

DS7 de Physique du 22/03/25**Calculatrice autorisée****Durée 4h*****Rappel des consignes :****Présentation de la copie :*

- *Laisser une marge à gauche pour la notation.*
- *Encadrer ou souligner les résultats.*
- *Donner le numéro complet de la question à laquelle vous répondez.*

Rédaction :

- *Répondre précisément aux questions posées*
- *Respecter les notations de l'énoncé.*
- *Ne pas utiliser d'abréviations (sauf si elles ont été définies)*
- *Justifier tous les résultats.*
- *Rédiger de façon claire, précise et concise.*
- *Citer le nom des lois utilisées.*
- *Toujours donner un résultat littéral (avant de faire éventuellement l'application numérique), sans application numérique intermédiaire, sans mélanger littéral et numérique.*
- *Contrôler l'homogénéité du résultat.*

Applications numériques :

- *Donner un nombre raisonnable de chiffres significatifs.*
- *Arrondir correctement la valeur donnée par la calculatrice.*
- *Ne jamais oublier les unités.*
- *Contrôler que l'ordre de grandeur est raisonnable.*
- *Ne jamais réutiliser le résultat arrondi d'une application numérique précédente (pour éviter les erreurs d'arrondis)*

La notation prendra en compte le respect de ces consignes (aucun point pour un résultat non homogène, des points de rédaction...)

Problème 1 : Analyse physique d'un spa

La pandémie de COVID-19 a profondément changé la consommation de loisirs des français. N'étant pas sûrs de pouvoir voyager ou que les campings et plages soient accessibles, nombreux sont ceux qui ont cherché à se procurer du bien-être dans leur propre habitation en achetant une piscine ou un spa gonflable. Dans ce problème plusieurs aspects de l'utilisation du spa sont abordés, de la première installation au stockage hivernal.



FIGURE 1 – Photographie du spa étudié

Les applications numériques comporteront deux chiffres significatifs. Les données nécessaires à ces applications numériques et certaines définitions habituelles sont rassemblées en fin d'énoncé. **Elles sont complétées par un formulaire.** Les vecteurs sont généralement notés avec des flèches (\vec{v} de norme v) et sont surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires (\hat{u}_x).

A. Gonflage

Le manuel d'utilisation fournit quelques données numériques :

Hauteur du spa gonflé sans couverture	$H = 1,0 \text{ m}$
Hauteur d'eau	$h_e = 3/4 \text{ m} = 75 \text{ cm}$
Diamètre intérieur	$d_{\text{int}} = \sqrt{2} \text{ m} = 1,4 \text{ m}$
Diamètre extérieur	$d_{\text{ext}} = 2,0 \text{ m}$
Temps de gonflage	$t_g = 10 \text{ min}$
Seuil d'ouverture de la valve de surpression	$\delta p = 0,1 \text{ bar}$

L'enveloppe du spa se gonfle d'air, considéré comme un gaz parfait, grâce à une pompe contenue dans l'unité de contrôle. On considère que l'enveloppe prend sa forme définitive sans pli dès que la pression intérieure à l'enveloppe atteint la pression de l'air extérieur supposée égale à 1 bar. On ne prendra pas en compte l'épaisseur du tapis de fond en plastique du spa.

1. Quel est le débit volumique moyen D_p de la pompe en litres par seconde ?
2. Une fois gonflé en un temps t_g , le volume du spa reste constant. Si l'utilisateur oublie d'arrêter la pompe, au bout de combien de temps la valve de surpression s'ouvre-t-elle ?
On supposera ici que la température de l'air dans l'enveloppe reste constante.
3. Le spa est gonflé en t_g un matin à 15°C . En supposant que la pression extérieure et que le volume de l'enveloppe du spa restent constants au cours de la journée mais que la température extérieure peut augmenter, à partir de quelle température la valve de surpression s'ouvre-t-elle ?

B. Chauffage de l'eau

Le spa est équipé d'une unité de contrôle composée notamment d'une pompe de chauffage permettant de faire circuler l'eau à travers une source chaude. La vitesse de ce système de chauffage indiquée sur le manuel du spa est de $v_c = 2^\circ \text{C} \cdot \text{h}^{-1}$ jusqu'à une température maximale de 40°C .

4. Estimer la durée nécessaire pour atteindre la température maximale de 40°C depuis une température initiale de 20°C . La puissance de chauffage de l'unité de contrôle indiquée sur le manuel est $P_c = 2,5 \text{ kW}$: est-ce cohérent avec le résultat précédent ?

C. Pertes calorifiques

L'eau du spa est chauffée à $T_{\text{int}} = 38^\circ \text{C}$ et le système de chauffage est arrêté. Le spa est installé sur la pelouse du jardin, que l'on assimile à une épaisseur $e_h = 5 \text{ mm}$ d'herbe tassée sous l'effet du poids. On suppose le sol et l'air extérieur à $T_{\text{ext}} = 25^\circ \text{C}$. La température de l'eau variant très lentement, on se place en régime quasi stationnaire. Toutes les parties en contact avec l'air sont sièges d'échange conducto-convectif de coefficient h_a . On rappelle que la puissance s'écrit dans ce cas $\mathcal{P} = h_a S \Delta T$, où S est la surface d'échange et ΔT l'écart de température sur cette surface. On néglige l'épaisseur de l'enveloppe en plastique du spa.

5. Définir la notion de résistance thermique. Exprimer, en fonction des variables du problème, la résistance thermique de conduction des parois verticales du spa notée R_p (on se placera en symétrie cylindrique), ainsi que celle, notée R_t , du « tapis » d'herbe sous l'installation.

Les valeurs numériques avec un seul chiffre significatif de ces deux quantités sont respectivement $R_p = 3 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$ et $R_t = 5 \times 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$. On donne aussi celle de la résistance thermique due aux échanges convectifs entre l'eau et la paroi verticale du spa $R_{\text{pc}} = 2 \times 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$ ainsi que celle due aux échanges convectifs entre la surface de l'eau et l'air $R_s = 6 \times 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.

6. Calculer la résistance totale entre l'eau du spa de température T_{int} et l'extérieur (l'air et le sol) de température T_{ext} .
7. Montrer que l'écart de température est de la forme $T_{\text{int}}(t) - T_{\text{ext}} = (T_{\text{int}}(t) - T_{\text{ext}})e^{-1/\tau}$ et calculer le temps caractéristique τ dont on commentera la valeur.

Pour minimiser les pertes calorifiques et donc la consommation d'énergie, le manuel préconise de couvrir le spa à l'aide de sa couverture lorsque personne ne l'utilise, ainsi que de l'installer sur une toile de sol constituée d'un tapis de bulles d'air d'épaisseur $e_t = 5 \text{ mm}$. Pour simplifier, on considère que la couverture du spa est gonflée d'air et qu'elle vient combler exactement l'espace entre la surface de l'eau et le haut du spa. Elle est donc d'une épaisseur constante $e_s = 25 \text{ cm}$ et elle recouvre l'intégralité du spa.

8. Estimer le gain obtenu sur le temps caractéristique en installant la toile de sol et la couverture.
9. La toile de sol et la couverture étant installées, quelle puissance faudrait-il fournir pour maintenir constante la température de l'eau du spa ?

Données

Pour l'eau considérée dans le sujet on prendra

- Masse volumique : $\rho_e = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Capacité thermique massique : $c_e = 4,2 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$
- Viscosité dynamique (supposée indépendante de la température) : $\eta_e = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

Pour l'air considéré dans le sujet on prendra

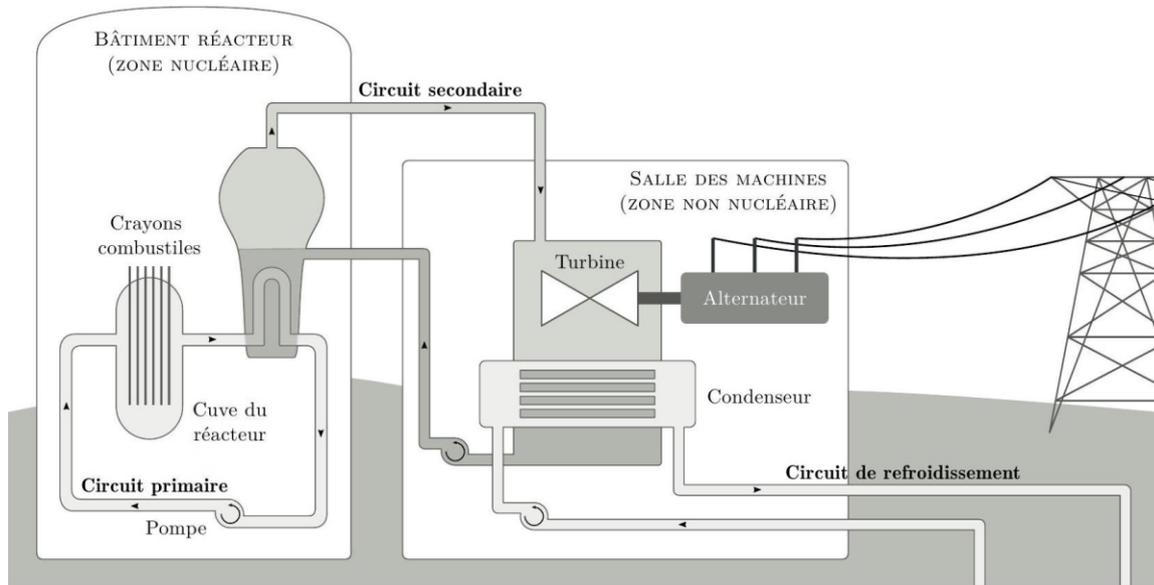
- Conductivité thermique : $\lambda_a = 2,5 \times 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Coefficient d'échange conducto-convectif : $h_a = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
- Masse volumique : $\rho_a = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Coefficient adiabatique : $\gamma_a = 1,4$
- Capacité thermique massique à volume constant : $c_a = 7,1 \times 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Pour l'herbe considéré dans le sujet on prendra :

- Conductivité thermique : $\lambda_h = 3,5 \times 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Problème 2 : Autour d'une centrale nucléaire

Une centrale nucléaire utilise l'énergie dégagée par la fission nucléaire des atomes d'uranium placés au cœur du réacteur. La chaleur générée par la fission est transférée à un fluide caloporteur, généralement de l'eau qui circule dans le circuit primaire. L'eau du circuit primaire est portée à très haute température par l'effet des réactions de fission nucléaire qui ont lieu au sein du cœur du réacteur. Elle passe aussi dans un pressuriseur qui maintient sa pression constante et égale à $p = 155$ bar, puis effectue un échange thermique avec le circuit secondaire dans un générateur de vapeur: l'énergie thermique dégagée par l'eau du premier circuit vaporise alors l'eau du second, qui fait ensuite tourner plusieurs turbines génératrices d'énergie mécanique, elle-même enfin transformée en énergie électrique par un alternateur.



Fleuve ou mer

Figure 1 Principe d'un réacteur nucléaire. Librement adapté d'une illustration EDF.

Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées et demandent de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées par le candidat sur sa copie; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées. Le barème tient compte du temps nécessaire pour explorer ces pistes et élaborer un raisonnement, il valorise ces questions de façon très significative.

Un formulaire et certaines données numériques sont disponibles en fin d'énoncé.

I. Étude du circuit primaire

Le cœur est constitué de $N = 41448$ crayons combustibles. Chaque crayon combustible est constitué d'un cylindre de hauteur $H = 3,66$ m et de diamètre $d = 2R_4 = 9,5$ mm. Ces crayons sont le siège de réactions de fission, exothermiques.

La puissance thermique développée dans le cœur vaut : $P_1 = 2776$ MW.

Le circuit primaire doit être correctement dimensionné pour prévenir tout échauffement anormal du combustible, $UO_{2(s)}$, dont la température de fusion vaut 2800 °C.

La conductivité thermique de $UO_{2(s)}$ vaut $\lambda_2 = 3,5$ W · m⁻¹ · K⁻¹.

La pression de vapeur saturante de l'eau à 345 °C vaut 155 bar.

Dans cette partie, on se place en régime stationnaire et on néglige les variations d'énergie mécanique.

IA - Évolution de la température entre le cœur du combustible et le fluide caloporteur

On étudie l'évolution de la température entre le centre du combustible $UO_{2(s)}$ et l'eau du circuit primaire, qui circule dans l'espace annulaire de rayon allant de R_4 à R_5 et entourant les crayons. On suppose que la température du fluide caloporteur (l'eau) est une constante et vaut $T_5 = 303$ °C. (Voir figure 2 page suivante)

On note T_2 et T_3 les températures de part et d'autre de l'interface entre le combustible et la gaine. On note T_4 et T_5 les températures de part et d'autre de l'interface entre la gaine et le fluide caloporteur.

Pour simplifier, on néglige les effets de bord à chaque extrémité des cylindres ; on considère pour l'étude que les N crayons combustibles de hauteur H sont disposés les uns au-dessus des autres et que les échanges thermiques se font exclusivement selon une direction radiale.

Les échanges thermiques au niveau d'une interface sont modélisés selon la relation de Newton : la puissance thermique traversant une surface dS de cette interface (*interface solide-fluide ou interface entres solides avec contact thermique imparfait*) s'écrit $h dS(T_s - T_a)$ où h désigne le coefficient de transfert conducto-convectif et T_s et T_a désignent les températures de part et d'autre de l'interface.

Le coefficient de transfert conducto-convectif entre le combustible et la gaine vaut $h_2 = 10 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. Le coefficient de transfert conducto-convectif entre la gaine et le fluide caloporteur vaut $h_4 = 25 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. Chaque crayon est entouré d'une gaine d'épaisseur $e = R_4 - R_3 = 0,60 \text{ mm}$ dont la conductivité thermique vaut $\lambda_3 = 16 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

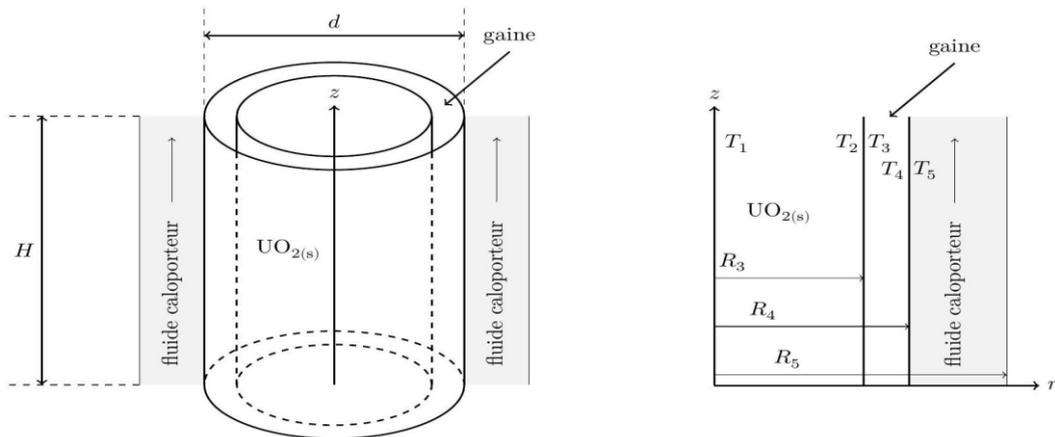


Figure 2

Q 1. Exprimer et calculer la surface latérale totale, notée S_{tot} , de l'ensemble des N crayons combustibles entourés de la gaine en fonction de N , d et H .

On note P_V la puissance thermique par unité de volume engendrée par les réactions de fission au coeur des crayons combustibles et que l'on suppose uniforme. On appelle r la distance à l'axe du cylindre modélisant l'ensemble des N crayons.

Q 2. Montrer que l'équation de la diffusion thermique vérifiée par la température dans le combustible s'écrit:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + Ar = 0$$

Exprimer A en fonction de P_V et λ_2 .

Q 3. Exprimer la température $T(r)$ dans $\text{UO}_{2(s)}$ en fonction de P_V , T_2 , R_3 , λ_2 et r .

Q 4. Exprimer la température T_3 en fonction de T_2 , P_1 , h_2 , d , e , H et N .

Q 5. Exprimer la température $T(r)$ en un point de la gaine en fonction de T_4 , P_1 , R_4 , λ_3 , S_{tot} et r .

Q 6. Calculer les températures T_4 , T_3 , T_2 et T_1 .

Q 7. Représenter le profil température $T(r)$ pour $0 \leq r \leq R_5$.

Q 8. Expliquer pourquoi le bon fonctionnement du pressuriseur du circuit primaire fait partie des critères majeurs de sûreté. Proposer une solution pour pouvoir évacuer une puissance plus importante.

Questions 9 à 15 supprimées.

II. Étude du circuit secondaire

II. A - Préliminaire

On considère un fluide en écoulement stationnaire, sans variation notable de son énergie mécanique, dans une machine. Il y entre dans l'état E (pression p_e , température T_e , enthalpie massique h_e) et en sort dans l'état S (pression p_s , température T_s , enthalpie massique h_s). On note w_u le travail utile massique et q le transfert thermique massique reçus algébriquement par le fluide lors de la traversée de la machine.

Q 16. Établir soigneusement la relation vérifiée dans ce cas par $h_s - h_e$, w_u et q .

II.B - Cycle de Hirn

On considère le circuit secondaire, décrit par la figure 5 :

- la pompe d'alimentation porte l'eau liquide juste saturée (état 0) de la basse pression $p_3 = 0,040$ bar du condenseur à la pression $p_2 = 85,8$ bar du générateur de vapeur (GV) de façon isentropique (état 1) ;
- l'eau liquide entre ensuite dans le générateur de vapeur, où elle est chauffée de façon isobare jusqu'à la température T_2 du changement d'état (état 1' - liquide juste saturant), puis est totalement vaporisée jusqu'à l'état 2 (vapeur saturante sèche). Le surchauffeur (2 - 2') fonctionne de façon isobare ;
- la vapeur sèche produite (état 2') subit ensuite une détente isentropique dans une turbine calorifugée amenant le système dans l'état 3, à la température T_0
- le mélange diphasé (état 3) pénètre ensuite dans le condenseur pour y être totalement condensé (état 0).

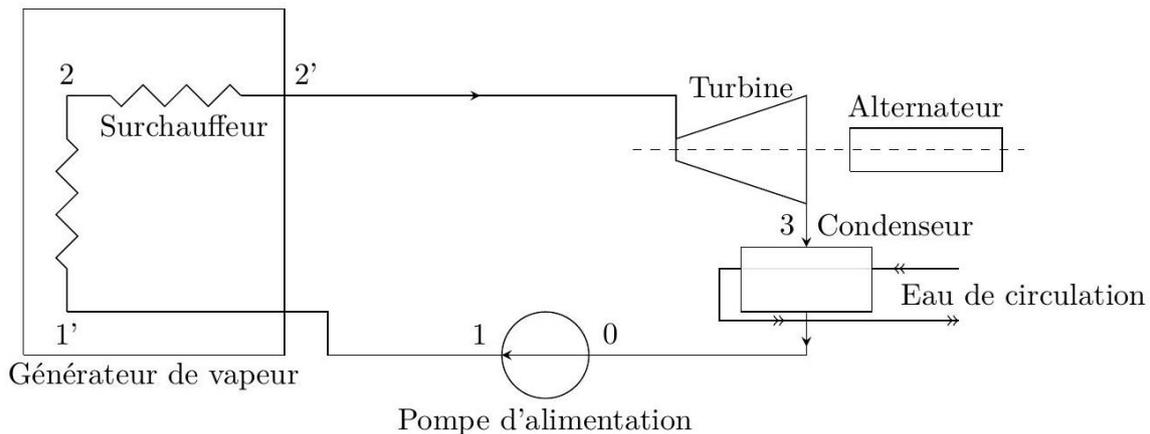


Figure 5 Cycle de Hirn.

On se place en régime stationnaire. On suppose l'eau liquide incompressible et on néglige le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation.

Dans la suite, les grandeurs thermodynamiques indicées par i sont relatives à l'état i .

On donne $T_0 \approx T_1 = 29^\circ\text{C}$, $T_2 = 300^\circ\text{C}$ et $T_2' = 500^\circ\text{C}$, ainsi qu'un extrait de tables thermodynamiques pour l'eau sur le tableau 1. Les données suivantes sont également fournies :

- chaleur latente massique (ou enthalpie massique) de vaporisation de l'eau à T_2 : $L_v(T_2) = 1404 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- enthalpie et entropie massiques respectives de la vapeur d'eau sèche à 500°C et $85,8$ bar :
 $h = 3391 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $s = 6,68 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Pression de vapeur saturante (bar)	Température ($^\circ\text{C}$)	Liquide juste saturé		Vapeur saturante sèche	
		s	h	s	h
85,8	300	3,25	1345	5,70	
0,040	29	0,42	121	8,47	2554

Tableau 1 Quelques données thermodynamiques pour l'eau. L'enthalpie massique h est exprimée en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et l'entropie massique en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Q 17. Expliquer pourquoi $T_0 \simeq T_1$ et $h_0 \simeq h_1$. Préciser l'allure d'une transformation isentropique dans le domaine liquide du diagramme des frigoristes (p, h).

Q 18. Donner le nom des différentes courbes du diagramme des frigoristes (p, h) du document réponse (présent en dernière page **à rendre avec la copie**) et y représenter précisément le cycle décrit par le fluide.

Q 19. Calculer, à partir de données du tableau 1 pour plus de précision, le titre massique en vapeur ainsi que l'enthalpie massique de la vapeur à la sortie de la turbine. Positionner le point représentatif de cet état sur le diagramme des frigoristes du document réponse.

Q 20. Définir et calculer l'efficacité η de ce cycle.

Q 21. Établir l'expression de l'efficacité de Carnot η_C d'une machine cyclique ditherme fonctionnant en moteur entre une source chaude à la température T_C et une source froide à la température T_F . La calculer en prenant respectivement pour T_F et T_C les températures minimale et maximale du fluide dans le circuit secondaire. Commenter en justifiant l'écart éventuel avec la valeur de l'efficacité obtenue à la question précédente.

II.C - Cycle à double surchauffe

Les gouttes d'eau liquide peuvent endommager la turbine. Aussi, est-il avantageux d'utiliser une turbine à deux corps permettant d'obtenir un titre massique en vapeur en sortie de turbine proche de 1 grâce à une double surchauffe. Le cycle de Hirn précédent est modifié :

- de l'eau (état 1) est admise dans le générateur de vapeur (GV) d'où elle sort à l'état de vapeur saturante sèche (état 2) ;
- elle passe ensuite dans le premier surchauffeur isobare (2 – 2'), pour être détendue dans la turbine haute pression (HP) (2, –4);
- la vapeur sèche (état 4) est envoyée dans un second surchauffeur isobare (4 – 4') pour être ensuite détendue dans l'étage de turbine basse pression (BP) (4' – 5).
- le fluide dans l'état 5 se condense totalement à la température T_0 dans le condenseur isobare (5 – 0);
- le liquide juste saturé (état 0) est ensuite comprimé de façon isentropique à la pression p_2 du générateur de vapeur (état 1).

Les détenteurs dans les turbines, calorifugées, sont supposées isentropiques. On se place encore une fois en régime stationnaire et on a toujours $T_0 \simeq T_1 = 29^\circ\text{C}$, $T_2 = 300^\circ\text{C}$ et $T_{2'} = 500^\circ\text{C}$. De plus, $T_4 = 300^\circ\text{C}$ et $T_{4'} = 500^\circ\text{C}$.

Q 22. Représenter précisément le cycle décrit par le fluide dans le diagramme des frigoristes du document réponse.

Définir et calculer l'efficacité de ce cycle.

II.D - Cycle réel d'une tranche nucléaire

Pour des raisons technologiques, des limitations de pression et de température interviennent directement dans le choix des caractéristiques du cycle eau-vapeur de ces centrales thermiques nucléaires, d'où des cycles moins «poussés» que dans les centrales thermiques classiques.

Le cœur du réacteur est réfrigéré et modéré par l'eau, laquelle vient se refroidir dans les échangeurs principaux (appelés générateurs de vapeur). Les mélangeurs ou réchauffeurs sont notés R1, R2, R3, R4, R5 et R6 (figure 6).

On se place toujours en régime stationnaire.

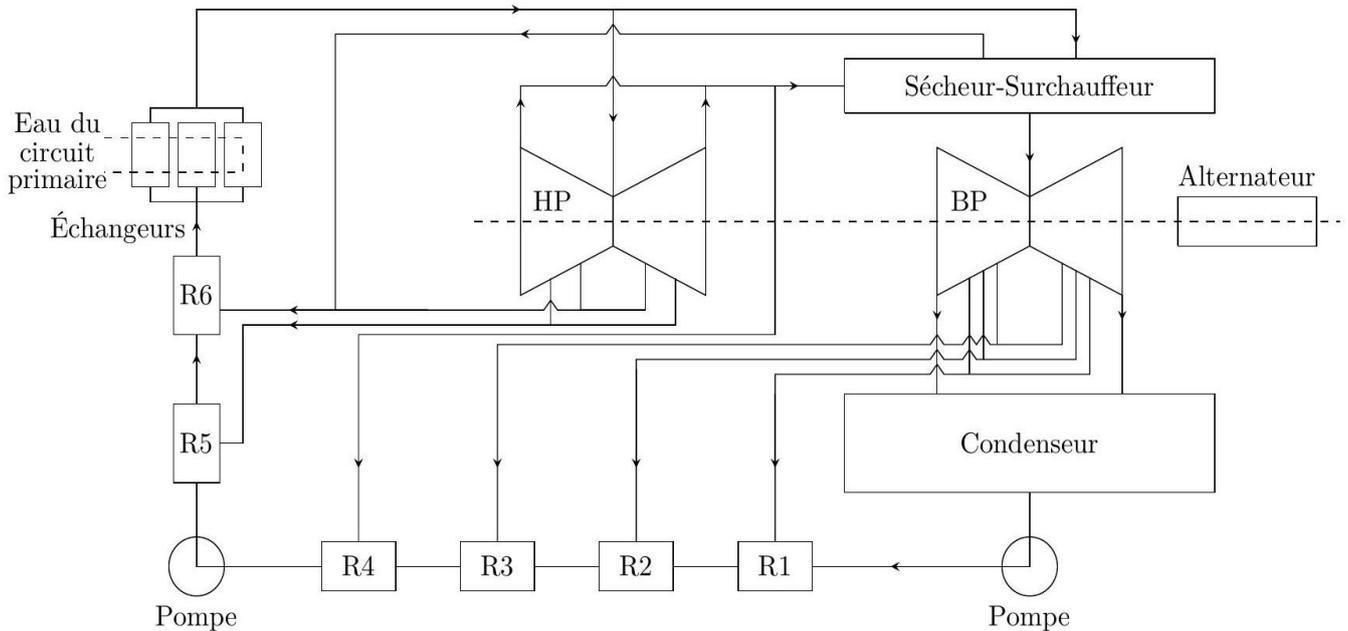


Figure 6 Schéma simplifié du circuit eau-vapeur d'une centrale nucléaire.

Q 23. Calculer l'efficacité du cycle en vous appuyant notamment sur les caractéristiques thermodynamiques du cycle fournies dans le tableau 2 (page suivante).

En déduire la puissance disponible aux bornes de l'alternateur.

En réalité, cette puissance disponible n'est que de 960MW : proposer une explication.

Eau du circuit	Débit massique (t · h ⁻¹)	Température (°C)	Pression (bar)	Enthalpie massique (kJ · kg ⁻¹)
Eau sortie condenseur		32,5	0,050	136,0
Eau sortie réchauffeur 4		181,1		768,0
Eau sortie réchauffeur 5		181,7		772,2
Eau entrée échangeurs principaux	5412,1	219,3	60	941,7
Vapeur sortie échangeurs principaux	5412,1	268,7	54	2788,4
Vapeur admission turbine HP	5001,9	266,4	52	2787,1
Vapeur alimentant le sécheur surchauffeur	403,7	266,4	52	2787,1
Vapeur soutirage 6 sortie turbine HP	214,3	223,3	26	2682,5
Vapeur soutirage 5 sortie turbine HP	208,4	203,4	17,6	2622,6
Vapeur soutirage 4 sortie turbine HP	402,1	183,8	11,5	2562,8
Vapeur à l'échappement de la turbine HP	4177,1	183,8	11,5	2562,8
Vapeur admission turbine BP	3704,0	264,1	11,2	2970,4
Vapeur soutirage 3 sortie turbine	281,4	137,8	3,6	2731,5
Vapeur soutirage 2 sortie turbine	235,4	97,4	0,97	2538,9
Vapeur soutirage 1 sortie turbine	134,2	60,8	0,22	2377,8
Vapeur entrée condenseur (en provenance de la turbine BP)	3053,0	32,9	0,050	2242,2

Tableau 2 Caractéristiques thermodynamiques du cycle.

Formulaire et données

Opérateur gradient en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\text{grad}}(f(r, \theta, z)) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{u}_z$$

Variation d'entropie d'une phase condensée incompressible de capacité thermique C entre un état 1 et un état 2:

$$\Delta S = C \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Coordonnées du point critique de l'eau : T_c = 374°C, p_c = 221 bar.

Problème 3 : Oscillateur harmonique quantique en équilibre thermique

Un formulaire utile est placé à la fin de ce problème.

Nous allons préciser les propriétés physiques d'un unique oscillateur harmonique quantique à une dimension en équilibre thermodynamique avec un thermostat à la température T .

On étudie une particule de masse m confinée dans un puits de potentiel harmonique à une dimension :

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2.$$

- 1) Citer deux exemples concrets de systèmes analogues de confinement dans des domaines différents de la physique classique (un en mécanique et un en électricité). Pour chacun d'eux, établir l'équation d'évolution par une méthode énergétique et décrire les échanges énergétiques mis en jeu.

La résolution de l'équation de Schrödinger pour un tel oscillateur quantique de pulsation ω conduit à des états stationnaires d'énergie $E_n = E_0 + n\hbar\omega$ avec $n \in \mathbb{N}$.

La partie spatiale de la fonction d'onde associée à l'état fondamental $\Psi_{1D,0}(x, t)$ de la particule dans ce puits de potentiel s'écrit :

$$\varphi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$$

- 2) Quelle est dans cet état la position moyenne $\langle x \rangle$ de la particule ? Quelle est l'extension caractéristique Δx de la distribution en position de la particule ?
- 3) Dédire de la relation d'indétermination spatiale d'Heisenberg l'énergie de l'état fondamental E_0 pour une particule dont l'impulsion moyenne $\langle p_x \rangle$ est nulle. Montrer que cette valeur de l'énergie est liée au confinement spatial de la particule. Comparer au cas classique.

On admet qu'à l'équilibre avec le thermostat cet oscillateur ne se trouve pas dans un état stationnaire mais dans un mélange statistique des états stationnaires d'énergie E_n affectés de poids respectivement

proportionnels au facteur de Boltzmann $e^{-\frac{E_n}{k_B T}}$.

- 4) Exprimer la probabilité d'occupation p_n de l'état d'énergie E_n .
- 5) En déduire le rapport r entre la probabilité d'occupation de l'état d'énergie E_{n+1} et celle de l'état d'énergie E_n . Quel est l'effet de la température sur ce rapport ? Commenter les limites haute et basse température.
- 6) Exprimer l'énergie moyenne $\langle E \rangle$ de l'oscillateur harmonique quantique en équilibre thermodynamique en fonction de \hbar , ω , k_B et T .
- 7) Rappeler ce qu'on appelle l'approximation classique et déterminer l'énergie moyenne $\langle E \rangle$ de l'oscillateur harmonique dans l'approximation classique en fonction de k_B et T .

La figure 6 représente la variation en fonction de la température des énergies moyennes d'un oscillateur harmonique quantique et d'un oscillateur harmonique classique.

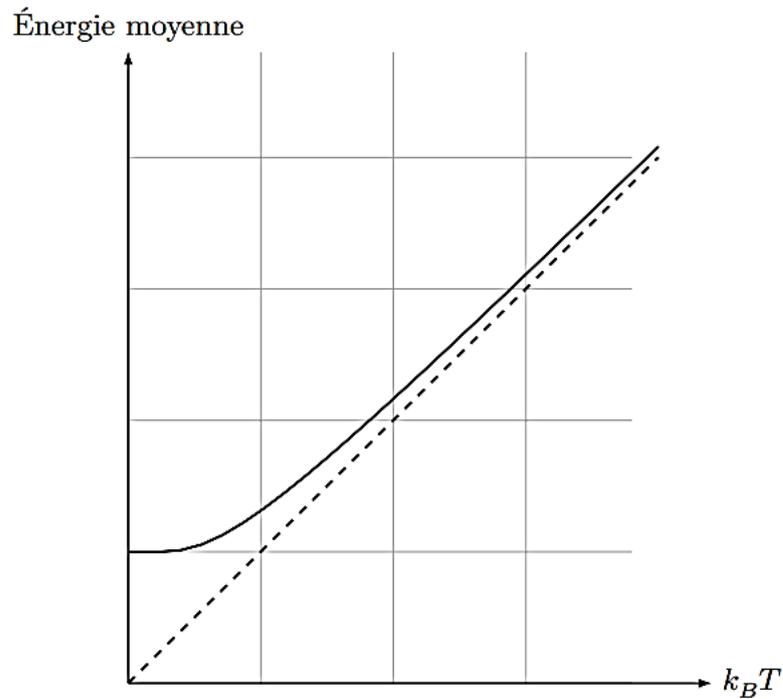


Figure 6

- 8) Identifier, en justifiant votre réponse, chacune des courbes.
- 9) Commenter le comportement de ces oscillateurs :
 – à $T = 0$ K et à basse température ;
 – à haute température.

Formulaire

- Densité de probabilité pour une loi normale d'espérance (moyenne) $\langle x \rangle$ et d'écart type σ

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \langle x \rangle}{\sigma}\right)^2\right)$$

- Relation d'indétermination spatiale d'Heisenberg

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Document réponse

Nom :

1

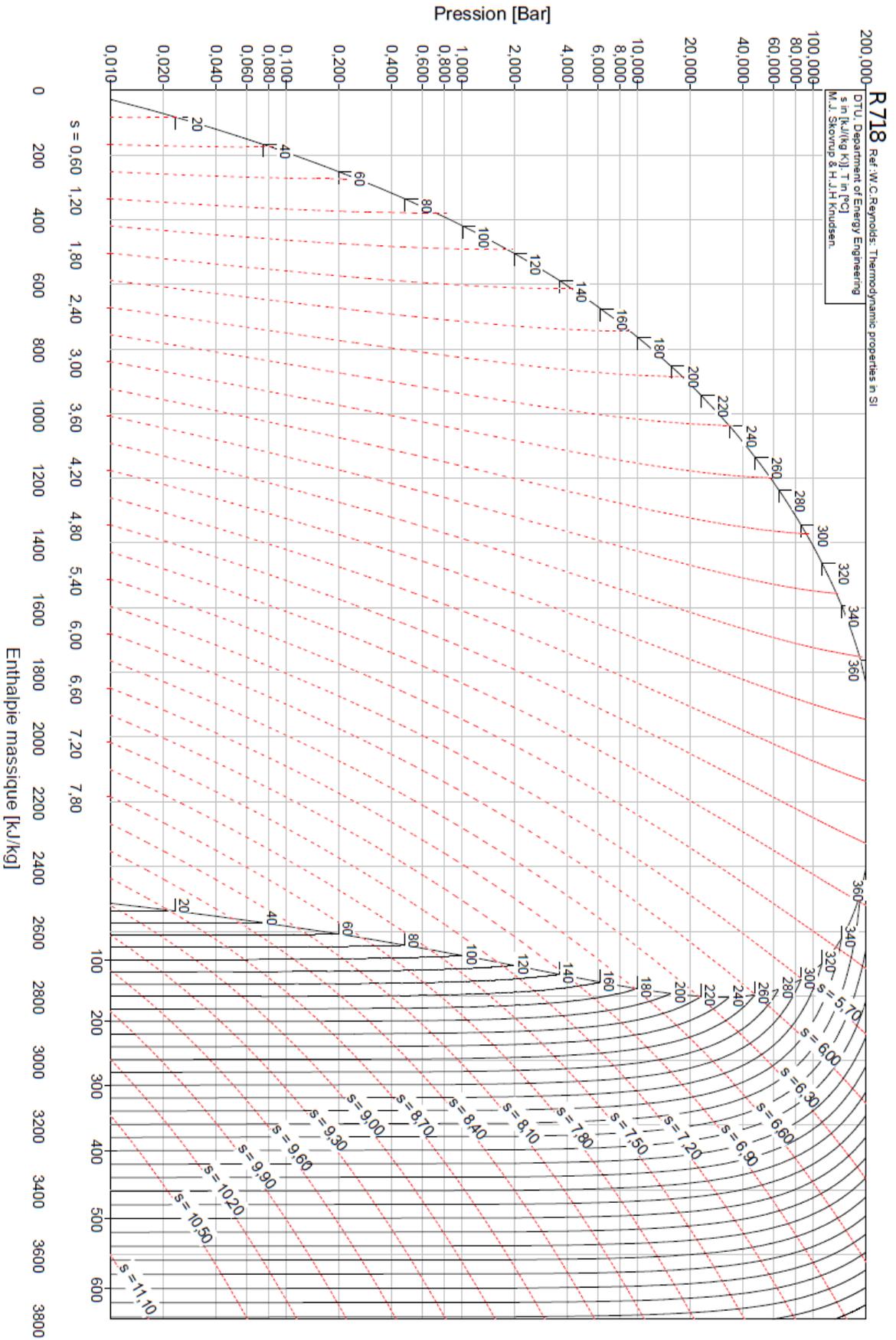


Diagramme des frigorisés.
 La pression est exprimée en bar, l'entropie massique en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, l'enthalpie massique en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ et la température en $^{\circ}\text{C}$.