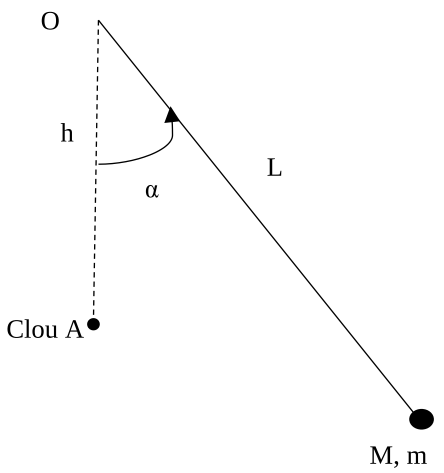
Mines-Ponts

Ex 1 : Pendule (Le candidat a eu aussi une QC et un ex 2 en 1 heure sans préparation)

On considère un pendule simple composé d'un fil OM sans masse de longueur L et d'une masse m à son extrémité M. Le point O est fixe dans le référentiel du laboratoire.



1) On lâche le pendule sans vitesse initiale avec un angle α_0 par rapport à la verticale. Montrer que le mouvement est contenu dans un plan vertical. Calculer la vitesse de M lorsqu'il passe à la verticale de O.

2) On place un clou sur la trajectoire du fil en un point A situé à une distance h de O sur la verticale passant par O. Calculer la valeur minimale de l'angle α_0 pour que la masse m puisse faire un tour complet autour du clou avec le fil tendu.

Réponses :

1) *Toutes les forces et la vitesse initiale sont dans le même plan donc le mouvement est plan. Appliquer le TEC.*

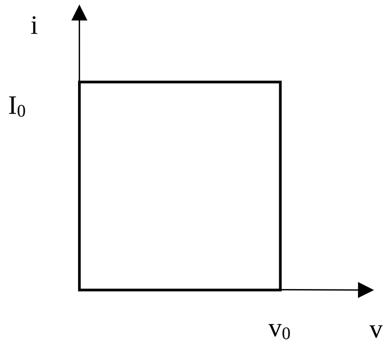
$$v_{bas} = \sqrt{2gL(1 - \cos(\alpha_0)}$$

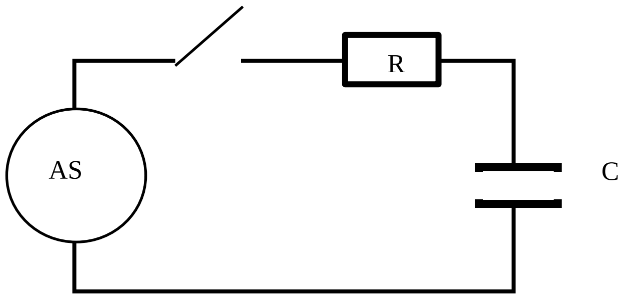
2) *Tour complet si* $\alpha_0 > Arccos\left(\frac{5h-3L}{2L}\right)$

Mines-Ponts

Exercice : Alimentation stabilisée

On dispose d'une alimentation stabilisée de caractéristique ci-contre :
Elle alimente le circuit ci-dessous :





On ferme l'interrupteur à t = 0 alors que le condensateur est déchargé.
On suppose $V_0 > Ri_0$.
En combien de temps va se charger le condensateur ?

Solutions :
Première phase : $i = I_0$ et $v(t)<v_0$ dure $t_1 = C\frac{v_0}{I_0} - RC$
Deuxième phase : $v = v_0$ et $i < I_0$ dure $RC.ln\left(\frac{RI_0}{0.05v_0}\right)$ *pour une charge à 95%*
Temps de charge total : $C\frac{v_0}{I_0} - RC + RC.ln\left(\frac{RI_0}{0.05v_0}\right)$
Traiter aussi le cas $V_0 < Ri_0$

Mines-Ponts

Exercice : Filtrage

On définit un signal créneau *e(t) T-périodique* défini par *e(t)= E pour* $0 < t < T/2$ *et* $e(t) = -E$ *pour* $T/2 < t < T$. Par décomposition en série de Fourier,

$$e(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) + b_n sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right)$$

où pour $n > 0$: $\begin{cases} a_n = 0 \\ b_n = \frac{\alpha}{n} \end{cases}$ pour n impair et $b_n = 0$ pour n pair

1) Que vaut a_o ? Tracer l'allure du spectre de e(t). A-t-on besoin de beaucoup d'harmoniques pour reconstituer le signal e(t) ?

2) On souhaite intégrer le signal précédent. Proposer un montage électrique qui permet cela. Donner la forme du signal obtenu. A-t-on besoin de beaucoup d'harmoniques pour reconstituer le signal de sortie ? Tracer l'allure du spectre de ce signal.
Quels problèmes peut-on rencontrer avec ce type de filtre?

3) On souhaite désormais obtenir un comportement doublement intégrateur. Proposer un montage électrique qui permet cela. Donner la forme du signal obtenu. A-t-on besoin de beaucoup d'harmoniques pour reconstituer le signal de sortie?
Quels problèmes peut-on rencontrer avec ce type de filtre?

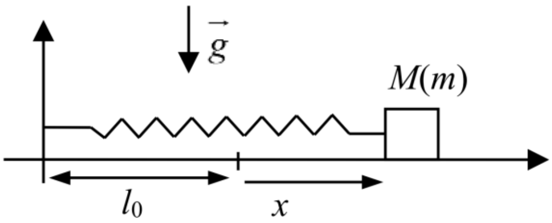
Réponses :

1) *$a_0 = 0$, car valeur moyenne nulle. Voir cours sur le spectre d'un signal carré*
2) *Il faut un fil passe-bas d'ordre 1. La sortie est un triangle de valeur moyenne nulle. Voir le cours pour le spectre. Il faut H_0 grand sinon il y a une atténuation importante.*
3) *Il faut un passe bas d'ordre 2 pour faire un double intégrateur, par exemple deux RC en cascade. La sortie est formée d'arcs de paraboles. C'est presque une sinusoïde* donc le fondamental suffit presque. *Il y a une atténuation encore plus importante.*

Mines-Télécom - Oscillations avec frottement solide

On considère un mobile M de masse m pouvant se déplacer selon l'axe Ox d'un support plan horizontal. Ce mobile est lié à un ressort horizontal de raideur k et de longueur à vide l_0 dont l'autre extrémité est fixée sur l'axe Oz. On note f le coefficient de frottement solide existant entre le mobile et le support. On repère la position du mobile par son abscisse x à partir de la longueur à vide du ressort.

A t=0, le mobile est écarté de sa position de repos d'une distance a ($x(0) = a > 0$) puis est lâché sans vitesse initiale.



1) Etablir l'équation différentielle du mouvement du mobile.
2) La résoudre pour pour $a = \frac{9fmg}{k}$ en distinguant les phases du mouvement et représenter graphiquement x en fonction du temps.
   Déterminer où le mobile s'arrête et à quel instant.
3) Exprimer le travail de la force de frottement entre l'instant initial et l'instant final correspondant à l'arrêt du mobile.

Indication :
Etudier les différentes phases du mouvement sans oublier de changer le sens de la force de frottement.