

DEVOIR SUR TABLE 3 - CCS

2024

DS 1

v1.1 

Institution Sainte Marie - 2 Rue de l'Abbaye - 92160 Antony

1 Mise en situation et problématique

1.1 Présentation générale

1.2 Contexte de l'étude

1.3 Génération de la consigne de mouvement du genou pour le protocole de la rééducation des ligaments croisés

— Objectif —

Montrer que les informations de réglage fournies par le thérapeute ou le patient sont suffisantes pour établir une loi de consigne angulaire du genou conforme au protocole de la rééducation des ligaments croisés.

Question 1 * Montrer que les informations de réglage fournies par le thérapeute ou le patient permettent d'établir une loi de consigne angulaire $\omega_{gc}(t)$ conforme au protocole de la rééducation des ligaments croisés. Pour cela, exprimer les durées T et t_1 en fonction des quatre entrées du générateur de consigne angulaire du genou.

On donne θ_i , θ_f , ω_0 et $\ddot{\theta}_{gmc} = \text{constante}$.

- Lors de la phase d'accélération (constante), on a :

$$\ddot{\theta}_{gmc} = \frac{\omega_0}{t_1} \text{ donc } t_1 = \frac{\omega_0}{\ddot{\theta}_{gmc}}$$

- Une flexion complète de durée T produit un déplacement angulaire :

$$\theta_f - \theta_i = \int_0^T \omega_g(t) dt$$

Cette intégrale peut être interprétée comme « l'aire sous la courbe » de vitesse, ce qui donne l'aire d'un trapèze de hauteur ω_0 , de grande base T et de petite base $T - 2t_1$ d'où :

$$\theta_f - \theta_i = (T - t_1)\omega_0 \text{ donc } T = \frac{\theta_f - \theta_i}{\omega_0} + t_1$$

$$\text{soit } T = \frac{\theta_f - \theta_i}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\ddot{\theta}_{gmc}}$$

On peut bien déterminer tous les paramètres de la loi de mouvement à partir des quatre données.

1.4 Vérification de la configuration standard de la carte de commande de l'arthromoteur automatisé

Objectif

Vérifier que la configuration standard de la carte de commande de l'arthromoteur automatisé est capable de suivre la consigne $\theta_{gc}(t)$ pour que le mouvement angulaire du genou $\theta_g(t)$ soit conforme aux exigences de la rééducation.

Question 2 * En analysant les écarts avec les exigences 1.2.1 et 1.2.3, expliquer en quoi le réglage par défaut de la carte de commande de l'arthromoteur automatisé n'est pas acceptable. Argumenter avec des comparaisons quantifiées.

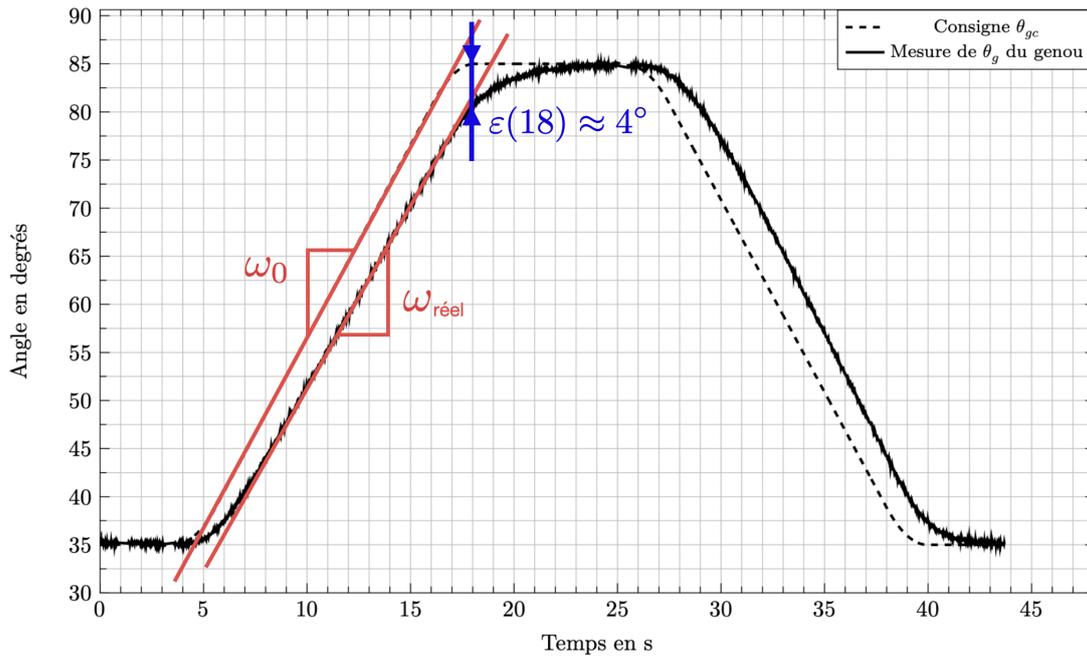


Figure 6 Essai réalisé avec l'arthromoteur automatisé dont la carte de commande est paramétrée par défaut

- 1.2.1 n'est pas respectée : par exemple, à l'instant $t = 18s$, l'erreur vaut $\varepsilon(18) \approx 4^\circ > 2^\circ$
- On vérifie que la vitesse de consigne, quand elle est constante, vaut $\omega_0 = \frac{80 - 40}{16 - 6} = 4^\circ \cdot s^{-1} = 4 * 60 = 240^\circ \cdot \text{min}^{-1}$
La vitesse réelle pendant cette phase vaut : $\omega_{réel} = \frac{77.5 - 40}{17 - 7} = 3.75^\circ \cdot s^{-1} = 225^\circ \cdot \text{min}^{-1}$
soit une erreur de $\omega_0 - \omega_{réel} = 15^\circ \cdot \text{min}^{-1} > 5^\circ \cdot \text{min}^{-1}$. 1.2.3 n'est pas respectée.

2 Modélisation fonctionnelle de la structure de la commande angulaire du genou

2.1 Modèle de connaissance linéaire de l'attelle articulée

Objectif

S'approprier l'environnement matériel en analysant la structure de la commande angulaire du genou de l'arthromoteur.

Question 3 * À partir des éléments explicatifs sur le fonctionnement de l'arthromoteur et de son diagramme BDD, identifier les constituants repérés de 1 à 6 ainsi que les flux 7 et 8 dans la description chaîne d'information/chaîne de puissance.

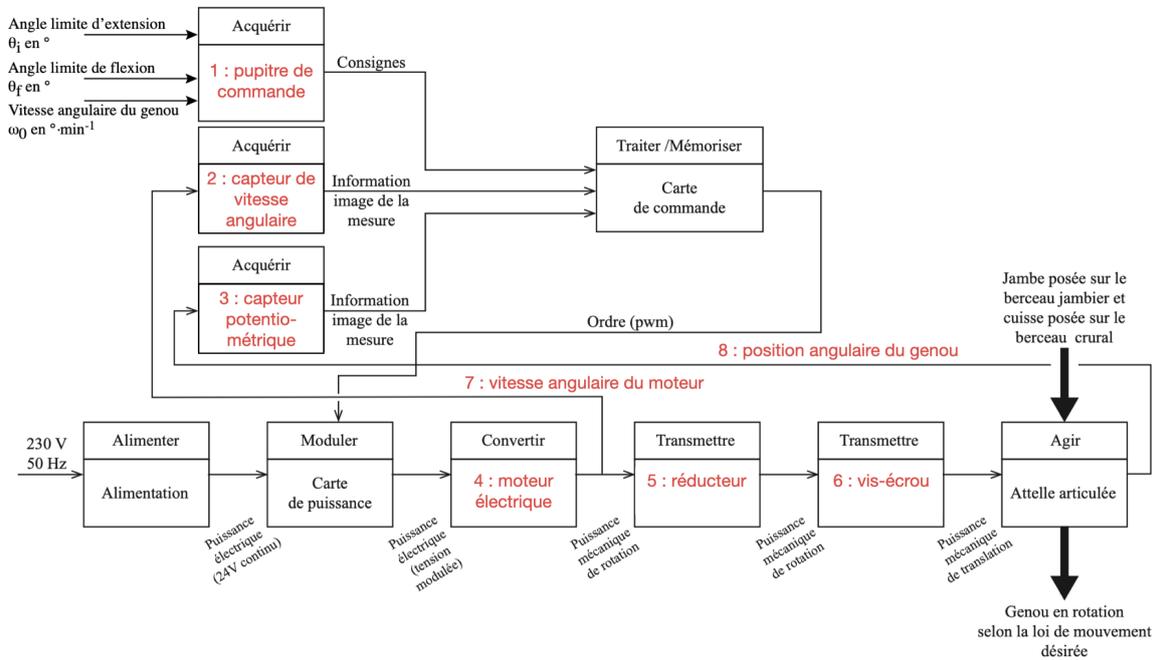


Figure 33 Chaînes d'information et de puissance de l'arthromoteur automatisé

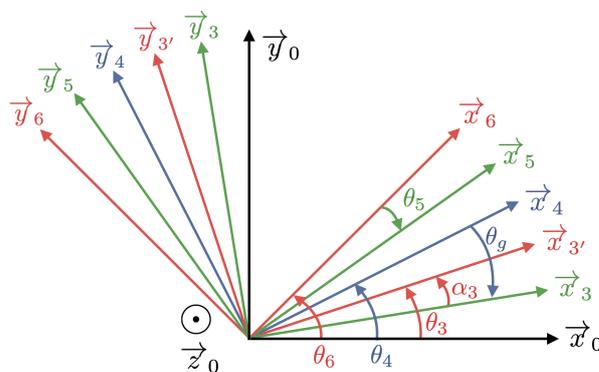
3 Détermination des paramètres caractéristiques de la commande angulaire du genou

3.1 Modèle de connaissance linéaire de l'attelle articulée

— Objectif —

Déterminer un modèle linéaire du comportement cinématique de l'attelle articulée.

Question 4 * Donner l'expression de l'angle du genou $\theta_g(t)$ en fonction des angles $\theta_3(t)$, $\theta_4(t)$ et α_3 .



Par fermeture angulaire dans le plan de normale \vec{z}_0 , on obtient :

$$\theta_g = (\vec{x}_4, \vec{x}_3) = (\vec{x}_4, \vec{x}_0) + (\vec{x}_0, \vec{x}_3) + (\vec{x}_3, \vec{x}_3')$$

D'où $\theta_g = -\theta_4 + \theta_3 - \alpha_3$

Question 5 * En exploitant la relation de fermeture géométrique de la chaîne fermée de liaisons et de solides $\{0-1-2-3-6-0\}$, déterminer l'expression de $\lambda(t)$ en fonction de l'angle $\theta_3(t)$ et des paramètres géométriques constants L_0, L_3, L_6, h et h_0 .

$$\text{On a la fermeture : } \overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{0}$$

$$\text{soit } -L_0\vec{x}_0 + h\vec{y}_0 + \lambda\vec{x}_0 + h_0\vec{y}_0 + L_3\vec{x}_3 + L_6\vec{x}_6 = \overrightarrow{0}$$

En projection sur \vec{x}_0 et \vec{y}_0 , on obtient :

$$\vec{x}_0 : -L_0 + \lambda + L_3 \cos(\theta_3) + L_6 \cos(\theta_6) = 0$$

$$\vec{y}_0 : h + h_0 + L_3 \sin(\theta_3) + L_6 \sin(\theta_6) = 0$$

En sommant les carrés des termes en L_6 , on obtient :

$$L_6^2 \underbrace{(\cos^2(\theta_6) + \sin^2(\theta_6))}_{=1} = (-L_0 + \lambda + L_3 \cos(\theta_3))^2 + (h + h_0 + L_3 \sin(\theta_3))^2$$

$$\text{donc } -L_0 + \lambda + L_3 \cos(\theta_3) = \pm \sqrt{-(h + h_0 + L_3 \sin(\theta_3))^2 + L_6^2}$$

$$\text{et } \boxed{\lambda = L_0 - L_3 \cos(\theta_3) - \sqrt{-(h + h_0 + L_3 \sin(\theta_3))^2 + L_6^2}}$$

On garde le signe négatif devant la racine car en $\theta_3 = 0^\circ$, on observe que $\lambda < L_0 - L_3$ donc le 3ème terme doit être négatif.

Question 6 * Donner le système de deux équations liant $\theta_{gk_{k \in [1,n]}}$, $\lambda_{k_{k \in [1,n]}}$, a et b et traduisant le fait que a et b minimisent $Q(a, b)$.

$$\text{On a : } \begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Or } \frac{\partial Q}{\partial a} = \sum_{k=1}^n (2a\lambda_k^2 - 2\lambda_k(\theta_{gk} - b)) = 2a \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 - 2 \sum_{k=1}^n \lambda_k \theta_{gk} + 2b \sum_{k=1}^n \lambda_k$$

$$\text{et } \frac{\partial Q}{\partial b} = \sum_{k=1}^n (2b - 2(\theta_{gk} - a\lambda_k)) = 2bn - 2 \sum_{k=1}^n \theta_{gk} + 2a \sum_{k=1}^n \lambda_k$$

$$\text{Ainsi : } \begin{cases} 0 = a \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 - \sum_{k=1}^n \lambda_k \theta_{gk} + b \sum_{k=1}^n \lambda_k \\ 0 = bn - \sum_{k=1}^n \theta_{gk} + a \sum_{k=1}^n \lambda_k \end{cases}$$

$$\text{En divisant par } n, \text{ on obtient le système : } \begin{cases} 0 = a\overline{\lambda_k^2} - \overline{\lambda_k \theta_{gk}} + b\overline{\lambda_k} & (1) \\ 0 = b - \overline{\theta_{gk}} + a\overline{\lambda_k} & (2) \end{cases}$$

en notant $\overline{x_k} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$ la moyenne.

Question 7 * Donner les expressions de a et de b solutions du système d'équations défini précédemment. a et b sont fonction de n , de $\theta_{gk_{k \in [1,n]}}$ et de $\lambda_{k_{k \in [1,n]}}$.

(2) $\Rightarrow b = \overline{\theta_{gk}} - a\overline{\lambda_k}$ donc en substituant dans (1) :

$$0 = a\overline{\lambda_k^2} - \overline{\lambda_k\theta_{gk}} + (\overline{\theta_{gk}} - a\overline{\lambda_k})\overline{\lambda_k}$$

d'où :

$$a = \frac{\overline{\lambda_k\theta_{gk}} - \overline{\theta_{gk}}\cdot\overline{\lambda_k}}{\overline{\lambda_k^2} - (\overline{\lambda_k})^2}$$

$$b = \overline{\theta_{gk}} - \frac{\overline{\lambda_k\theta_{gk}} - \overline{\theta_{gk}}\cdot\overline{\lambda_k}}{\overline{\lambda_k^2} - (\overline{\lambda_k})^2}\overline{\lambda_k}$$

Ce qui donne avec les notations imposées dans l'énoncé :

$$a = \frac{n \sum_{k=1}^n \lambda_k \theta_{gk} - \sum_{k=1}^n \theta_{gk} \sum_{k=1}^n \lambda_k}{n \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n \lambda_k \right)^2}$$

$$\text{et } b = \frac{1}{n} \left(\sum_{k=1}^n \theta_{gk} - a \sum_{k=1}^n \lambda_k \right)$$

Question 8 * Écrire en langage Python une fonction $Sum_Li(Li)$ qui prend en argument une liste Li de nombres à virgule flottante et qui renvoie la somme des termes de cette liste.

Écrire en langage Python une fonction $Sum_Li_2(Li)$ qui prend en argument une liste Li de nombres à virgule flottante et qui renvoie la somme des termes au carré de cette liste.

Écrire une fonction $Sum_XY(X,Y)$ qui prend en argument deux listes X et Y de nombres à virgule flottante, de même longueur et qui renvoie la somme des produits $x_k \cdot y_k$ avec x_k et y_k les termes des listes X et Y .

```
1 def Sum_Li(Li):
2     S = Li[0] # Li n'est pas vide
3     for k in range(1,len(Li)):
4         S += Li[k]
5     return S
```

```
1 def Sum_Li_2(Li):
2     S2 = Li[0]**2
3     for k in range(1,len(Li)):
4         S += Li[k]**2
5     return S2
```

```
1 def Sum_XY(X,Y):
2     SXY = X[0]*Y[0]
3     for k in range(1,len(X)):
4         SXY += X[k]*Y[k]
5     return SXY
```

Question 9 * Écrire en langage Python une fonction $red_lin(L,T)$ prenant en argument les listes L et T retournant les valeurs de a et de b définissant la relation $\theta_g(t) = a \cdot \lambda(t) + b$.

```
1 def red_lin(L,T):
2     n = len(L)
3     a = (n*Sum_XY(L,T) - Sum_Li(L)*Sum_Li(T)) / (n*Sum_Li_2(L) - Sum_Li(L)**2)
4     b = 1/n*(Sum_Li(T) - a*Sum_Li(L))
5     return a,b
```

3.2 Modélisation, identification et réglage de la boucle de vitesse

Objectif

Déterminer et valider un modèle de la commande en vitesse angulaire du moteur de l'arthromoteur.

3.2.1 Modèle de comportement dynamique de la boucle de vitesse de l'arthromoteur automatisé

Question 10 * Réaliser l'inventaire des puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures à l'ensemble Σ qui a permis d'obtenir l'équation (1). L'expression des puissances est demandée et les justifications apportées doivent être claires et précises. L'inventaire doit être réalisé soigneusement de manière à distinguer nettement les puissances extérieures et intérieures.

Puissances intérieures :

- liaisons parfaites, puissances nulles
- frottements visqueux : $P = C_f \cdot \omega_m = -f_v \cdot \omega_m^2$ car ils sont rapportés sur l'axe moteur
- frottements secs : $P = C_{sec} \cdot \omega_m$ (*idem*)

Puissances extérieures :

- moteur, $P = C_m \cdot \omega_m$
- pesanteur sur le patient : $P = C_{pes} \cdot \omega_m$ car elle est rapportée sur l'axe moteur
- pesanteur sur les pièces : puissances nulles car les masses sont négligées
- liaisons avec le bâti, puissances nulles car liaisons parfaites

3.2.2 Identification des grandeurs caractéristiques de l'ensemble moteur

Objectif

Déterminer un modèle de l'ensemble moteur et identifier ses constantes en l'absence de la cuisse et de la jambe dans un premier temps.

Question 11 * Écrire l'équation (1) en régime permanent dans les conditions matérielles N°1 et déduire de la figure 14 la valeur numérique du coefficient de frottement visqueux f_v et du couple de frottement sec C_{sec} .

On a :

$$J_{eq} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f_v \cdot \omega_m(t) + C_{sec} + C_{pes}$$

Avec $\frac{d\omega_m(t)}{dt} = 0$ (régime permanent)

$C_m(t) = k_t \cdot i_m$; $C_{pes} = 0$ (pas de jambe)

et $C_{sec} = -K_{sec}$ car $\omega_m > 0$ lors des essais.

d'où $i_m = \frac{1}{k_t}(f_v \cdot \omega_m + K_{sec})$

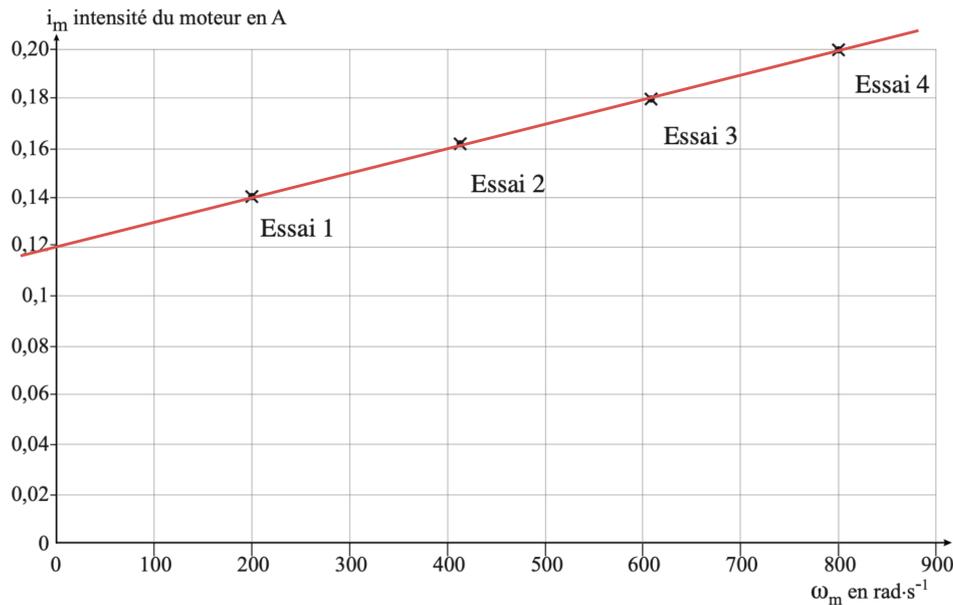


Figure 14 Intensité i_m en fonction de ω_m en régime permanent

On identifie une fonction affine d'ordonnée à l'origine 0.12 A et de pente $\frac{0.20-0.12}{800} = 10^{-4}$ A.s.rad⁻¹

d'où $\frac{K_{sec}}{k_t} = 0.12$ soit $C_{sec} = -K_{sec} = -0.12 \cdot 0.0256$ d'où $C_{sec} = -3.1 \cdot 10^{-3}$ Nm

et $\frac{f_v}{k_t} = 10^{-4}$ donc $f_v = 0.0256 \cdot 10^{-4}$ d'où $f_v = 2.6 \cdot 10^{-6}$ N.m.s.rad⁻¹

Question 12 * En considérant les conditions initiales nulles, déterminer l'expression de la fonction de transfert du moteur $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{I_m(p)}$ de l'asservissement en vitesse du moteur.

Dans les conditions de Heaviside, sans frottements secs et sans jambe, l'équation (1) donne dans le domaine de Laplace :

$$J_{eqmot} \cdot p \cdot \Omega_m(p) = \underbrace{C_m(p)}_{k_t \cdot I_m(p)} - f_v \cdot \Omega_m(p)$$

$$\text{d'où } H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{I_m(p)} = \frac{k_t}{J_{eqmot} \cdot p + f_v}$$

Question 13 * Donner l'expression littérale sous forme canonique de la fonction de transfert $H_v(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cm}(p)}$ en fonction de K_p , J_{eqmot} , k_t et f_v .

$$\text{La formule de Black donne : } \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cm}(p)} = \frac{K_p H_m(p)}{1 + K_p H_m(p)} = \frac{K_p k_t}{(J_{eqmot} p + f_v) + K_p k_t}$$

$$\text{d'où } H_v(p) = \frac{\frac{K_p k_t}{f_v + K_p k_t}}{1 + p \frac{J_{eqmot}}{f_v + K_p k_t}}$$

Question 14 * Dédurre de l'essai figure 17 la valeur numérique de l'inertie équivalente J_{eqmot} .

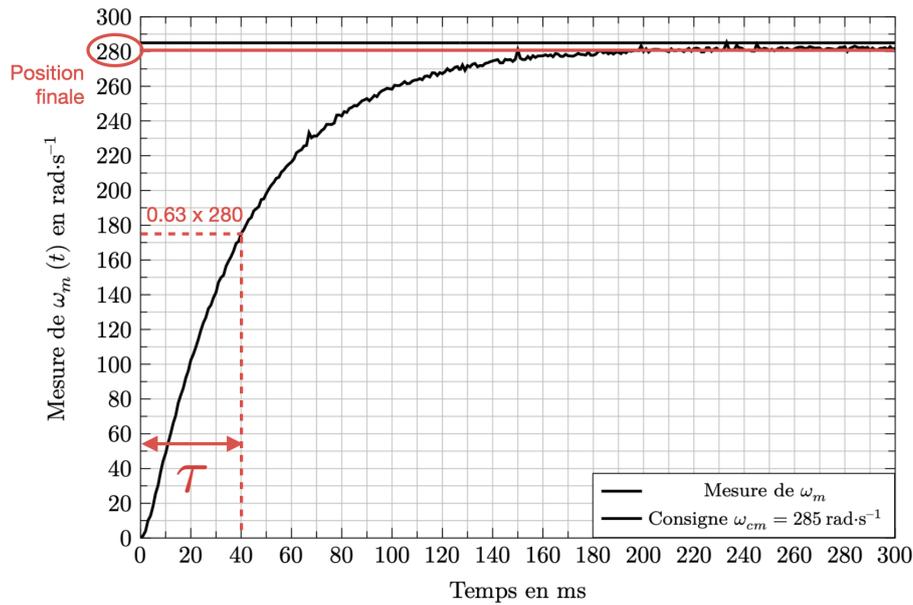


Figure 17 Vitesse de rotation du moteur pour une consigne en échelon de vitesse de $285 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

La réponse peut être modélisée par un système d'ordre 1 de constante de temps $\tau = 40 \text{ ms}$

d'où : $\frac{J_{eqmot}}{f_v + K_p k_t} = \tau$ soit $J_{eqmot} = \tau(f_v + K_p k_t) = 40 \cdot 10^{-3}(2.6 \cdot 10^{-6} + 9.4 \cdot 10^{-3} \cdot 0.0256)$

$$J_{eqmot} = 9.7 \cdot 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Question 15 * Déterminer l'expression de J_{eq} en fonction de J_{eqmot} , m_2 , K_v et K_r . Montrer que $J_{eq} \approx J_{eqmot}$.

Pour le système complet Σ , l'énergie cinétique vaut :

$$E_c(\Sigma/R_0) = \frac{1}{2}(J_{eqmot}\omega_m^2 + m_2\dot{\lambda}^2) \text{ avec } \dot{\lambda} = K_v\omega_v = K_v K_r \omega_m$$

$$\text{d'où : } E_c(\Sigma/R_0) = \frac{1}{2} \underbrace{(J_{eqmot} + m_2 K_v^2 K_r^2)}_{J_{eq}} \omega_m^2$$

$$\text{A.N. : } m_2 K_v^2 K_r^2 = 0.49 \cdot \frac{1}{16^2} \cdot \left(\frac{5 \cdot 10^{-3}}{2\pi}\right)^2 \sim 10^{-9} \ll J_{eqmot}$$

$$\text{donc } J_{eq} \approx J_{eqmot}$$

Question 16 * Proposer les conditions matérielles (N°1 ou N°2) ainsi que le protocole de mesure (N°1 ou N°2) d'un troisième essai qui valideraient les hypothèses $C_{sec.moteur} \approx 0$ et $f_{v.attelle} \approx 0$. Justifier brièvement ce choix, reproduire la figure 18 sur la copie puis compléter pour résumer les conditions de mise en œuvre de l'essai retenu.

On peut conserver le 1er protocole de mesure qui nous a permis de déterminer C_{sec} et f_v mais cette fois sans attelle (condition N° 2) pour vérifier qu'on obtient bien une loi linéaire (et non plus affine : $C_{sec.moteur} \approx 0$) de même pente ($f_v = f_{v.moteur} + 0$).

Conditions matérielles	N° 2		
Attelle en mouvement	Non	Jambe et cuisse posées sur l'attelle	Non
Boucle de vitesse connectée	Oui	Boucle de position connectée	Non
Protocole de mesure	N° 1		

Figure 18 Résumé des conditions de mise en œuvre d'un essai de validation de $C_{\text{sec.moteur}} \approx 0$ et $f_{v.\text{attelle}} \approx 0$

3.2.3 Détermination des grandeurs caractéristiques du couple résistant dû à l'action de pesanteur

Objectif

Évaluer le couple équivalent rapporté à l'axe moteur dû à l'action de pesanteur exercée sur la jambe et la cuisse puis compléter le modèle de l'ensemble moteur en conséquence.

Question 17 * Déterminer l'expression de $\vec{V}_{G_j,3/0}$ en fonction de L_{cu} , L_j , $\dot{\theta}_4$, $\dot{\theta}_3$ et de vecteurs unitaires du paramétrage.

$$\vec{V}_{G_j,3/0} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{C_h C_j} \Big|_0 = \frac{d}{dt} (-L_{cu} \vec{x}_4 - L_j \vec{x}_3) \Big|_0$$

$$\vec{V}_{G_j,3/0} = -L_{cu} \dot{\theta}_4 \vec{y}_4 - L_j \dot{\theta}_3 \vec{y}_3 \quad (\text{en effet, } \dot{\theta}_3 = \dot{\theta}'_3 \text{ car } \alpha \text{ est fixe})$$

Question 18 * Exprimer la puissance $P_{pes \rightarrow 3/0}$ de l'action mécanique de pesanteur sur 3 en fonction de M_j , g , L_j , L_{cu} , θ_3 , α_3 , θ_4 , $\dot{\theta}_4$ et $\dot{\theta}_3$.

$$P_{pes \rightarrow 3/0} = (-M_j g \vec{y}_0) \cdot \vec{V}_{G_j,3/0} \text{ car on est au centre de gravité.}$$

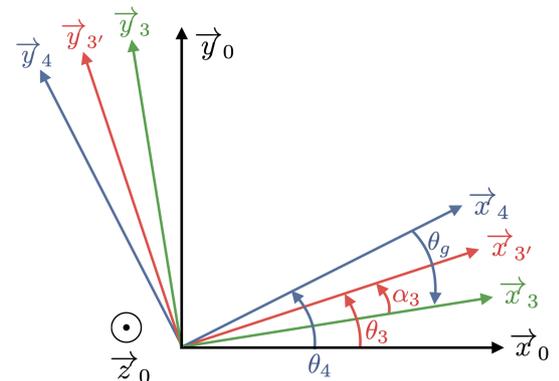
$$\text{Donc } P_{pes \rightarrow 3/0} = M_j g \left(L_{cu} \dot{\theta}_4 \cos(\theta_4) + L_j \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \alpha_3) \right)$$

Question 19 * Exprimer P_{pes} en fonction de θ_3 , α_3 , θ_4 et $\omega_m(t)$.

$$\dot{\theta}_g = a\lambda = aK_v K_r \omega_m \text{ donc } P_{pes} = (K_{p3} \cdot \cos(\theta_3 - \alpha_3) + K_{p4} \cdot \cos(\theta_4)) aK_v K_r \omega_m(t)$$

Question 20 * Donner la valeur de θ_3 et celle de θ_4 pour lesquelles la valeur absolue du couple C_{pes} est maximale.

Je pense qu'il y a une erreur dans le sujet, j'ai donc coefficienté très faiblement cette question. Je ne comprends pas pourquoi ils ont un K_{p4} négatif. Le raisonnement suivant est donc valide en le prenant positif. $P_{pes} = C_{pes} \omega_m(t)$ donc $C_{pes} = (K_{p3} \cdot \cos(\theta_3 - \alpha_3) + K_{p4} \cdot \cos(\theta_4)) aK_v K_r$



Ce terme est maximal si $\cos(\theta_3 - \alpha_3)$ et $\cos(\theta_4)$ sont maximaux car toutes les autres constantes sont positives.

On voudrait donc avoir $\theta_4 = 0$ et $\theta_3 = \alpha_3$, ce qui n'est pas possible dans les intervalles disponibles. On s'en approche le plus possible en choisissant les bornes de l'intervalle :

$$\theta_3 = 23.8^\circ \text{ et } \theta_4 = -30.35^\circ$$

Remarque : on peut justifier graphiquement ce résultat, il faut que le bras de levier de la pesanteur soit maximal au point A et donc que la jambe soit dans une position la plus proche possible de l'horizontale.

Question 21 * Conclure sur la validité du modèle de la commande en vitesse angulaire du moteur en analysant l'écart simulé-mesuré. Par l'analyse de l'écart mesuré-souhaité, justifier que le correcteur $C_v(p)$ choisi par défaut ne convient pas. La réponse apportée doit être argumentée et s'appuyer sur des critères clairs et précis.

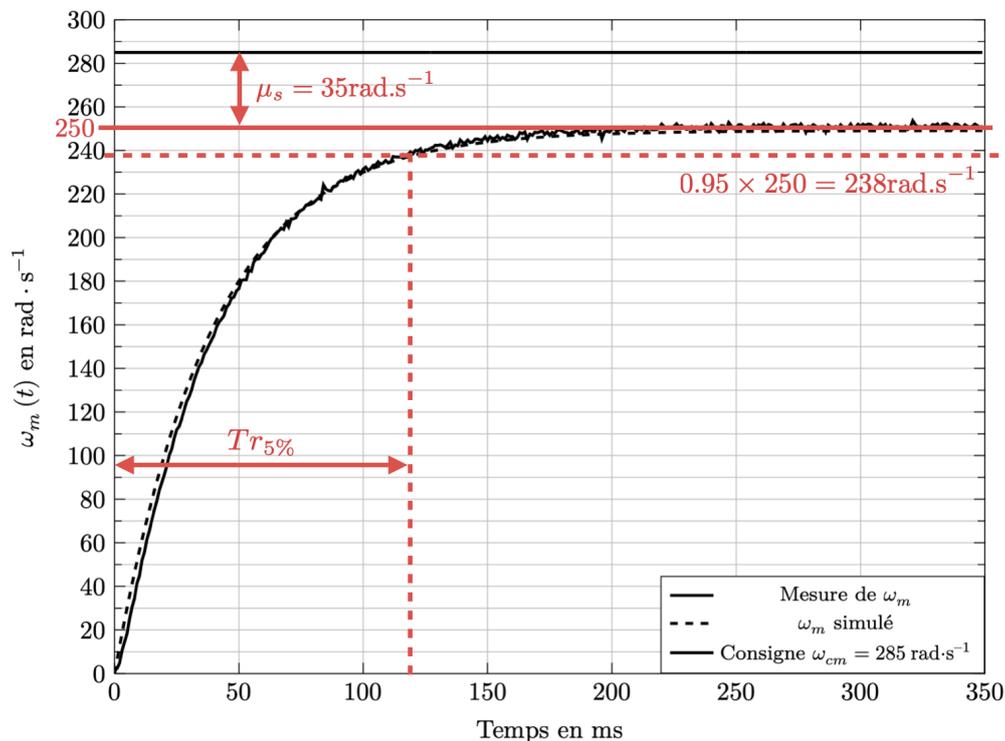


Figure 23 Mesure sur système réel et résultat de simulation pour une consigne de vitesse angulaire en échelon

- L'écart mesure-simulation est très faible et de l'ordre de grandeur du bruit de mesure : le modèle retenu est valide dans ce contexte.
- L'écart entre la mesure et la consigne donne à convergence une erreur statique $\mu_s = 35 \text{ rad/s}$ ce qui n'est pas compatible avec l'erreur nulle demandée. → le correcteur n'est pas adapté. La rapidité est cependant satisfaisante car $Tr_{5\%} \simeq 0.12 \text{ s} < 0.3 \text{ s}$.

3.2.4 Réglage du correcteur de la boucle de vitesse angulaire $C_v(p)$

Objectif

Régler les constantes du correcteur de la boucle de vitesse angulaire.

Question 22 * Montrer que l'expression de $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cm}(p)}$ peut se mettre sous la forme $H(p) = \frac{1 + \tau p}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$. Déterminer l'expression du facteur d'amortissement ξ en fonction de K_p , K_m , K_i et τ_m . Quelle est l'influence de K_i sur l'amortissement de la réponse à un échelon de consigne de vitesse angulaire ?

$$C_v(p) = \frac{K_p p + K_i}{p}$$

La formule de Black donne : $\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cm}(p)} = \frac{(K_p p + K_i)K_m}{p(1 + \tau_m p) + (K_p p + K_i)K_m}$

d'où
$$\frac{1 + \frac{K_p}{K_i K_m} p}{1 + p \frac{1 + K_p K_m}{K_i K_m} + p^2 \frac{\tau_m}{K_i K_m}}$$

On identifie : $\tau = \frac{K_p}{K_i K_m}$

$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau_m}{K_i K_m}$ donc $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_i K_m}{\tau_m}}$

et $\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1 + K_p K_m}{K_i K_m}$ donc $\xi = \frac{1 + K_p K_m}{2\sqrt{\tau_m K_i K_m}}$

Une augmentation de K_i diminue l'amortissement.

Question 23 * À l'aide de la figure 25, choisir la valeur de K_i qui permet à l'asservissement de vitesse angulaire du moteur de respecter tous les critères du tableau 3 sans dégrader l'amortissement de la réponse à un échelon de consigne de vitesse angulaire. Justifier ce choix.

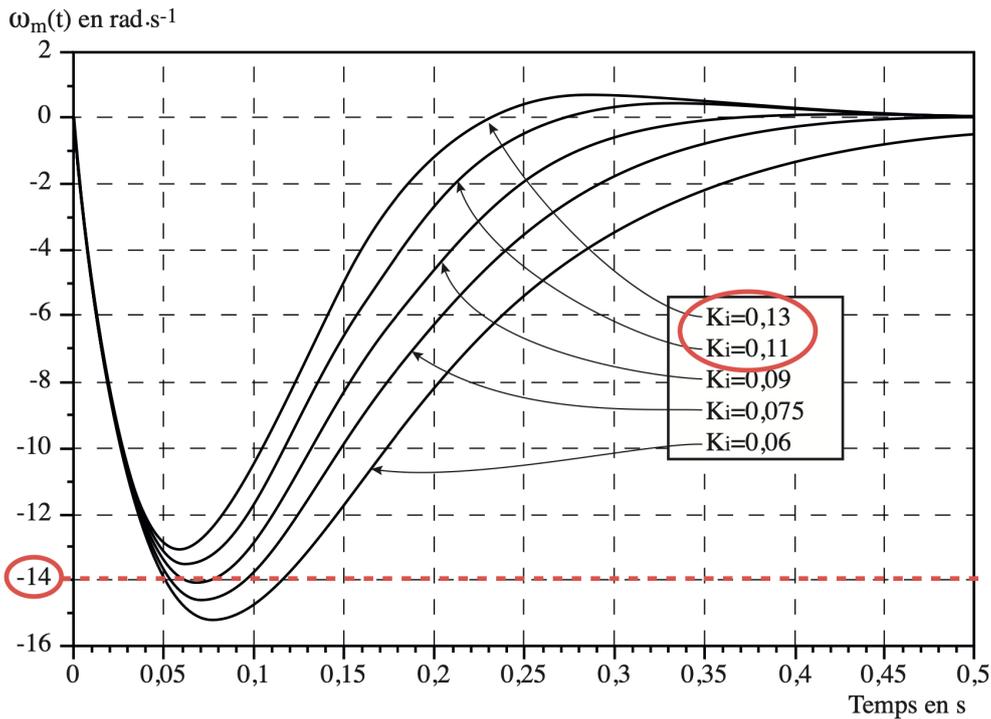


Figure 25 Chute de vitesse angulaire du moteur pour un échelon de perturbation de $-0,005 \text{ N}\cdot\text{m}$

Seules les valeurs $K_i = 0,11\text{A}$ et $K_i = 0,13\text{A}$ respectent l'exigence d'amortissement (chute de vitesse $\leq 14 \text{ rad/s}$ en norme). On choisira $K_i = 0,11 \text{ A}$ qui diminue le moins l'amortissement.

3.3 Réglage du correcteur de la boucle de position

Objectif

Régler les constantes du correcteur de la commande en position angulaire du genou.

Question 24 * Déterminer la valeur de K_g telle que la pulsation de coupure ω_{BO} de la F.T.B.O. $H_{BO}(p)$ soit égale à $3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

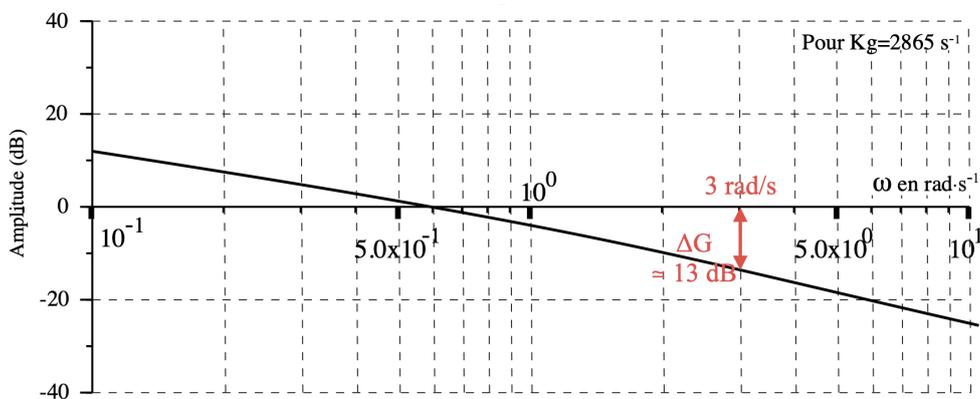


Figure 27 Diagramme de Bode en gain de la F.T.B.O de la commande en position angulaire du genou

On translate la courbe de Gain de $\Delta G = 13 \text{ dB}$ vers le haut, il faut donc modifier K_g d'un facteur $K = 10^{\frac{13}{20}} = 4,5$ ce qui donne donc :

$$K_g = 4.5 \times 2865 = 1.3 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$$

4 Conclusion et synthèse

4.1 Validation des réglages de la carte de commande

Objectif

Valider les réglages théoriques à l'aide d'un essai sur l'arthromoteur.

Question 25 * Les exigences 1.2.1 et 1.2.3 sont-elles respectées par l'arthromoteur automatisé suite aux réglages du correcteur de la boucle de vitesse et du gain K_g du correcteur de la boucle de position ? Argumenter avec des comparaisons quantifiées.

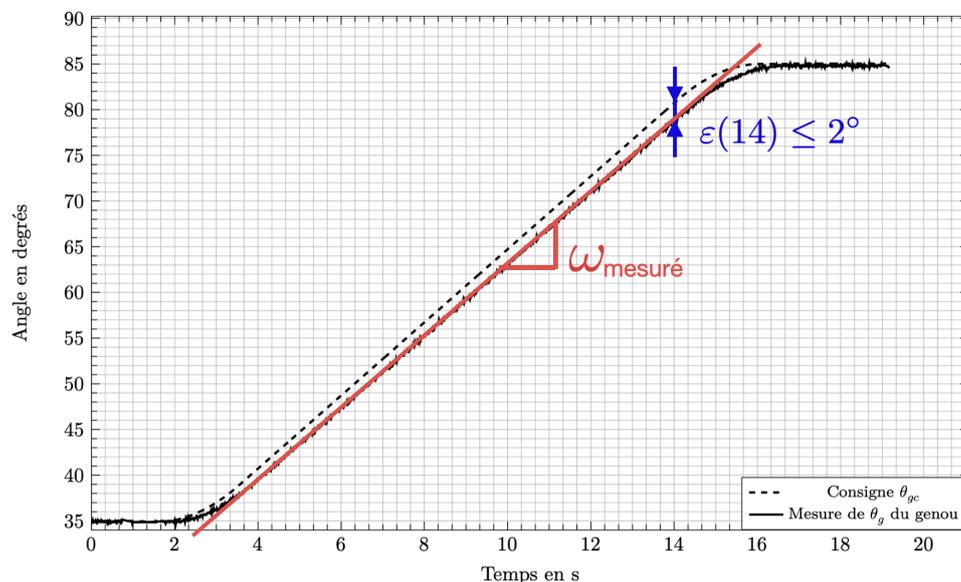


Figure 29 Essai réalisé avec l'arthromoteur automatisé réglé

- 1.2.1 est respectée : lorsque la position mesurée est la plus éloignée de la consigne, entre 14s et 15s environ, on constate que les écarts restent inférieurs à 2° .
- 1.2.3 : $\omega_0 = 240^\circ \cdot \text{min}^{-1}$
 $\omega_{mesur} = \frac{83 - 38}{15 - 3.67} = 3.97^\circ \cdot \text{s}^{-1} = 238^\circ \cdot \text{min}^{-1}$
 L'erreur en vitesse angulaire à vitesse constante est de $2^\circ \cdot \text{min}^{-1} < 5^\circ \cdot \text{min}^{-1}$ donc 1.2.3 est respectée.

4.2 Synthèse de l'étude

Objectif

Conclure sur la capacité de l'arthromoteur automatisé à être qualifié pour tout type de rééducation passive du genou avec les paramètres caractéristiques de la carte de commande déterminés dans l'étude précédente.

Question 26 * Le modèle adopté pour le réglage des deux correcteurs de la commande de l'arthromoteur automatisé est un modèle linéaire. Quel paramètre du modèle de la figure 26, choisi constant pour cette étude, est affecté par le choix de θ_i , $\theta_i \in [-5^\circ, 60^\circ]$?

Le choix du coefficient a dépend de la linéarisation choisie pour la loi de comportement géométrique et donc de la partie de la courbe Figure 30 retenue dans l'étude, qui dépend de θ_i .

Question 27 * Citer deux autres grandeurs physiques de la figure 26 qui sont fonction de ce paramètre et indiquer si l'étude effectuée prend en compte cette variation.

Remarque : question un peu ambiguë, le paramètre de la question est-il le coefficient a ou bien θ_i ? Certes, les deux sont liés. On considèrera qu'on modifie ici θ_i .

Pour une plage d'utilisation différente, on va modifier :

- La perturbation de la pesanteur ramenée au moteur : en effet, on a choisit le pire des cas dans nos conditions d'étude, mais le couple équivalent peut être plus élevé si la jambe est plus tendue (θ_i proche de 0° , voir Question 20).
- $I_m(p)$ peut également augmenter, le courant d'entrée devra être plus important pour compenser des perturbations plus importantes.

L'étude présentée ne prend pas en compte cette variation qui influe par exemple sur la valeur de perturbation de -0.005 Nm choisie, mais qui peut également entraîner une augmentation de l'intensité dans le circuit moteur et conduire à des saturations.

Question 28 * Parmi les deux correcteurs de la commande, lequel aurait son réglage affecté par la variation de ce paramètre ? Justifier succinctement cette réponse.

- Si a est modifié, il faut modifier le réglage de $C_p(p) = K_g$ car le gain de la FTBO change et l'on veut garder la pulsation de coupure à 0 dB réglée Question 24.
- Par ailleurs, si on choisit de prendre en compte également la variation de la perturbation échelon -0.005 Nm mentionnée à la question précédente, il faudra probablement modifier les critères de réglage du tableau 3 et donc le choix du paramètre K_I effectué Question 23.

Remarque : La réponse attendue est très probablement la première qui est plus naturelle.