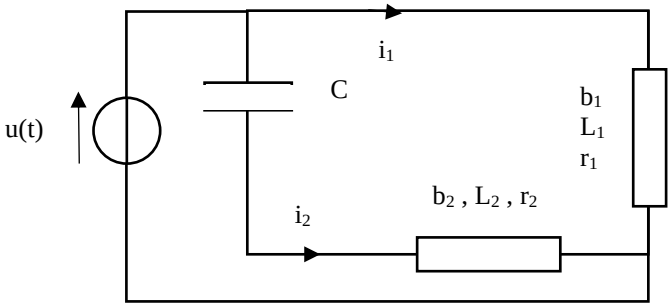
Centrale 1 – Champ magnétique créé par deux bobines

Un générateur de force électromotrice $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ alimente le circuit ci-contre comportant deux bobines b_1 et b_2 de résistances internes r_1 et r_2 et d'inductance L_1 et L_2, et un condensateur de capacité C. On se place dans l'ARQS.



Les deux bobines b_1 et b_2 créent des champs magnétiques perpendiculaires :

$\overrightarrow{B_1} = ki_1(t)\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{B_2} = ki_2(t)\overrightarrow{u_y}$.

On s'intéresse au champ total $\vec{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2}$.

1) Déterminer les caractéristiques des deux courants i_1 et i_2 circulant dans les bobines.
2) Déterminer à quelles conditions les deux courants ont la même amplitude et sont en quadrature de phase.
3) Etudier le champ $\vec{B}$ dans ces conditions.

Réponses :

1) Amplitude du courant i_1 : $I_1 = \frac{U_m}{\sqrt{r_1^2 + L_1^2\omega^2}}$ et déphasage par rapport à u : $\tan(\varphi_1) = -\frac{L_1\omega}{r_1}$

   Amplitude du courant i_2 : $I_2 = \frac{U_m}{\sqrt{r_2^2 + (L_2\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$ et déphasage par rapport à u : $\tan(\varphi_2) = -\frac{(L_2\omega - \frac{1}{C\omega})}{r_2}$

2) Conditions de même amplitude : $r_1^2 + L_1^2\omega^2 = r_2^2 + (L_2\omega - \frac{1}{C\omega})^2$

   Condition de quadrature : $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \iff \frac{1}{r_2 C\omega} - \frac{L_2\omega}{r_2} = \frac{r_1}{L_1\omega}$

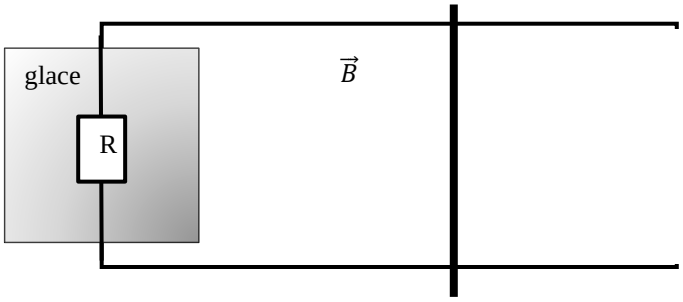
3) Le champ magnétique total est un champ tournant à la vitesse angulaire ω autour de $-\overrightarrow{u_z}$

Mines-Ponts

On considère deux rails horizontaux distantes de L = 20 cm, reliés par une tige en translation sinusoïdale à la fréquence f et d'amplitude b = 10 cm. Cette tige est plongée en permanence dans un champ magnétique $\vec{B}$ vertical uniforme et constant (B = 1 T).

Le circuit est fermé à l'autre extrémité par un conducteur de résistance R = 1 Ω. Cette résistance est entourée d'un bac adiabatique contenant une masse m = 1 kg de glace à la température initiale T_i = -10°C.

On donne la capacité thermique massique de la glace c = 2 $kJ.K^{-1}.kg^{-1}$.



Déterminer la fréquence minimale pour que la glace commence à fondre au bout de 15 minutes.

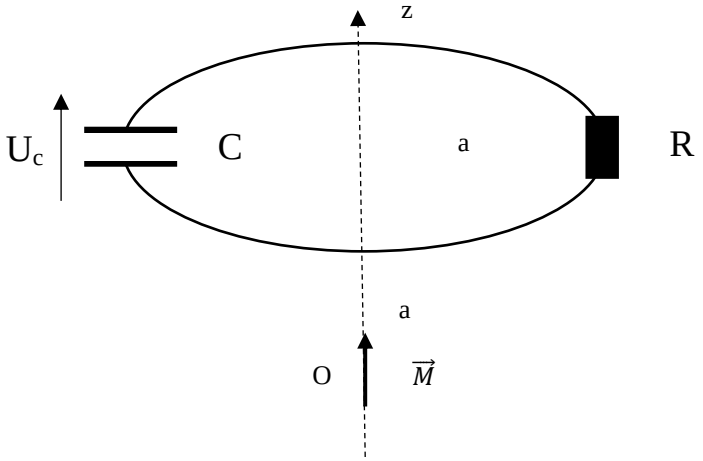
Réponse :

Fréquence minimale $f = \frac{1}{\pi BLb}\sqrt{\frac{Rmc(T_f - T_i)}{2t_f}} = 53\ Hz$

Mines-Ponts

Induction circuit-dipôle

On considère un circuit électrique circulaire de rayon a, de résistance R, contenant une capacité C.



On place en O, sur l'axe de rotation (Oz) et à une distance a du circuit, un dipôle magnétique $\vec{M}$ qui crée le champ magnétique (en coordonnées sphériques) :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}[2cos(\theta)\vec{e}_r + sin(\theta)\vec{e_\theta}]$$

A t=0 le condensateur est déchargé et on éteint le dipôle magnétique $\vec{M} = M_0 e^{-t/\tau}\vec{e_z}$.

Exprimer et tracer l'évolution temporelle de la tension $u_c(t)$.

Réponses :

Penser à calculer le flux sur une calotte sphérique.

$u_c + RC\frac{du_c}{dt} = -\frac{\mu_0 M_0}{4a\sqrt{2}\tau}$

$u_c(t) = \frac{\mu_0 M_0}{4a\sqrt{2}\tau(1-\frac{RC}{\tau})}\left[e^{-t/RC} - e^{-t/\tau}\right]$

CCINP - Ex 2 : Comète de Halley

La comète de Halley est la plus connue. La première mention de son observation date de 611 av. J.-C. en Chine, et on la retrouve tout au long de l'Antiquité et du Moyen-Âge ... évidemment sans savoir qu'il s'agit d'une seule comète. Cette découverte a été formalisée en 1705 par Edmond Halley, qui publia un livre avançant que les observations en 1531, 1607 et 1682 concernaient en fait la même comète. Son prochain passage est prévu en 2061.

On sait aujourd'hui que la comète de Halley suit une trajectoire elliptique de période de révolution autour du Soleil 76 ans, sa distance minimale au Soleil étant de $d_{\min} = 0{,}59$ unités astronomiques.

Données :

▷ Une unité astronomique correspond à la distance moyenne Terre-Soleil, soit $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m ;

1) Démontrer la troisième loi de Kepler dans le cas d'une trajectoire circulaire

2) Calculer le demi-grand axe a de la comète de Halley.

3) Une ellipse est décrite par une équation polaire de la forme $r = \frac{p}{1+e.\cos(\theta)}$ où l'origine des angles θ est prise sur le demi-grand axe. Calculer p et e pour la comète de Halley.

Réponses :

1) Cours

2) $a = d_{TS}\left(\frac{T_{Halley}}{T_{Terre}}\right)^{\frac{2}{3}} = 18\ ua$

3) $e = \frac{d_{min}-d_{max}}{d_{min}+d_{max}} = 0{,}97$

$p = d_{min}(1+e) = 1{,}2\ ua$

Mines-Télécom 2024 - Ex1 : Distance minimale d'approche

On s'intéresse à la collision frontale entre une particule α (de masse m et de charge 2e) et un noyau au repos de charge Ze. La particule alpha est lancée depuis l'infini avec une vitesse v_0 sur un axe (Ox) dont l'origine O est le centre du noyau.

Déterminer l'expression de la distance minimale d'approche d de la particule au noyau.

Faire une application numérique dans le cas de l'expérience de Rutherford :
L'énergie cinétique initiale de la particule alpha est E = 5 MeV,
Le numéro atomique du noyau est Z_{Au}=79,
Charge d'un électron e = $1{,}6.10^{-19}$ C
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 uSI$
Commenter le résultat.

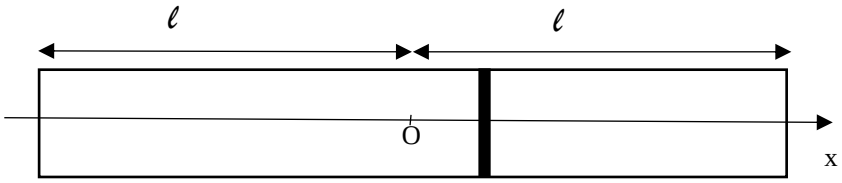
Réponse :

Ecrire la conservation de l'énergie mécanique.
Distance minimale d'approche : $d = \frac{Ze^2}{2\pi\varepsilon_0 E}$
De l'ordre de grandeur de la taille du noyau donc de l'ordre de 10^{-14}*m*

Mines Télécom

Ex 1 :Oscillations d'un piston

Un piston de masse m et de surface S coulisse dans un tube horizontal cylindrique de longueur 2ℓ. De chaque côté du piston il contient moles du même gaz parfait à la température T_0. A l'équilibre les pressions valent P_0 de chaque côté.
On suppose que la température reste égale à T_0. Le piston se déplace sans frottement.



1) Faire un bilan des forces et établir une équation différentielle en x faisant intervenir m, ℓ, n , R et T_0.
2) Montrer que pour x petit devant ℓ il s'agit d'un oscillateur harmonique.

Réponse :
Oscillateur harmonique $\ddot{x} + \frac{2nRT_0}{ml^2}x = 0$