Les avancées technologiques récentes des actionneurs électriques ont permis le développement du champ d'application de la robotique dans le traitement du handicap et dans la rééducation de la motricité chez l'homme.

Le support de cette étude est une orthèse portable (figure 1), de type exosquelette, qui contribue, entre autres applications, au développement de la tonicité musculaire de l'épaule et du bras. Installée dans le dos de l'individu, et liée à la fois au bras et à la main, elle offre une résistance aux mouvements de la main. Ainsi, le thérapeute peut réaliser des protocoles très fins de rééducation en programmant des spectres d'efforts résistants pour chaque mouvement du patient. Le travail du patient peut également être optimisé en le plaçant dans un environnement de réalité virtuelle permettant de visualiser les situations de travail conçues par le thérapeute.

Figure 1 Orthèse d'épaule

Le type d'orthèse retenu pour cette étude est un système polyarticulé à quatre axes de rotation entraînés par des moteurs à courant continu, dont un modèle numérique est représenté sur la figure 3. Dans toute la suite, les termes « bras » et « avant-bras » désigneront des parties de l'orthèse, sauf quand on mentionne explicitement le bras ou l'avant-bras du patient.

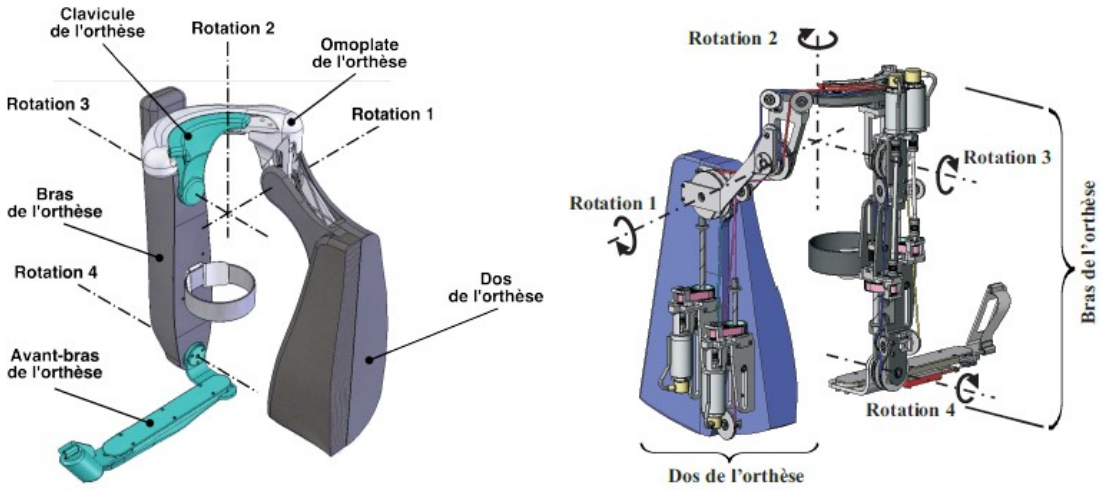

Figure 3 Représentation 3D de l'exosquelette

II Étude de l'actionneur

Objectif

L'objet de cette partie est la conception d'un actionneur permettant de délivrer un couple sur chaque articulation égal à un couple de référence et de vérifier les capacités de l'actionneur à assurer le cahier des charges. Pour atteindre cet objectif, une première étude portera sur l'analyse et la modélisation mécaniques de l'actionneur ; une deuxième étude abordera l'asservissement de la chaîne de motorisation.

La conception de l'actionneur repose sur une machine à courant continu asservie en courant, dont le cahier des charges est décrit dans le tableau de la figure 4.

Temps de réponse à 5 % pour un échelon de consigne de couple	$t \leq 2$ ms
Erreur statique pour un couple de référence constant C_{ref0}	$\lvert\varepsilon_0\rvert \leq 0{,}05\ C_{ref0}$
Couple maximal fourni sur l'axe de l'articulation	$C_{max} = 50\ \text{N} \cdot \text{m}$

Figure 4 Cahier des charges de l'actionneur

La définition et la conception de la loi de commande de l'actionneur nécessitent d'étudier précisément la dynamique de la transmission depuis le moteur jusqu'à l'axe de l'articulation mise en mouvement. La figure 5 donne une représentation 3D de la transmission utilisée, dont le schéma de principe proposé en figure 6 peut se décomposer en quatre sous-ensembles distincts (certains composants sont définis sur les figures 9 et 10) :

1. l'axe du moteur est relié par l'intermédiaire de deux joints de Cardan et d'une tige cylindrique intermédiaire **I** à l'axe **24** d'une petite roue dentée ;
2. par un système de courroie crantée **25**, la petite roue dentée entraîne une grande roue dentée fixée sur l'axe **16** du dispositif hélicoïdal ;
3. le dispositif hélicoïdal, défini sur la figure 9 et faisant l'objet d'une étude ultérieure, assure la transformation du mouvement de rotation de l'axe **16** en un mouvement de translation du câble **4** ;
4. le câble **4** par l'intermédiaire de plusieurs poulies entraîne en rotation l'axe que l'on souhaite commander.

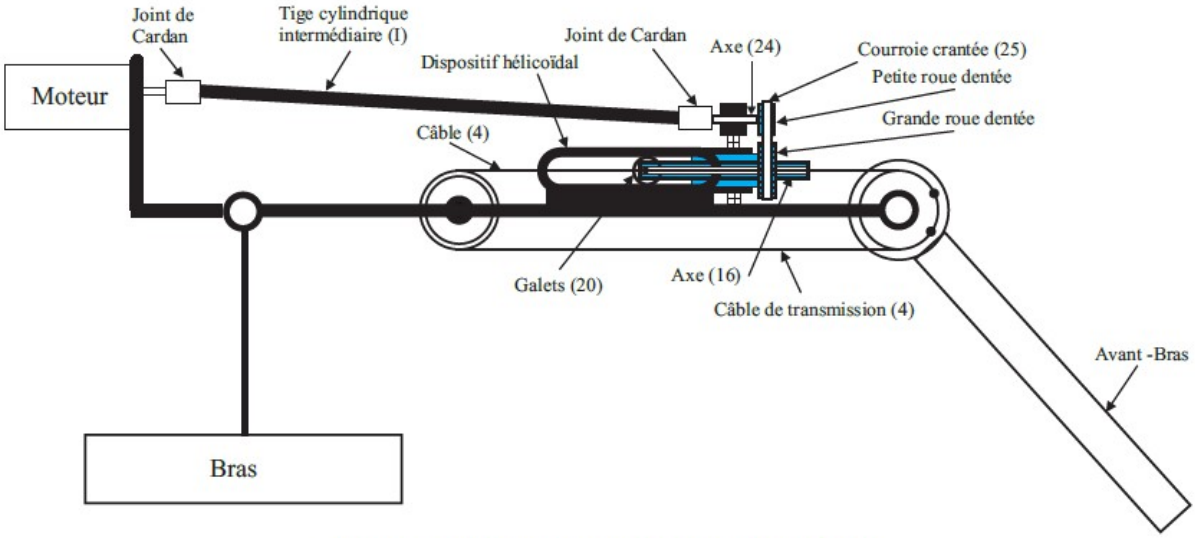

Figure 6 Schéma de principe de la transmission

Les caractéristiques des différents éléments constitutifs de la transmission complète sont données ci-après :

- moteur : vitesse angulaire ω_M, moment d'inertie autour de l'axe moteur $I_M = 2{,}5 \times 10^{-5}$ kg · m^2, couple moteur C_M ;
- tige intermédiaire **I** : vitesse angulaire ω_I, masse et inertie négligeables ;
- petite roue dentée **24** : vitesse angulaire ω_P, masse et inertie négligeables ;
- courroie crantée **25** : masse et inertie négligeables ;
- {grande roue dentée **16** + noix d'écrou **18**} : vitesse angulaire $\omega_G = \omega_P/N_r$ avec $N_r = 3$, masse et inertie négligeables ;
- {vis tubulaire **1** + dispositif anti-rotation **19+20**} : pas réduit $p = 0{,}5$ mm · rad^{-1}, masse et inertie négligeables ;
- {câble **4** + poulies associées à l'articulation} : rayon des poulies $R = 25$ mm, masse et inertie négligeables ;
- {axe de l'articulation + avant-bras} : vitesse angulaire ω_b, moment d'inertie autour de l'axe de l'articulation $I_b = 4 \times 10^{-2}$ kg · m^2.

En réalité, le câble des poulies de l'articulation n'est pas inextensible et a une certaine élasticité, ce qui se traduit par le fait que $\omega_b \neq \omega_M/N$, et de plus, des phénomènes de frottement sont présents. Dans ce cas, on peut écrire que l'axe de l'articulation est soumis aux deux couples suivants, qui sont exprimés sur l'axe de l'articulation :

- un couple élastique $C_e = -K_r(\theta_b - (\theta_M/N))$, où θ_b est la position angulaire de l'axe de l'articulation, tel que $\dot{\theta}_b = \omega_b$;
- un couple de frottement visqueux exercé par le palier qui guide l'axe tel que $C_f = -f\omega_b$.

Enfin, le couple résistant total exercé sur le moteur et exprimé sur son axe est noté $-C_r$.

On donne la raideur en torsion du système {câble + poulie} : $K_r = 8000$ N · m · rad^{-1}, et le coefficient de frottement visqueux sur l'axe : $f = 4$ N · m · s · rad^{-1}. On suppose de plus que **la tension est constante en tout point du câble.**

La question 11 du sujet permettait d'obtenir les deux équations suivantes

- Le théorème du moment dynamique appliqué à S = {axe d'articulation + avant-bras} selon l'axe de la pivot donne : $\boxed{-K_r.\left(\theta_b - \frac{\theta_M}{N}\right) - f.\omega_b = I_b\frac{d\omega_b}{dt}}$
- Le théorème du moment dynamique appliqué à S'= {axe moteur} selon l'axe moteur donne : $\boxed{C_M - C_r = I_M\frac{d\omega_M}{dt}}$

II.B – Synthèse de la loi de commande et validation de la boucle d'asservissement

Objectif

En pratique, le couple délivré par le moteur ne peut être mesuré directement, c'est pourquoi la grandeur asservie est le courant moteur. L'objet, dans cette phase de l'étude, est alors de déterminer une loi de commande pour la boucle d'asservissement et de valider les performances vis-à-vis du cahier des charges partiel.

Les moteurs utilisés sont des machines à courant continu et aimants permanents dont les équations de comportement sont :

$$v(t) = R_m i(t) + L_m \frac{di(t)}{dt} + K_e \omega_M(t)$$
$$C_M(t) = K_c i(t)$$

- $v(t)$ et $i(t)$ sont respectivement la tension aux bornes de l'induit et le courant d'induit ;
- $u(t)$ est la tension de commande de l'amplificateur de puissance de gain $A = 4$;
- $R_m = 1{,}12\ \Omega$, $L_m = 1$ mH et $K_e = K_c = 0{,}057\ \text{V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$ sont les caractéristiques du moteur, respectivement : résistance d'induit, inductance d'induit, constante de force électromotrice et constante de couple ;
- le couple nominal du moteur est $C_{\text{nominal}} = 0{,}35\ \text{N} \cdot \text{m}$;
- le courant moteur est mesuré au moyen d'un capteur de gain statique $\rho = 1\ \text{V} \cdot \text{A}^{-1}$ et caractérisé par une fonction de transfert du premier ordre. La mesure de courant est notée $i_{\text{mes}}(t)$ dans la suite et est telle que : $I_{\text{mes}}(p)/I(p) = 1/(1 + \tau\rho)$.

Par ailleurs, l'arbre moteur est soumis à un couple résistant supplémentaire C_{ext}, dû aux perturbations, tel que le couple résistant total auquel est soumis le moteur est de la forme $C_r(t) = C_{\text{ext}} + C'_e(t)$ où $C'_e(t)$ est le couple élastique $C_e(t)$ ramené sur l'axe du moteur. Enfin, le couple de frottement visqueux s'exerçant sur l'arbre moteur est négligé.

La figure R3 du document réponse représente le schéma bloc de la chaîne d'asservissement en courant de l'actionneur, où $C(p)$ est le correcteur de la boucle et $C_{\text{ext}}(p)$ le couple extérieur perturbateur.

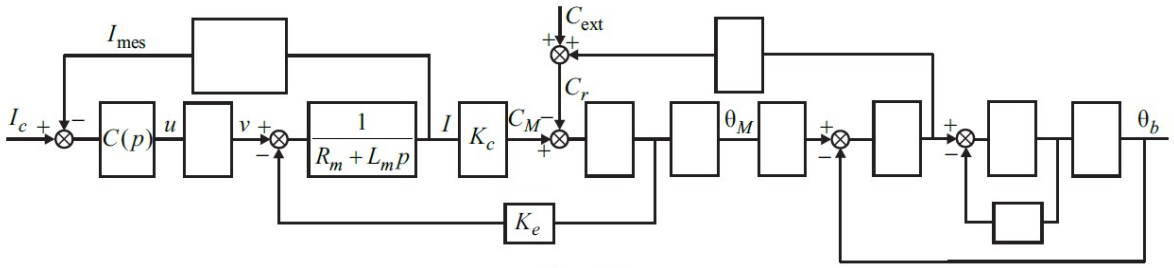

Figure R3

Q 12. Au regard des objectifs souhaités, c'est-à-dire de fournir un couple égal à un couple de référence, justifier le choix de la grandeur asservie.

Q 13. Exprimer le couple élastique ramené sur l'axe du moteur et préciser la norme du couple résistant total auquel est soumis le moteur. On supposera que le rendement de la transmission est égal à 1.

Q 14. À partir des équations déterminées à la question 11, compléter le schéma bloc du document réponse figure R3 par les fonctions de transfert appropriées, exprimées avec une notation littérale.

Q 15. Citez deux principes permettant de mesurer le courant dans le moteur.

Le correcteur choisi est de type proportionnel-intégral (P.I.) de fonction de transfert :

$$C(p) = K\left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$$

où l'on adopte sans aucune justification $T_i = 0{,}3$ ms. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée :

$$H(p) = \frac{I_{\text{mes}}(p)}{U(p)} = \frac{0{,}0326p\left(1 + \frac{2 \times 0{,}08}{463}p + \frac{1}{(463)^2}p^2\right)}{\left(1 + \frac{p}{122}\right)\left(1 + \frac{2 \times 0{,}09}{464}p + \frac{1}{(464)^2}p^2\right)\left(1 + \frac{p}{10^3}\right)\left(1 + \frac{p}{10^4}\right)}$$

est donné sur la figure R4 du document réponse, où $i_{\text{mes}}(t)$ est la mesure du courant du moteur et $u(t)$ la tension d'alimentation. Ce tracé pourra être utilisé sans aucune justification.

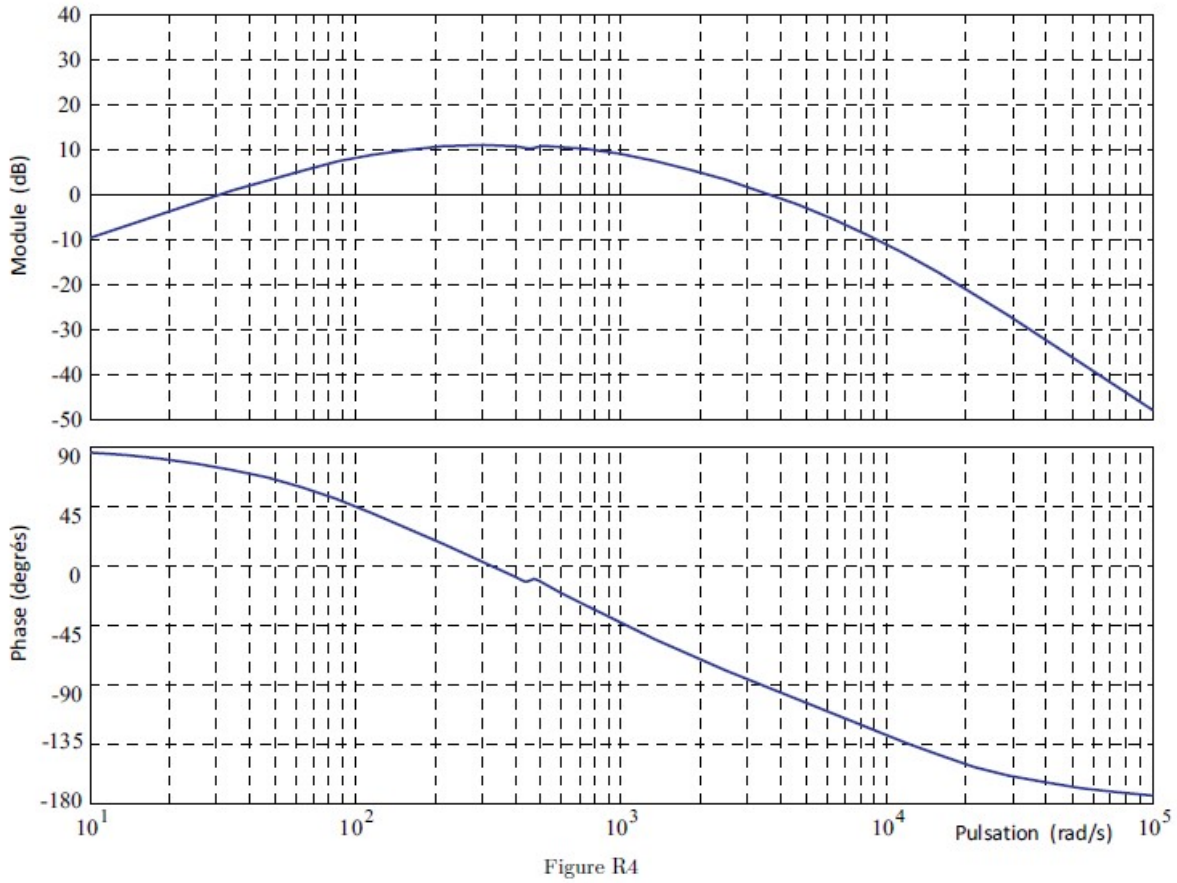

Figure R4

II.B.1) Synthèse du régulateur P.I. de la boucle de courant

Q 16. Compléter le diagramme de la figure R4 par le tracé des diagrammes asymptotiques de la fonction $H(p)$.

Q 17. En adoptant $K = 1$, tracer directement sur la figure R4 du document réponse, le diagramme de Bode (module et phase) de $C(p)$: diagrammes asymptotiques et allures des tracés réels avec les valeurs prises aux points caractéristiques.

Q 18. En déduire les tracés asymptotiques et les allures des tracés réels du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée (on utilisera directement la figure R4 en différenciant les tracés par des couleurs différentes). Déterminer, sans calcul supplémentaire, la pulsation ω_1 telle que la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte est égale à $-135°$ et la valeur numérique du gain statique.

Q 19. Déterminer alors la valeur du gain K permettant d'assurer une marge de phase de 45°.

On considère maintenant le système corrigé avec le correcteur $C(p)$ qui vient d'être déterminé.

Q 20. Déterminer un ordre de grandeur de la marge de gain obtenue et conclure sur la stabilité du système en boucle fermée.

Q 21. Déterminer l'écart statique $\Delta i_0 = \lim_{t\to\infty} (i_c(t) - i_{\text{mes}}(t))$ en boucle fermée en réponse à un échelon de consigne $i_c(t) = I_0\Gamma(t)$ d'amplitude I_0 et l'exprimer sous la forme $\Delta i_0 = kI_0$ en précisant la valeur numérique de k.