II.B – Synthèse de la loi de commande et validation de la boucle d'asservissement

Q 12. Au regard des objectifs souhaités, c'est-à-dire de fournir un couple égal à un couple de référence, justifier le choix de la grandeur asservie.

La variable asservie est **l'intensité du moteur** :
Le couple moteur est proportionnel à l'intensité : $C_M(t) = K_c . i(t)$
L'objectif est la conception d'un actionneur permettant de délivrer un couple égal à un couple de référence. Pour asservir le couple on fait donc le choix d'asservir l'intensité moteur.
Un capteur de couple conduirait à un coût plus élevé.

Q 13. Exprimer le couple élastique ramené sur l'axe du moteur et préciser la norme du couple résistant total auquel est soumis le moteur. On supposera que le rendement de la transmission est égal à 1.

Isolons l'ensemble {moteur + mécanisme vis/écrou}

Bilan des puissances :

- Puissance du câble : $\wp(câble \rightarrow vis/0) = -\frac{C_e}{R} . \frac{p}{N_R} \omega_M = -\frac{C_e}{N} \omega_M$
- Puissance dû aux perturbations : $\wp(pert \rightarrow mot/0) = -C_{ext} \omega_M$
- Puissance motrice : $\wp(mot) = C_M \omega_M$

Energie cinétique de l'ensemble en mouvement :

- $Ec(mot + vis + écrou/0) = \frac{1}{2} I_M {\omega^2}_M$ (les autres masses et inerties sont négligées)

Le théorème d'énergie/puissance donne : $C_M \omega_M - \frac{C_e}{N} \omega_M - C_{ext} \omega_M = I_M \omega_M \frac{d\omega_M}{dt}$
Soit $C_M - \frac{C_e}{N} - C_{ext} = I_M \frac{d\omega_M}{dt}$
Le couple élastique ramené à l'axe de rotation moteur est donc : $\boxed{C'_e(t) = \frac{C_e(t)}{N}}$
Le couple résistant total est : $\boxed{C_r(t) = C'_e(t) + C_{ext}}$

Q 14. À partir des équations déterminées à la question 11, compléter le schéma bloc du document réponse figure R3 par les fonctions de transfert appropriées, exprimées avec une notation littérale.

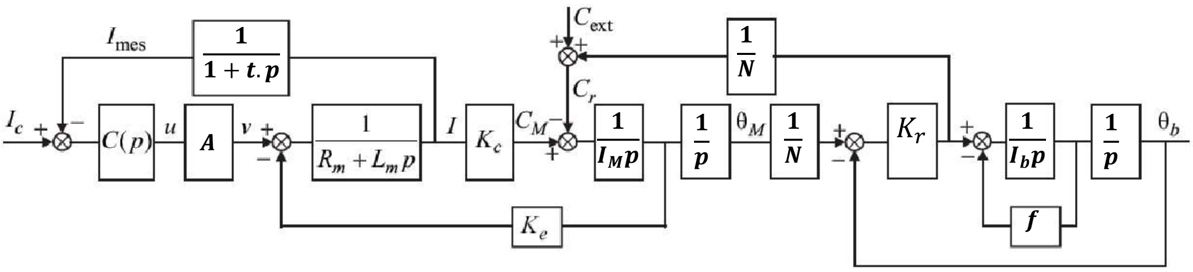


Figure R3

Q 15. Citez deux principes permettant de mesurer le courant dans le moteur.

- Une résistance calibrée en dérivation (shunt)
- Capteur de courant à effet Hall

II.B.1) Synthèse du régulateur P.I. de la boucle de courant

Q 16. Compléter le diagramme de la figure R4 par le tracé des diagrammes asymptotiques de la fonction *H*(*p*).

Les pulsations de coupure sont : 463 (numérateur), 122, 464, 1000 et 10000 (dénominateur).

$$H(p) = \frac{I_{mes}(p)}{U(p)} = \frac{0{,}0326p\left(1 + \frac{2 \times 0{,}08}{463}p + \frac{1}{(463)^2}p^2\right)}{\left(1 + \frac{p}{122}\right)\left(1 + \frac{2 \times 0{,}09}{464}p + \frac{1}{(464)^2}p^2\right)\left(1 + \frac{p}{10^3}\right)\left(1 + \frac{p}{10^4}\right)}$$

463 et 464 étant très proches l'un de l'autre, leur influence sera négligeable et peu visible sur les diagrammes de Bode.

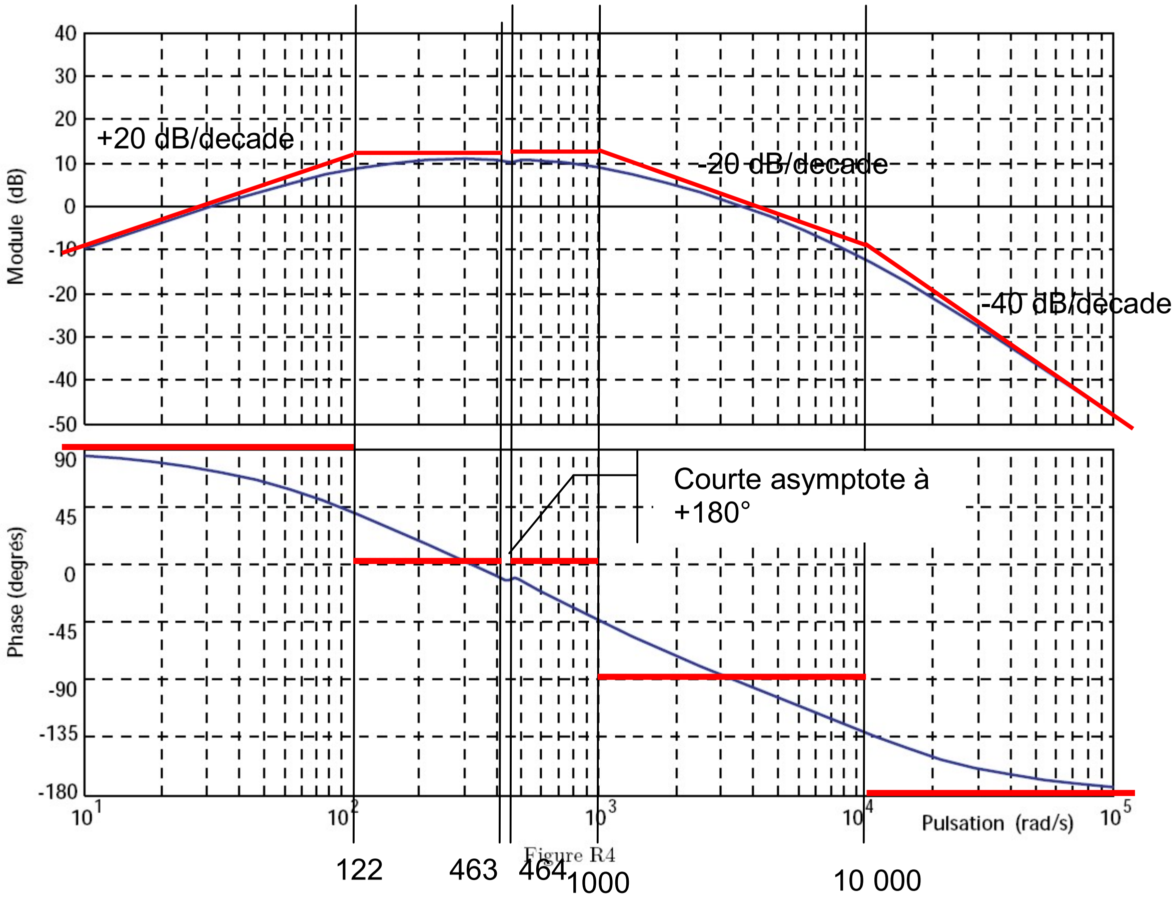


Figure R4

Q 17. En adoptant K = 1, tracer directement sur la figure R4 du document réponse, le diagramme de Bode (module et phase) de C(p) : diagrammes asymptotiques et allures des tracés réels avec les valeurs prises aux points caractéristiques.

$C(p) = K.\left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$ avec T_i = 0,3 ms soit $\frac{1}{T_i} = 3333\, rad/s$

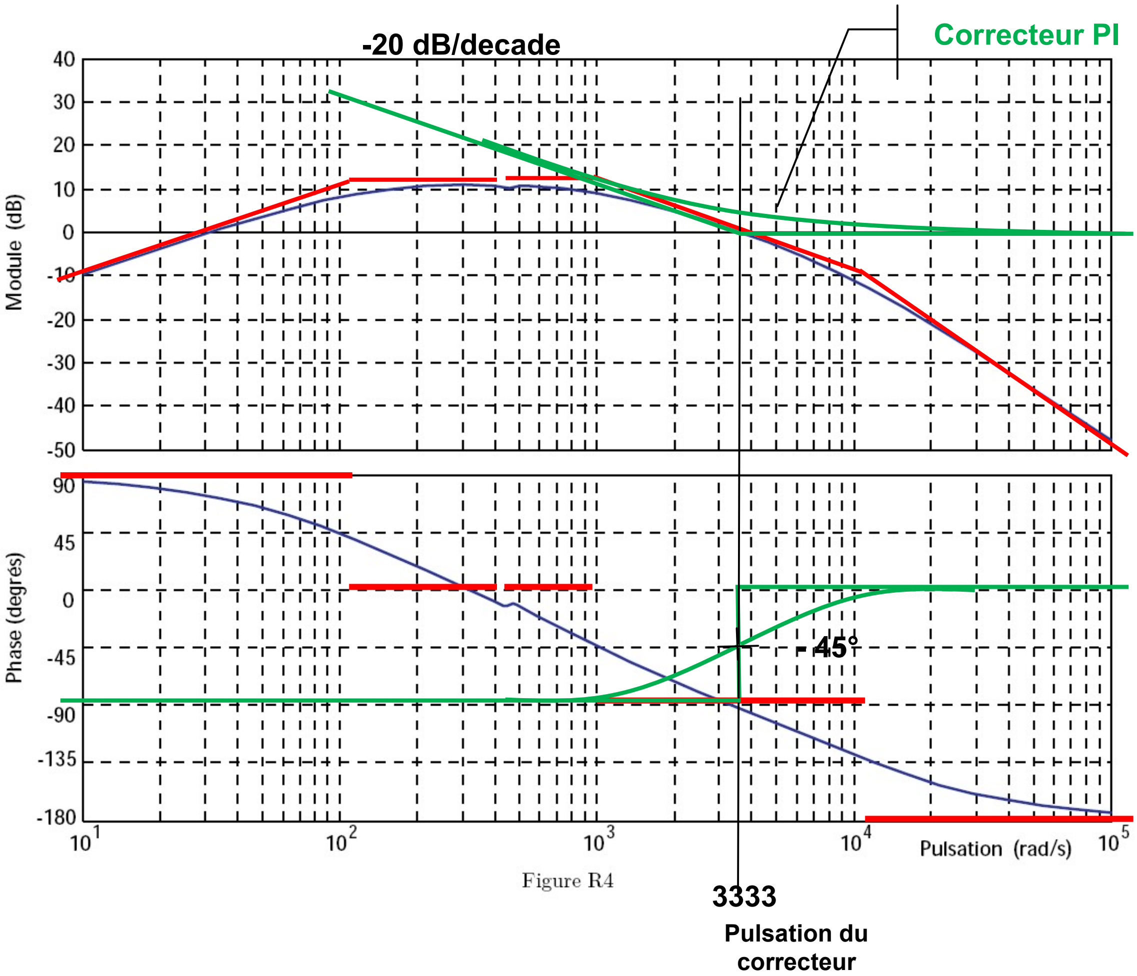
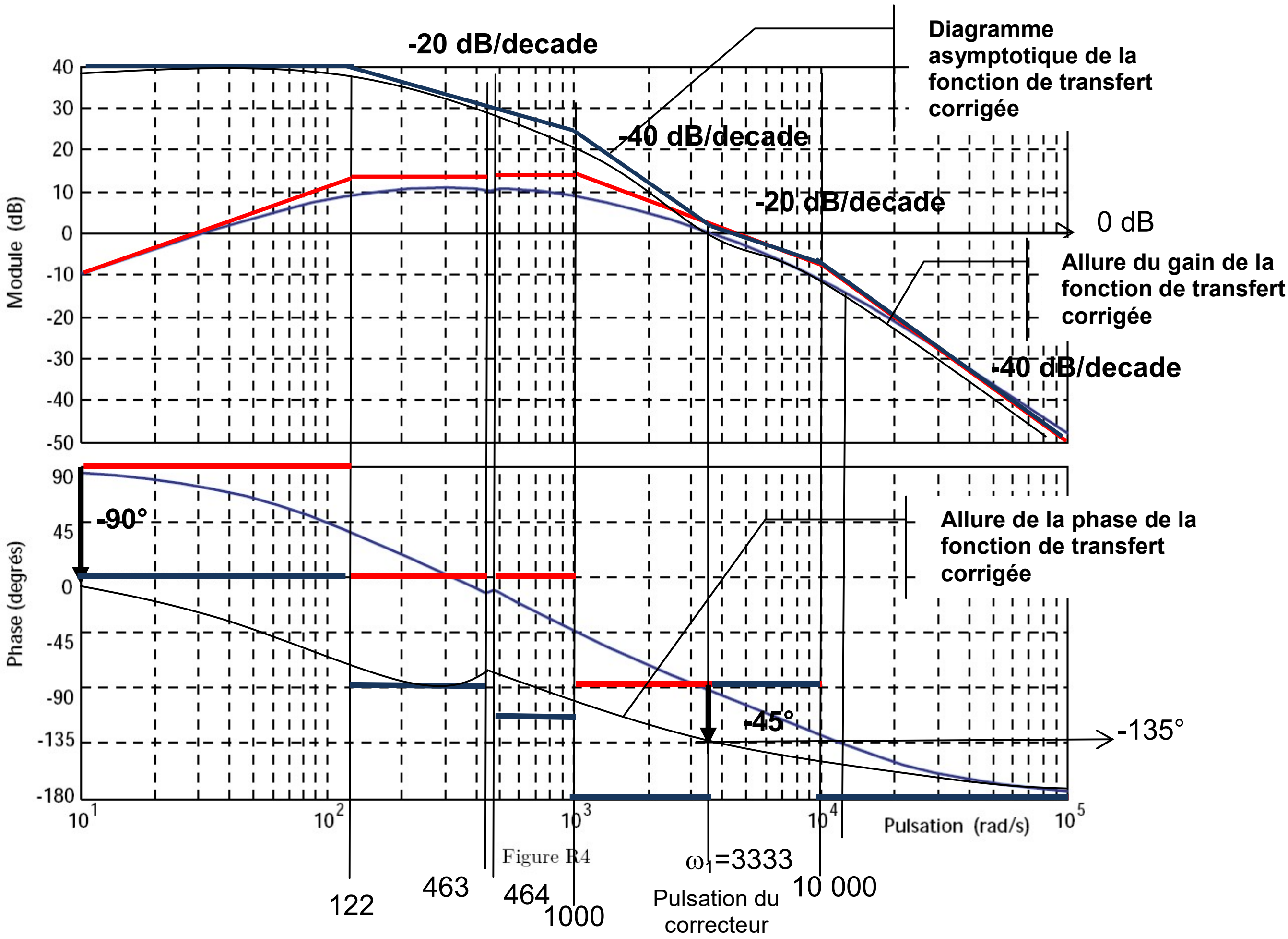


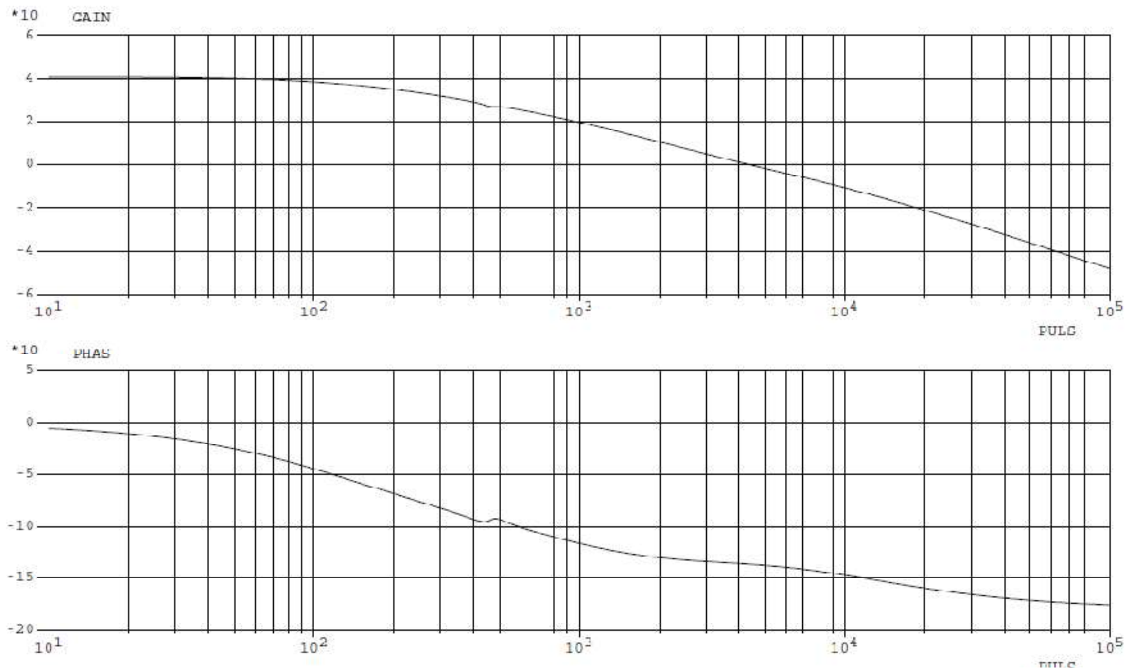
Figure R4

Q 18. En déduire les tracés asymptotiques et les allures des tracés réels du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée (on utilisera directement la figure R4 en différenciant les tracés par des couleurs différentes). Déterminer, sans calcul supplémentaire, la pulsation ω_1 telle que la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte est égale à −135° et la valeur numérique du gain statique.

On remarque que la phase de la fonction de transfert non corrigée vaut -90° approximativement en 3300 rad/s, ce qui correspond à la pulsation de coupure du correcteur PI (3333 rad/s pour lequel le déphasage vaut -45°).
Donc en 3300 rad/s environ, la phase corrigée est de -90°-45°=-135°
Soit $\boxed{\omega_1=3300 \text{ rad/s}}$;
A cette pulsation, le gain est de 0dB+3dB soit un gain statique $\boxed{\mathbf{10^{3/20} \approx 1,4}}$



Complément : tracé des diagrammes de Bode de la fonction de transfert corrigée en boucle ouverte



Valeurs plus précises (obtenue numériquement) : 3620 rad/s 2,56dB

Q 19. Déterminer alors la valeur du gain K permettant d'assurer une marge de phase de 45°.

On règle la valeur de K pour que le module de la fonction de transfert corrigée soit unitaire :
$20.logK + 3dB = 0$ soit $\boxed{K = 10^{-3/20} = 0{,}7}$

On considère maintenant le système corrigé avec le correcteur *C*(*p*) qui vient d'être déterminé.

Q 20. Déterminer un ordre de grandeur de la marge de gain obtenue et conclure sur la stabilité du système en boucle fermée.

La marge de gain est infinie car la phase est toujours supérieure à -180° et la marge de phase est positive (45°) donc le système ainsi corrigé est stable en boucle fermé.

Q 21. Déterminer l'écart statique $\Delta i_0 = \lim_{t\to\infty}\left(i_c(t) - i_{mes}(t)\right)$ en boucle fermée en réponse à un échelon de consigne ic(t) = $I_0\Gamma(t)$ d'amplitude I_0 et l'exprimer sous la forme $\Delta i_0 = kI_0$ en précisant la valeur numérique de k.

La fonction de transfert corrigée est $H_{BO}(p)=H(p).C(p)$.

Celle-ci étant de classe 0, l'écart statique en réponse à un échelon est : $\boxed{\Delta i_0 = \frac{1}{1+K_{bo}}.I_0}$ avec $K_{bo} = 0{,}0326.\frac{K}{T} = 0{,}0326.\frac{0{,}7}{3.10^{-4}} = 76$

Soit $\boxed{\Delta i_0 = 1{,}3.10^{-2} I_0}$