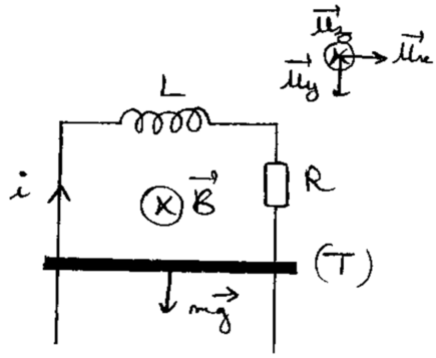
TD de révisions de l'induction

Réviser d'abord le cours de Sup !

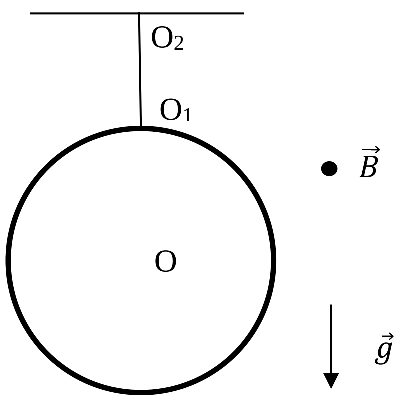
Exercice 1*♥ : Chute d'une tige horizontale dans un champ magnétique

Une tige T de longueur a et de masse m effectue un mouvement de translation le long de la verticale descendante $\overrightarrow{uy}$ en restant parallèle à l'horizontale $\overrightarrow{ux}$.
Elle ferme un circuit rectangulaire C, situé dans le plan vertical ($\overrightarrow{ux}$, $\overrightarrow{uy}$), de résistance totale R et d'inductance propre L.
Le dispositif est plongé dans un champ magnétique uniforme et permanent $\vec{B}$ = B. $\overrightarrow{uz}$.
T est abandonnée à t=0 avec une vitesse v=0, son glissement sur C s'effectue sans frottement.



1) Ecrire une équation électrique (E) liant i, di/dt et v.
2) Ecrire une équation mécanique (M) liant dv/dt à i.
3) En déduire l'équation différentielle (K) vérifiée par i.
Préciser qualitativement l'évolution de i et v. Donner les valeurs limites i_0 et v_0 atteintes au bout d'un temps grand devant le temps de relaxation τ à préciser.
4) Bilan énergétique : en combinant (E) et (M) écrire une équation différentielle (P) dont les termes sont homogènes à des puissances. Donner la signification physique des termes de (P).

Exercice 2** : Freinage d'une spire par induction



On suspend une spire de centre O, de rayon a à un fil O_1O_2.
La masse de la spire est m, son moment d'inertie par rapport à O_1O_2 est J, sa résistance est R et on néglige son coefficient d'auto-inductance.
On impose un champ magnétique uniforme, horizontal et stationnaire.
On lance la spire avec les conditions initiales $\theta(0)$ = 0, $\dot{\theta}(0) = \omega_o$,
θ étant l'angle entre le champ magnétique et la normale à la spire.

1) Etablir l'équation différentielle du mouvement.
2) Pour quel angle θ_f la spire s'arrête-t-elle?
On donne $\int_0^{\theta_f} sin^2\theta d\theta = \frac{1}{2}\left(\theta_f - \frac{\sin(2\theta_f)}{2}\right)$.
3) Calculer l'énergie totale dissipée par effet Joule dans la spire. Conclure.

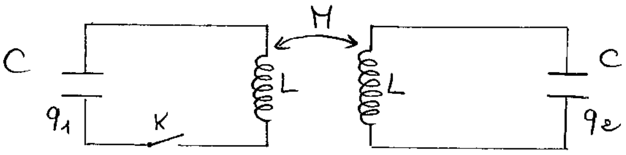
Exercice 3*** : Chauffage par induction (en partie déjà traité dans ex 4 TD Equations de Maxwell)

Un solénoïde long, d'axe Oz contient n spires par unité de longueur parcourues par un courant I(t) = I_0 cos(ωt) et crée un champ magnétique $\overrightarrow{B(t)}$ = B_0 cos(ω t) $\vec{e}_Z$ avec $B_0 = \mu_0$ n I_0.

1) Justifier l'existence d'un champ électrique. On cherche un champ orthoradial $\overrightarrow{E(M,t)}$ = E(r,t) $\overrightarrow{e_\theta}$ Justifier cette orientation et ce type de formule. Exploiter la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Faraday pour trouver la fonction E(r, t).
2) Un cylindre conducteur cylindrique d'axe Oz, de hauteur H, de rayon R et de conductivité électrique σ est placé dans ce champ électromagnétique. Calculer la puissance moyenne développée par l'effet Joule. Plusieurs approches équivalentes sont possibles.
3) On admet que ce conducteur est suffisamment conducteur thermique pour que sa température T soit uniforme et qu'il évacue par sa surface une puissance surfacique h (T – T_0) où h est une constante et T_0 la température ambiante. A partir de quelle pulsation, le métal (de température de fusion T_F) peut-il fondre ?

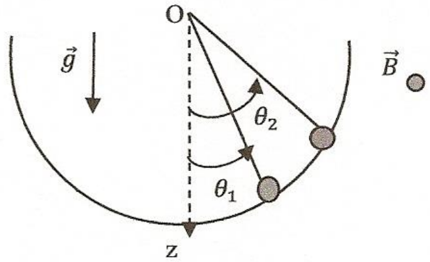
Exercice 4 : Couplage par inductance mutuelle**

Deux circuits identiques dont on néglige les résistances sont couplés par inductance mutuelle.
Pour $t<0$, K est ouvert, $q_1=Q_0$, $dq_1/dt=dq_2/dt=0$.
On ferme l'interrupteur à l'instant $t=0$.
Déterminer q_1 et q_2 en fonction du temps pour $t\geq 0$.



Exercice 5*** : Pendules couplés par induction

On considère deux pendules P_1 et P_2 identiques, de masse m, attachés en O, évoluant dans le même plan. Pour chacun d'eux, les tiges sont de masse négligeable, de longueur a. Les deux pendules sont en contact, sans aucun frottement, avec un contour circulaire. Ils évoluent de part et d'autre du contour de telle sorte qu'ils ne peuvent jamais se rencontrer. Les pendules et le contour sont conducteurs mais seules les tiges ont une résistance R. Le système est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ stationnaire, perpendiculaire au plan des oscillations.
P_1 est initialement dans sa position d'équilibre (mais libre d'osciller).
On écarte P_2 de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_2(t = 0) = \theta_{20}$ et on le lâche sans vitesse initiale.
Déterminer les équations du mouvement des pendules.



A réviser dans les TD précédents :

Ex TD Magnétostatique à réviser : Inductances propre et mutuelle d'un tore et d'un fil

Ex TD Dipôles électriques et magnétiques à réviser : Moteur synchrone

Réponses :

Ex 1 : 1) $L\frac{di}{dt} + Ri + vBa = 0$ *(E)*
2) $m\frac{dv}{dt} = mg + iaB$ *(M)*
3) $\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{B^2a^2}{mL}i = -\frac{Bag}{L}$
4) $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mi^2\right) + \frac{d}{dt}(-mgy) + Ri^2 = 0$ *(P) significations…*

Ex 2 : 1)) $J\ddot{\theta} + \frac{\pi^2a^4B^2}{R}\dot{\theta}sin^2\theta = 0$ *d'où* $J\dot{\theta} + \frac{\pi^2a^4B^2}{2R}\left(\theta - \frac{\sin(2\theta)}{2}\right) = J\omega_0$
2) *La spire l'arrête pour* θ_f *tel que* $\frac{\pi^2a^4B^2}{2R}\left(\theta_f - \frac{\sin(2\theta_f)}{2}\right) = J\omega_0$
3) $W_J = \ldots = \frac{1}{2}J\omega_0^2$

Ex 3 : 1) $E(r,t) = \frac{1}{2}\omega B_0 r sin(\omega t)$
2) $P_J = \frac{\pi}{16}\sigma\omega^2B_0^2R^4H$
3) *Fusion si* $\omega \geq \sqrt{\frac{32h(T_F-T_0)}{\sigma B_0^2R^3}}$

Ex 4 : $q_1(t) = \frac{Q_0}{2}[\cos(\omega_1t) + cos(\omega_2t)]$ *et* $q_2(t) = \frac{Q_0}{2}[\cos(\omega_1t) - cos(\omega_2t)]$

Ex 5 : $ma^2\ddot{\theta}_1 + \frac{a^4B^2}{8R}\left(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2\right) + amgsin(\theta_1) = 0$
$ma^2\ddot{\theta}_2 + \frac{a^4B^2}{8R}\left(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1\right) + amgsin(\theta_2) = 0$