $+\infty$  n'est traitée que dans deux copies.

### Problème IV

1. Comme pour le problème II, il faut détailler la transposée de l'exponentielle d'une matrice.
2. Bien réussie.

3. Assez bien réussie seulement, alors que la question a été traitée en classe. Il n'y a aucune raison d'avoir  $n$  valeurs propres distinctes pour  $e^A$  avec  $A \in \mathcal{S}_n(\mathbb{R})$  et il faut donc renuméroter les éléments du spectre de  $e^A$ .
4. Moyennement réussie. Beaucoup d'erreurs alors que le calcul est très simple après invocation du théorème spectral. À reprendre pour un grand nombre.
- 5.(a), (b) Peu abordées. Quelques bonnes rédactions.

## Problème V (bonus)

Très peu de tentatives sur ce problème.

1. Bien réussie par les rares qui s'y essaient.
- 2.(a), (b) Quasiment personne alors que ces questions sont plus simples que la première.