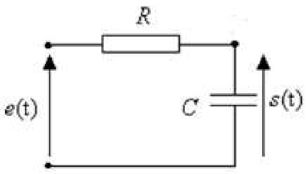
Q16. Il est nécessaire d'ajouter un filtre avant la Conversion Analogique Numérique. Ce filtre « anti-repliement » est généralement réglé à la fréquence $f_0 = \frac{f_{ech}}{2}$ où f_{ech} est la fréquence d'échantillonnage qui est ici de 50 Hz. Calculer le produit RC du filtre passe bas schématisé sur la figure ci-contre pour que sa fréquence propre soit f_0.



$$\begin{cases} s(t) = \dfrac{1}{C}\int_0^t i(u)\,\mathrm{d}u \\ e(t) = \dfrac{1}{C}\int_0^t i(u)\,\mathrm{d}u + Ri(t) \end{cases} \xrightarrow{L} \begin{cases} S(p) = \dfrac{I(p)}{Cp} \\ E(t) = \dfrac{I(p)}{Cp} + RI(p) \end{cases}$$

On en déduit : $\dfrac{S(p)}{E(p)} = \dfrac{\dfrac{1}{Cp}}{\dfrac{1}{Cp}+R} = \dfrac{1}{1+RCp}$

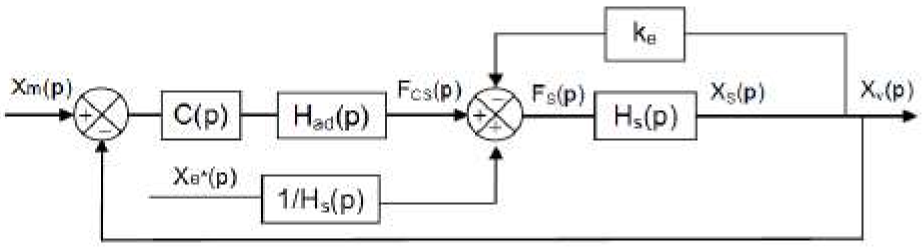
La pulsation propre du filtre est $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$. On en déduit la fréquence propre $f_0 = \dfrac{1}{2\pi RC}$.

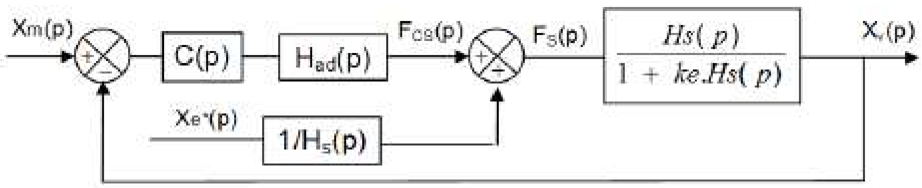
Finalement $RC = \dfrac{1}{2\pi f_0}$. AN : $RC = \dfrac{1}{50\pi}$

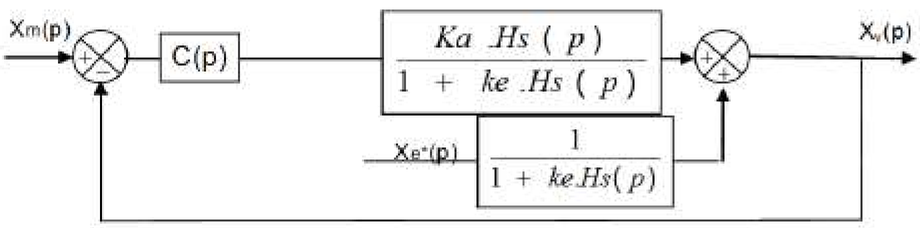
Q17. La plage de tension du convertisseur étant de 5 V, calculer le nombre de bits N nécessaires pour avoir une erreur $e(t)$ de 0,005 V maximum.

$e_{Max} \leq \dfrac{A}{2^N} \Rightarrow N \geq \dfrac{ln\left(\frac{A}{e_{Max}}\right)}{ln(2)}$ avec $A = 5$ et $e_{Max} = 0.005$ on obtient : $N \geq 9{,}9$ soit $N = 10$

Q18. Simplifier le schéma bloc précédant pour lui donner la forme illustrée par la figure ??. Exprimer $H_t(p)$ et $H(p)$ en fonction de k_e, k_a et $H_s(p)$







Q19. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée (avec une perturbation nulle : $X_e^*(p) = 0$) : $F_{BF1}(p) = \dfrac{X_v(p)}{X_m(p)}$, puis la mettre sous forme canonique de façon à identifier les paramètres caractéristiques : gain statique (K), pulsation propre (ω_0) et coefficient d'amortissement (z). Faire l'application numérique.

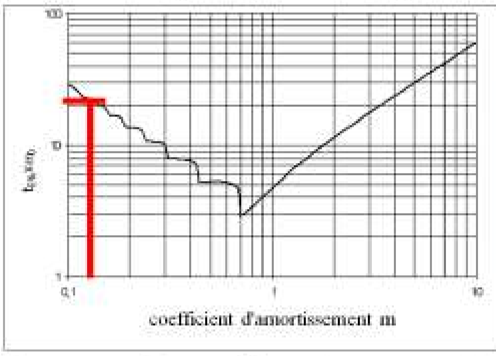
$$FTBF(p) = \frac{X_v(p)}{X_m(p)} = \frac{C\,H(p)}{1 + C\,H(p)} = \frac{C}{m_s\,p^2 + b_s\,p + k_e + C} = \frac{\dfrac{C}{k_e + C}}{\dfrac{m_s}{k_e + C}p^2 + \dfrac{b_s}{k_e + C}p + 1}$$

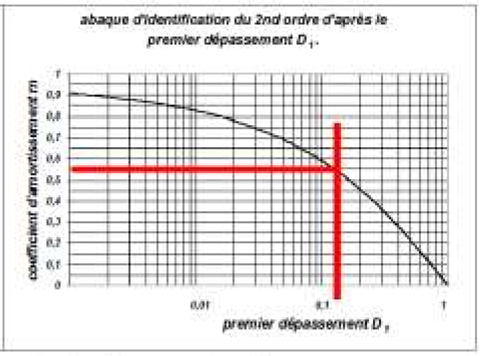
$$FTBF(p) = \frac{K}{\dfrac{p^2}{\omega_0^2} + \dfrac{2\,z}{\omega_0}p + 1}$$

avec : $K = \dfrac{C}{k_e + C} \approx 0{,}005$; $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k_e + C}{m_s}} \approx 36{,}36\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$; $z = \dfrac{b_s}{2\sqrt{m_s(k_e + C)}} \approx 0{,}13$

Remarque : application numérique avec C=1

Q20. En vous aidant des abaques de la figure ??, Vérifier les exigences « stabilité » (uniquement l'amortissement), « rapidité » et « précision » (uniquement l'erreur statique).



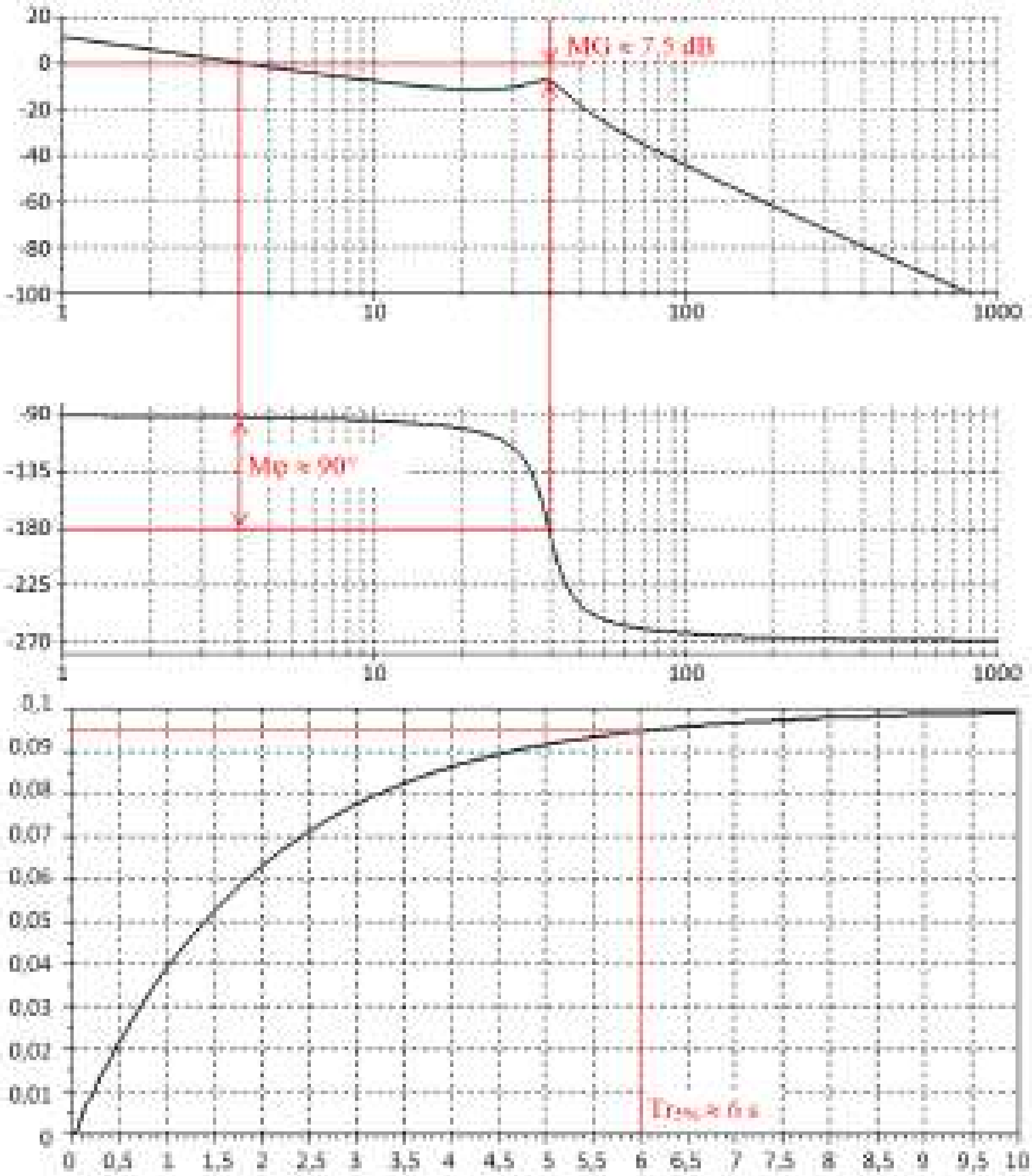


Pour un coefficient d'amortissement voisin de 0,13 le premier dépassement transitoire de la valeur finale est proche de 55% (d'après l'abaque).
Le critère d'amortissement n'est pas validé (on demande aucun dépassement)

Pour un coefficient d'amortissement voisin de 0,13 $Tr_{5\%}\,\omega_0 \approx 23 \Rightarrow Tr_{5\%} \approx \dfrac{23}{36{,}36} \approx 0{,}63s.$
Le critère de rapidité n'est pas vérifié (on demande 0,1 s max)

L'erreur statique (en valeur relative) est donnée par $1 - K \approx 100\%$.
Le critère de précision n'est pas vérifié (on demandait moins de 1%)

Q21. Les résultats d'une simulation pour un gain $K_1 = 100$ sont donnés sur le document réponse DR??. Vérifier les exigences « stabilité », « rapidité », « précision » (uniquement l'erreur statique) et compléter le tableau du document réponse DR??.



Temps de réponse à 5%	Amplitude du premier dépassement	Erreur statique	Marge de phase	Marge de gain
6 s	0	0	90°	7,5 dB
non validé	validé	validé	validé	tout juste validé

Q22. Pour améliorer la rapidité, il faut augmenter le gain K_i. Déterminer la valeur K_{imax} du coefficient K_i qui permet de respecter les marges de stabilité.

En augmentant le gain de la FTBO, on remonte la courbe de gain ce qui va diminuer le marge de gain et la marge de phase.
2 réponses possibles :
- le candidat a évalué la marge de gain à 7,5 dB et dans ce cas il n'est pas possible d'améliorer la rapidité en respectant les marges de stabilité.
- le candidat a évalué la marge de gain à 10 dB et dans ce cas il est possible de remonter la courbe de gain de 2,5 dB.

$20\, log K = 2{,}5 \Rightarrow K = 10^{\frac{2{,}5}{20}} \approx 1{,}33$

On a donc $Ki_{max} = 133$

Q23. En analysant la courbe réponse du document DR??, compléter le tableau du document DR?? puis conclure sur la capacité du correcteur à valider simultanément les exigences de « stabilité » et de « rapidité ».

Temps de réponse à 5%	**Amplitude du premier dépassement**	**Erreur statique**
0,75 s	0	0
non validé	validé	validé

Q24. Le diagramme de Bode de la figure ?? représente la réponse fréquentielle (courbe de gain uniquement) de la fonction $F_{BF2}(j\omega) = \dfrac{X_v(j\omega)}{X_e^*(j\omega)}$ pour $K_i = K_{imax}$. Quelle sera l'atténuation minimale de la perturbation x_e^* (en %) sur l'intervalle $[1{,}25\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}; 12{,}5\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}]$: $|F_{BF2}(j\omega)|_{min}$. Conclure sur la validation de l'exigence de « précision ».

On doit avoir $\dfrac{X_v}{X_e^*} < 0{,}01$.

Le diagramme de bode donne $-51 < 20\, log\dfrac{X_v}{X_e^*} < -30$.

C'est à dire : $10^{\frac{-50}{20}} < \dfrac{X_v}{X_e^*} < 10^{\frac{-30}{20}}$

finalement :

$$0{,}003 < \frac{X_v}{X_e^*} < 0{,}03$$

Le critère de précision n'est pas validé

Q25. Indiquer s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de T pour améliorer le temps de réponse consécutif à un échelon de consigne $x_m(t) = x_0$ (on prendra $Q(p) = 0$ pour cette question). Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de T permettant de satisfaire l'exigence de « rapidité ».

$tr_{5\%}\, \omega_0 \approx 5$ pour $z = 1$ et $\omega_0 = \dfrac{1}{T} \Rightarrow T = \dfrac{tr_{5\%}}{5} \Rightarrow T_{max} = 0{,}02\,\text{s}$

Il faut diminuer T pour diminuer le temps de réponse.

Q26. Le diagramme de Bode de $B(j\omega)$ pour $T = 1\,\mathrm{s}$ est donné sur le document réponse DR??. Indiquer s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de T pour minimiser l'effet de la perturbation sur l'intervalle $[1{,}25\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}; 12{,}5\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$. Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de T permettant de satisfaire l'atténuation de la perturbation liée à l'exigence de « précision » sur cet intervalle.

Il faut décaler la courbe de gain vers la droite afin de placer la borne 12,5 à -40 dB.

On remarque que G(0,7) = 0 dB. Par rapport à ce point il y a une chute de -20 dB/decade lorsque la pulsation diminue. On a donc G(0,007)= -40 dB. On souhaite avoir G(12,5) = -40 dB.

Il faut donc décaler la courbe vers la droite de $\dfrac{12{,}5}{0{,}007} = 1785\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ on a donc $T = \dfrac{1}{1785} = 0{,}0005\,\mathrm{s}$