Commentaires - Devoir en temps libre n°15

Problème I

Il faut mentionner l'ouverture de U pour justifier que l'on peut y pratiquer du calcul différentiel. La fonction $f : \mathrm{U} \to \mathrm{E}$ n'est pas rationnelle puisqu'elle n'est pas à valeurs dans $\mathbb{R}$. En revanche, elle est à coordonnées rationnelles bien définies sur U ce qui justifie son caractère $\mathscr{C}^\infty$ sur U.

Si on considère $f(x+h)$ avec $x \in \mathrm{U}$ et $h \to 0_{\mathrm{E}}$, il faut justifier, lors du calcul du développement limité, la relation $\mathrm{o}(\langle x, h\rangle) = \mathrm{o}(h)$ qui résulte de l'inégalité de Cauchy-Schwarz $|\langle x, h\rangle| \leqslant \|x\|\|h\|$.

Enfin, l'isométrie g qui apparaît dans le calcul mérite une description précise puisqu'il s'agit de la symétrie orthogonale par rapport à $\mathrm{Vect}\,(x)^\perp$.

Problème II

1. Le sens direct a été bien réussi, le sens indirect beaucoup moins. Pour le sens direct, très peu pensent à justifier la continuité de $u \in \mathrm{E} \mapsto \langle u, v\rangle$ avec $v \in \mathrm{E}$, application linéaire en dimension finie.

2. OK.

3.(a) Assez bien réussie seulement alors que la question avait été traitée en classe quasiment à l'identique.

3.(b) Bien traitée.

3.(c) Ne pas oublier de mentionner l'ouverture de E pour évoquer la notion de point critique. Enfin, l'application f n'est pas supposé linéaire donc résoudre $f(x) = 0$ pour l'injectivité de f n'a pas de sens.

Problème III

1. Très peu de mention de l'ouverture de $\mathbb{R}^2$.

2. Réussite très partielle. L'étude locale en $\left(-\dfrac{4}{3}, -\dfrac{4}{3}\right)$ doit être complétée par une étude globale. Pour l'étude en $(0,0)$, une direction d'étude locale est proposée dans l'énoncé et il faut donc la tester ! Un autre choix de direction permet de conclure que le point $(0,0)$ n'est pas un extremum local.

3. OK.

4. Tout juste amorcée dans quelques copies. Question très technique, à reprendre à tête reposée.