

Les performances de l'asservissement dépendent (entre autres) de la qualité de la chaîne d'information. Cela passe notamment par le réglage de la fréquence d'échantillonnage et la quantification du convertisseur analogique numérique (voir figure 17).

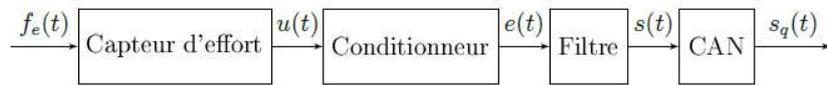
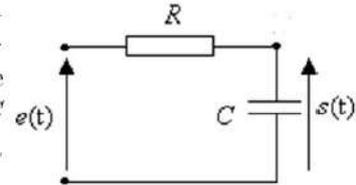


Figure 17 – Schéma de la chaîne d'acquisition

**Q16.** Il est nécessaire d'ajouter un filtre avant la Conversion Analogique Numérique. Ce filtre « anti-repliement » est généralement réglé à la fréquence  $f_0 = \frac{f_{ech}}{2}$  où  $f_{ech}$  est la fréquence d'échantillonnage qui est ici de 50 Hz. Calculer le produit  $RC$  du filtre passe bas schématisé sur la figure ci-contre pour que sa fréquence propre soit  $f_0$ .



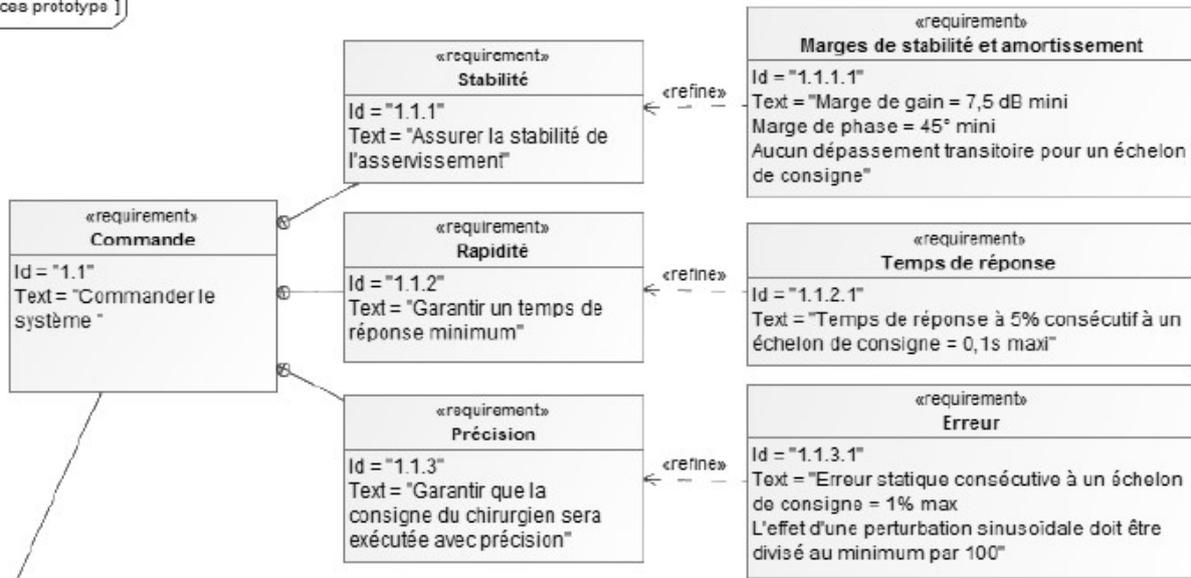
Dans une chaîne de traitement numérique du signal, l'échantillonnage est généralement suivi par une opération de quantification. La quantification est l'approximation de chaque valeur du signal  $s(t)$  par un multiple entier d'une quantité notée  $q$  et appelée « pas de quantification ». Il est directement lié au nombre de bits du convertisseur analogique numérique «  $N$  » ainsi que la plage de tension de convertisseur «  $A$  » par la relation  $q = \frac{A}{2^N}$  en volts/bit.

Le signal quantifié  $s_q(t)$  diffère du signal d'origine par un terme d'erreur  $e(t)$  qui va s'exprimer par  $s(t) = s_q(t) + e(t)$ .

Ce terme d'erreur  $e(t)$  est appelé bruit de quantification. Il traduit l'écart entre les signaux quantifiés et non quantifiés.

**Q17.** La plage de tension du convertisseur étant de 5 V, calculer le nombre de bits  $N$  nécessaires pour avoir une erreur  $e(t)$  de 0,005 V maximum.

ices prototype ]



## Modélisation et étude des performances du système sans correction

### Objectif

Identifier les performances non satisfaites afin de choisir un correcteur adapté.

La modélisation permettant de relier la consigne  $x_m(t)$  issue du dispositif maître au déplacement  $x_v(t)$  de l'organe terminal est représentée par le schéma bloc de la figure 18.

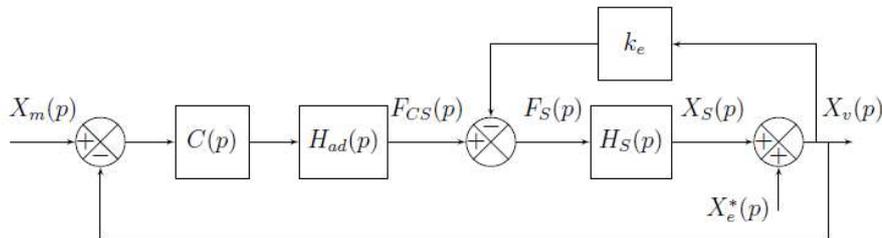


Figure 18 – Modélisation du dispositif esclave avec son environnement perturbé

- $H_{ad}(p) = k_a = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  permet d'adapter la consigne position en consigne force ;
- $H_S(p) = \frac{X_S(p)}{F_S(p)} = \frac{k_s}{p(m_S p + b_S)}$  avec  $k_s = 1 \text{ m} \cdot \text{N}^{-1}$ ,  $m_S = 0,152 \text{ kg}$  et  $b_S = 1,426 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$  ;
- $k_e = 200 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ .

**Q18.** Simplifier le schéma bloc précédant pour lui donner la forme illustrée par la figure 19. Exprimer  $H_t(p)$  et  $H(p)$  en fonction de  $k_e$ ,  $k_a$  et  $H_S(p)$

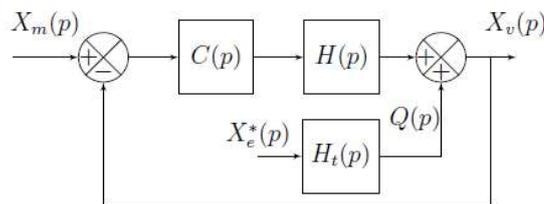


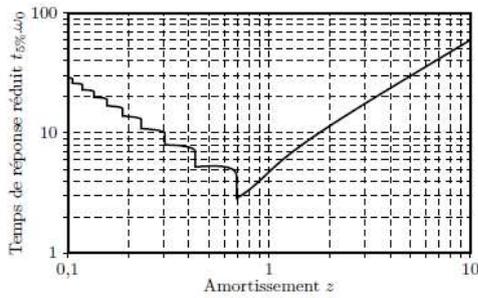
Figure 19 – Modélisation simplifiée du dispositif esclave

Pour la suite du problème, on prendra :  $H(p) = \frac{1}{m_s p^2 + b_s p + k_e}$ .

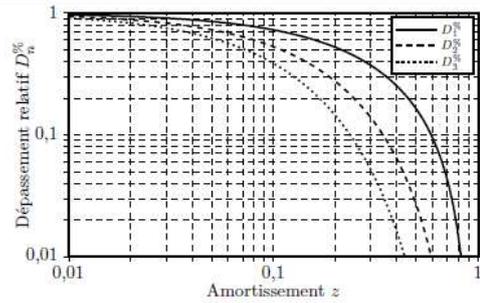
### Vérification des exigences sans correction : $C(p) = 1$

**Q19.** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée (avec une perturbation nulle :  $X_e^*(p) = 0$ ) :  $F_{BF1}(p) = \frac{X_v(p)}{X_m(p)}$ , puis la mettre sous forme canonique de façon à identifier les paramètres caractéristiques : gain statique ( $K$ ), pulsation propre ( $\omega_0$ ) et coefficient d'amortissement ( $z$ ). Faire l'application numérique.

**Q20.** En vous aidant des abaques de la figure 20, Vérifier les exigences « stabilité » (uniquement l'amortissement), « rapidité » et « précision » (uniquement l'erreur statique).



(a) Abaque du temps de réponse réduit



(b) Abaque des dépassements relatifs

Figure 20 – Abaques du temps de réponse réduit et des dépassements relatifs pour un système linéaire d'ordre 2

## Modélisation et étude des performances du système avec correction intégrale : $C(p) = \frac{K_i}{p}$ .

### — Objectif —

Vérifier la capacité d'une correction intégrale à atteindre les exigences.

**Q21.** Les résultats d'une simulation pour un gain  $K_i = 100$  sont donnés sur le document réponse DR1. Vérifier les exigences « stabilité », « rapidité », « précision » (uniquement l'erreur statique) et compléter le tableau du document réponse DR1.

**Q22.** Pour améliorer la rapidité, il faut augmenter le gain  $K_i$ . Déterminer la valeur  $K_{imax}$  du coefficient  $K_i$  qui permet de respecter les marges de stabilité.

**Q23.** En analysant la courbe réponse du document DR2, compléter le tableau du document DR2 puis conclure sur la capacité du correcteur à valider simultanément les exigences de « stabilité » et de « rapidité ».

**Q24.** Le diagramme de Bode de la figure 21 représente la réponse fréquentielle (courbe de gain uniquement) de la fonction  $F_{BF2}(j\omega) = \frac{X_v(j\omega)}{X_e^*(j\omega)}$  pour  $K_i = K_{imax}$ . Quelle sera l'atténuation minimale de la perturbation  $x_e^*$  (en %) sur l'intervalle  $[1,25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}; 12,5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}]$  :  $|F_{BF2}(j\omega)|_{min}$ . Conclure sur la validation de l'exigence de « précision ».

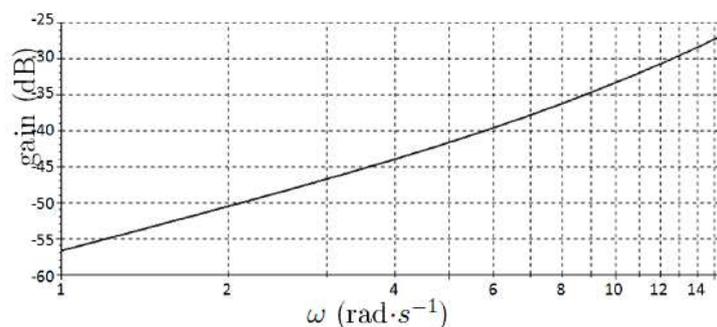


Figure 21 – Diagramme de Bode sur l'intervalle  $[1,25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}(0,2 \text{ Hz}); 12,5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}(2 \text{ Hz})]$  du système sollicité uniquement par la perturbation sinusoïdale.

## Modélisation et étude des performances du système avec correction IMC

### Objectif

Améliorer la rapidité tout en atténuant la perturbation sinusoïdale.

Pour améliorer l'atténuation de la perturbation sinusoïdale, il est possible de changer la structure de l'asservissement et d'opter pour une correction IMC (Internal Model Corrector) dont le schéma bloc est donnée sur la figure 22 :

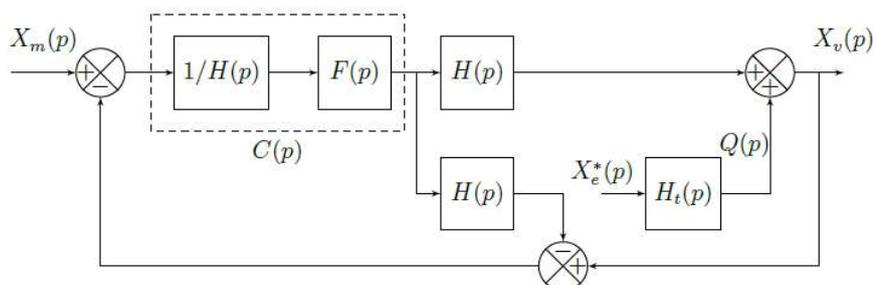


Figure 22 – Modélisation avec correcteur IMC

Avec  $F(p)$  la fonction de transfert d'un filtre de la forme  $F(p) = \frac{1}{(1+Tp)^2}$  et  $H(p) = \frac{1}{(m_s p^2 + b_s p + k_e)}$ .

La grandeur de sortie  $X_v(p)$  peut s'exprimer par l'équation :

$$X_v(p) = A(p) X_m(p) + B(p) Q(p) \text{ avec } A(p) = \frac{1}{(1+Tp)^2} \text{ et } B(p) = \frac{Tp(2+Tp)}{(1+Tp)^2}.$$

**Q25.** Indiquer s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de  $T$  pour améliorer le temps de réponse consécutif à un échelon de consigne  $x_m(t) = x_0$  (on prendra  $Q(p) = 0$  pour cette question). Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de  $T$  permettant de satisfaire l'exigence de « rapidité ».

**Q26.** Le diagramme de Bode de  $B(j\omega)$  pour  $T = 1$  s est donné sur le document réponse DR3. Indiquer s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de  $T$  pour minimiser l'effet de la perturbation sur l'intervalle  $[1,25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}; 12,5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}]$ . Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de  $T$  permettant de satisfaire l'atténuation de la perturbation liée à l'exigence de « précision » sur cet intervalle.

### Question 21

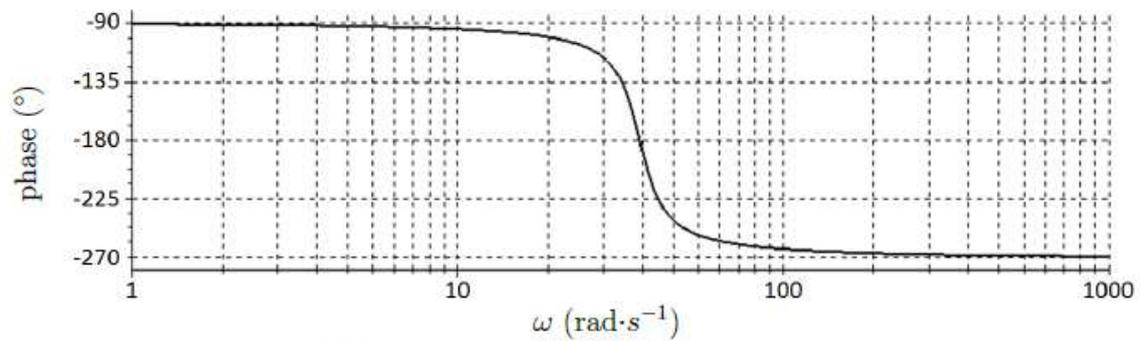
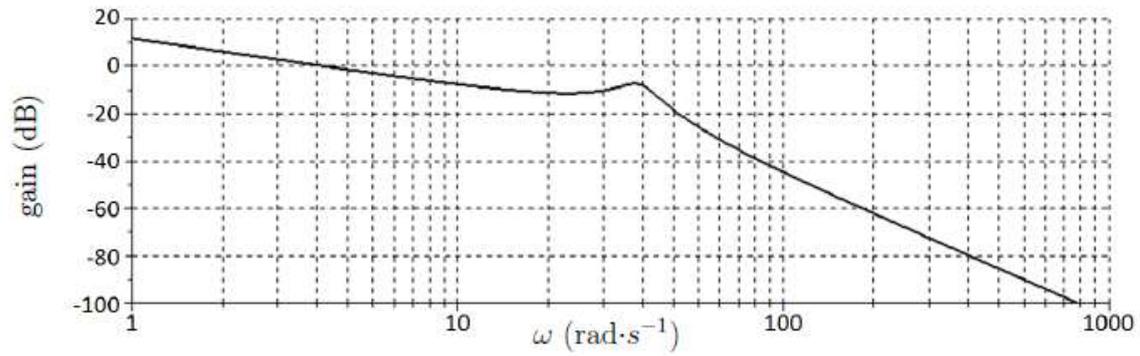
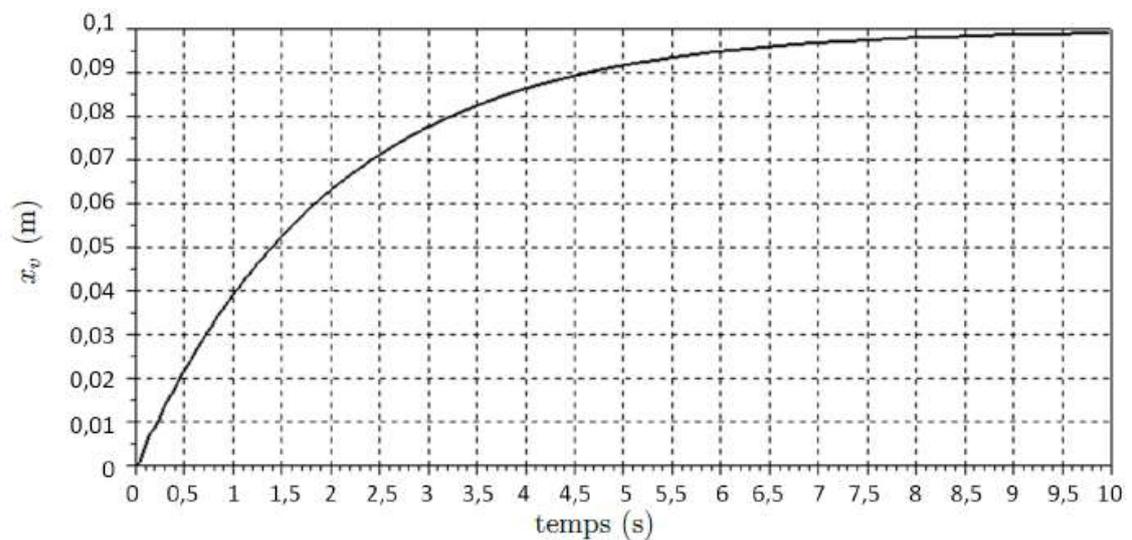


Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour  $K_i = 100$

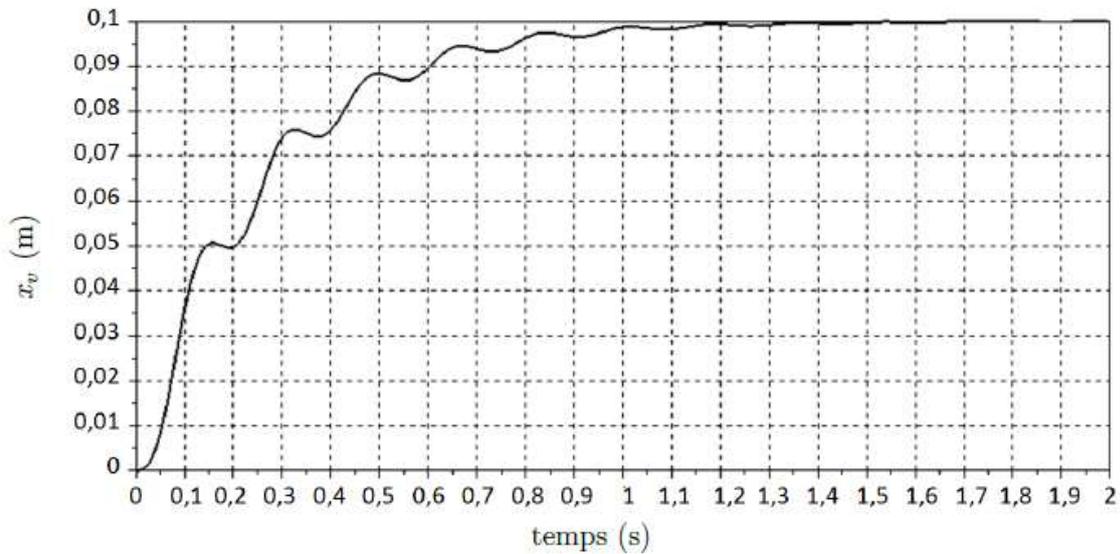


Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm et  $K_i = 100$

Temps de réponse à 5 %	
Amplitude du premier dépassement	
Erreur statique	
Marge de phase	
Marge de gain	

DR1 – Performance de l’asservissement avec correction PI et  $K_i = 100$

**Question 23**

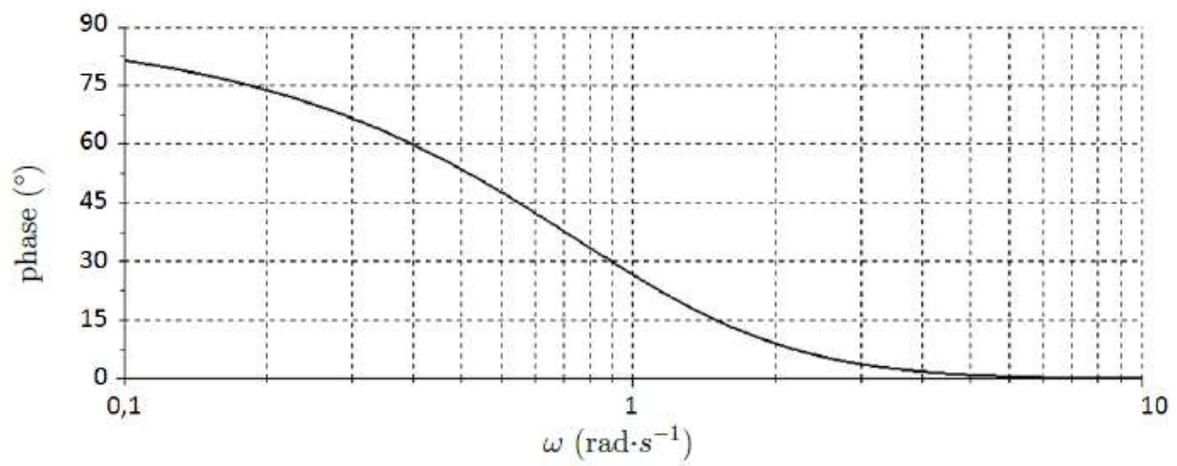
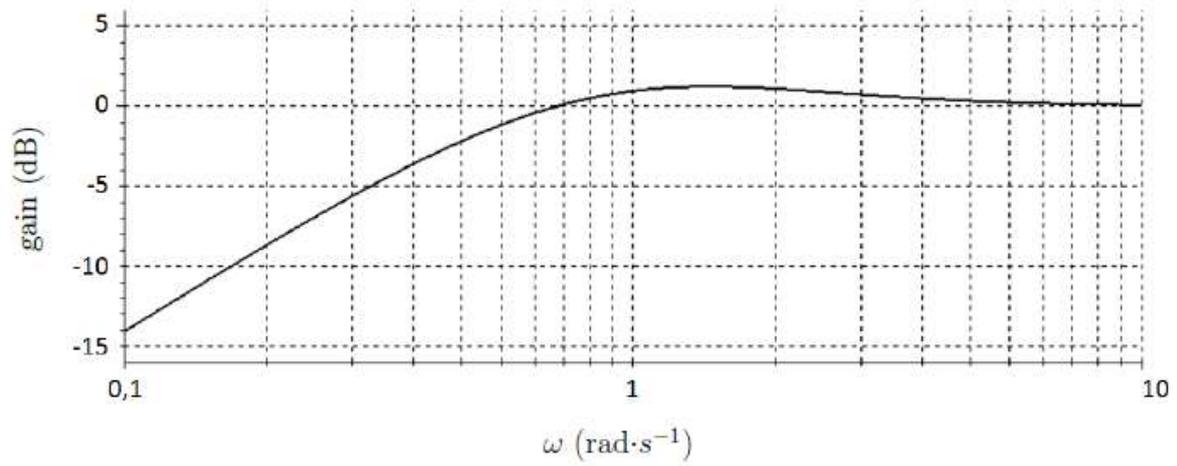


Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm avec le réglage  $K_{imax}$

Temps de réponse à 5 %	
Amplitude du premier dépassement	
Erreur statique	

**Conclusion :**

DR2 – Performance de l’asservissement avec correction PI et  $K_i = K_{imax}$



DR3 – Réponse fréquentielle de  $B(j\omega)$