

# Questions de cours posées à l'oral de Centrale sans préparation ces dernières années

## 1 Analyse

- Théorème de la limite monotone (pour des suites et pour des fonctions) (cours de MPSI) ;
- Théorème de Rolle (cours de MPSI) ;
- Formule de Taylor avec reste intégral (cours de MPSI) ;
- Définition d'une fonction continue par morceaux sur un intervalle (voir intégrales généralisées) ;
- Intégration des relations de comparaison (voir intégrales généralisées) ;
- Théorème des séries alternées (voir séries numériques) ;
- Critère de d'Alembert (voir séries numériques) ;
- Caractérisation métrique d'un fermé (voir topologie) ;
- Définition d'une partie dense et caractérisation séquentielle (voir topologie) ;
- Définition de lipschitzienne et lipschitzienne implique continuité (voir topologie) ;
- Définition d'un compact et description en dimension finie (voir compacité) ;
- Description des compacts et des convexes de  $\mathbb{R}$  (voir compacité et convexité) ;
- Une suite bornée d'un evn de dimension finie qui admet une unique valeur d'adhérence converge (voir compacité) ;
- Définition de l'uniforme continuité et théorème de Heine (voir compacité) ;
- Théorème des bornes atteintes (voir compacité) ;
- La norme subordonnée est une norme sous-multiplicative (voir topologie et les exemples importants de séries et fonctions vectorielles) ;
- Convergence absolue implique convergence (voir séries numériques et séries vectorielles) ;
- Intégration d'une somme de série de fonctions convergeant uniformément sur un segment (voir suites et séries de fonctions) ;
- Théorème de Weierstrass (voir suites et séries de fonctions) ;
- Pour  $f \in \mathcal{C}^1(U, \mathbb{R})$  avec  $U$  un ouvert de  $E$  euclidien, définition de  $df(a)$  et de  $\nabla f(a)$  avec  $a \in U$  (voir calcul différentiel) ;
- Condition nécessaire d'extremum local pour une fonction différentiable sur un ouvert de  $\mathbb{R}^n$  (voir calcul différentiel).

## 2 Algèbre

- Relations coefficients-racines pour un polynôme de  $\mathbb{C}[X]$  (cours de MPSI) ;
- Caractérisation du rang par les matrices extraites (cours de MPSI) ;
- Caractérisation de l'équivalence de matrices avec le rang (cours de MPSI) ;
- Relation entre matrice et comatrice (cours de MPSI) ;
- Décomposition en éléments simples de  $\frac{P'}{P}$  avec  $P \in \mathbb{C}[X]$  (cours de MPSI) ;
- Structure d'algèbre et morphisme d'algèbres (voir Structures) ;
- Soit  $p$  un projecteur en dimension finie, alors  $\text{Tr}(p) = \text{rg}(p)$  (voir rappels d'algèbre linéaire, notion de base adaptée) ;
- Lemme des noyaux (voir réduction) ;
- Théorème de Cayley-Hamilton (voir réduction) ;
- Définition du polynôme minimal, caractérisation de la diagonalisabilité avec le polynôme minimal (voir réduction) ;
- Théorème fondamental de diagonalisation (voir réduction) ;

- Toute matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$  est trigonalisable (cours de réduction);
- Suites récurrentes linéaires d'ordre deux à coefficients constants (voir réduction);
- Identité du parallélogramme et identités de polarisation (voir préhilbertiens);
- Procédé d'orthonormalisation (voir préhilbertiens);
- Dans E préhilbertien réel, si F sev de dimension finie, alors  $E = F \oplus F^\perp$  (voir préhilbertiens);
- Dans E préhilbertien réel, formule de  $p_F$  avec F sev de dimension finie (voir préhilbertiens);
- Définition d'une isométrie, spectre d'une isométrie (voir euclidiens);
- Orthogonalité des sous-espaces propres d'un auto-adjoint (voir euclidiens);
- Théorème spectral, version vectorielle et matricielle (voir euclidiens);
- Définition et propriétés d'une matrice de  $\mathcal{S}_n^{++}(\mathbb{R})$  (voir euclidiens);
- Structure de groupe, morphisme de groupes, groupes des inversibles d'un anneau (voir groupes, anneaux);
- Définition et formule de l'indicatrice d'Euler (voir arithmétique);
- Petit théorème de Fermat (voir arithmétique, cas particulier du théorème d'Euler);

### 3 Probabilités

- Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev;
- Fonction génératrice, définition et propriétés;
- Lois usuelles, propriétés;
- Loi faible des grands nombres.