


Programme de colles

 Venir avec un cahier de colles : y coller les énoncés des exercices et les reprendre à l'issue de la colle.

Semaine 20 24/03/25 - 28/03/25

Programme :

Arithmétique :

- Arithmétique dans \mathbb{Z} , pgcd, relation de Bézout, théorème d'Euclide, ppcm, entiers premiers entre eux, théorème de Bézout, théorème de Gauss, nombre premier, Lemme d'Euclide, valuation, décomposition en facteurs premiers, ensemble des diviseurs positifs d'un entier, écriture des pgcd et ppcm avec les valuations ;
- Anneau $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \times)$, structure d'anneau commutatif, description de $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$, $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ est un corps si et seulement si p premier, théorème des restes chinois, isomorphisme sur les groupes des inversibles, indicatrice d'Euler, théorème d'Euler.

Questions de cours : (avec preuve)

1. Théorème de Bézout ;
2. $a \wedge bc = 1 \iff a \wedge b = a \wedge c = 1$;
3. Caractérisation de $a \wedge b = d$ avec a ou b non nul ;
4. Théorème de Gauss ;
5. Pour p premier, p -valuation d'un produit, caractérisation de la divisibilité avec les valuations et application historique à l'irrationalité de $\sqrt{2}$;
6. Formule de $a \wedge b$, $a \vee b$ avec les valuations et égalité $(a \wedge b)(a \vee b) = ab$;
7. Description de $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$;
8. Détermination de l'inverse de $\overline{14}$ dans $\mathbb{Z}/37\mathbb{Z}$;
9. $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ est un corps si et seulement si p premier ;
10. Théorème chinois ;
11. Corollaire du théorème chinois sur les inversibles ;
12. Résolution de $\begin{cases} x \equiv a \pmod{m} \\ x \equiv b \pmod{n} \end{cases}$ avec m et n entiers premiers entre eux ;
13. Formule donnant l'indicatrice d'Euler (avec les résultats intermédiaires) ;
14. Théorème d'Euler.