Mardi 3 juin

Mines-Ponts

Exercice 1 : Rupture de surfusion

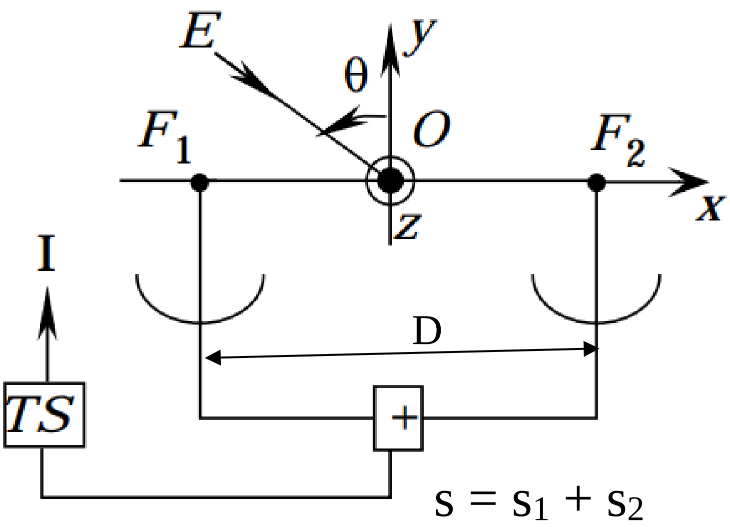
On considère une masse m = 10g d'eau dans un tube à essai de capacité thermique C=40 $J.K^{-1}$. Le tout est à une température Ti=−15°C mais l'eau est tout de même liquide. On inflige un choc au tube et on remarque qu'une partie l'eau liquide se transforme en glace.

Données :
Enthalpie massique de fusion à 0°C sous 1 bar : $\Delta_f H^0$ (273K) = 335 $kJ.kg^{-1}$
Capacité thermique massique (à 0°C) de l'eau liquide : c_l = 4,18 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$;
Capacité thermique massique (à 0°C) de l'eau solide : c_s = 2,09 $kJ.kg^{-1}.K$
Variation d'entropie pour une phase condensée : $S(T) - S(T_0) = C.\ln(T/T_0)$
Variation d'entropie pour un gaz parfait : $S(T,P) - S(T_0,P_0) = nc_p\ln(T/T_0) - nR\ln(P/P_0)$

1) Rappeler l'allure du diagramme (P,T) de changement d'état de l'eau pure.
2) Expliquer (qualitativement) pourquoi on peut considérer la transformation adiabatique.
3) Calculer la masse d'eau qui se transforme en glace.
4) Calculer l'entropie créée.

Exercice 2 : Observation d'une étoile double

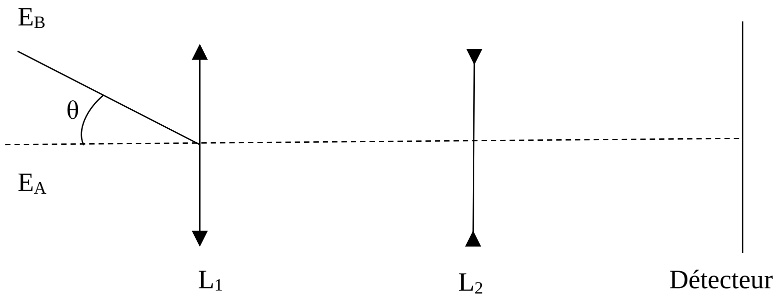
On s'intéresse à l'observation d'une étoile lointaine à l'aide de radiotélescopes.
Deux radiotélescopes sont séparés d'une distance D et l'intensité I est proportionnelle à $< s^2(t) >_t$ avec $s=s_1+s_2$ où les signaux s_1 et s_2 sont proportionnels à l'amplitude de l'onde lumineuse qu'ils perçoivent. A l'aide d'un filtre on sélectionne l'émission de l'étoile E pour la longueur d'onde λ = 10cm. L'angle sous lequel on perçoit ces rayons est θ.
Les télescopes sont orientés pour une observation proche de θ = 0.



1) Déterminer l'intensité I(θ,D,λ).
2) A cause de la rotation de la Terre, l'angle θ varie au cours du temps. On fait l'hypothèse que $\frac{d\theta}{dt} = \omega =$ cste = 7,3.10^{-5}rad.s^{-1}.
   On donne D = 50m, λ = 10 cm. Déterminer la période de l'intensité I.
3) On considère maintenant une étoile double. Le système est alors éclairé sous deux angles θ(t) et θ(t)+ε avec ε << 1. On peut faire varier la distance D. Expliquer comment la mesure de I(t) permet de trouver ε.

Centrale Physique-Chimie 1

On utilise une lunette pour photographier deux étoiles (à l'infini) E_A et E_B. Cette lunette est réglée pour faire faire l'image des étoiles sur un détecteur placé en sortie de la lunette. L'étoile E_A est située sur l'axe optique. Les rayons provenant de E_B font un angle θ avec l'axe optique. La lunette est constituée d'un objectif L_1 de distance focale f'_1 = 7,5 m et d'un oculaire L_2 de distance focale f'_2 = - 0,025 m.



1) Où sont situées les images A_1 et B_1 de E_A et E_B par L_1 ? Exprimer la distance A_1B_1.

2) Exprimer puis calculer $\overline{O_2A_2}$ où A_2 est l'image de A_1 par la lentille L_2 sachant que la lentille L_2 est placée légèrement à gauche de A_1B_1 de telle façon que $\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = 2$.
3) Calculer $\overline{A_1A_2}$. Quelle est la conséquence de la deuxième lentille sur l'encombrement du système ? En quoi est-elle bénéfique à l'utilisateur ?

4) On place en A_2 (centré en A_2) un capteur CCD de 512*512 pixels, un pixel étant un carré de a = 9 µm.
   a) Calculer l'angle maximal θ_{max} pour que les deux étoiles soient visibles sur le capteur.
   b) Calculer l'angle minimal θ_{min} pour que les deux étoiles soient vues séparément sur le capteur. On négligera la diffraction.

Réponses :

1) $A_1B_1 = f'_1\theta$
2) $\overline{O_2A_2} = f'_2(1-\gamma) = 2{,}5\ cm$
3) $\overline{A_1A_2} = -\frac{f'_2}{2} = 1{,}3\ cm$
   La deuxième lentille agrandit d'un facteur 2 mais augmente l'encombrement du système.
4) a) $\theta_{max} = \frac{512a}{2f'_1} = 3{,}0.10^{-4} rad$
   b) $\theta_{min} = \frac{a}{f'_1} = 1{,}2.10^{-6} rad$

Centrale Physique-Chimie 1

Espace chargé entre deux plans

On se place dans un milieu ayant les propriétés électromagnétiques du vide.

1) Montrer que, à proximité d'un plan infini de densité surfacique de charges σ uniforme, le champ électrique a une norme uniforme égale à $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

On considère maintenant deux plans parallèles (Π_1) et (Π_2) infinis, séparés d'une distance 2e. On place l'origine O du repère sur le plan méridien et on étudie le champ électrique sur un axe (Ox) perpendiculaire aux deux plans. Le seul espace chargé est entre les deux plans avec la densité volumique de charges uniforme ρ.

2) A partir du résultat de la question précédente, exprimer le champ électrique partout dans l'espace.
3) Retrouver le résultat précédant en étudiant directement la répartition volumique de charges.
4) Exprimer le potentiel électrostatique V(x) en tout point de l'espace. On prendra l'origine des potentiels en x = 0 : V(0) = 0. Que se passe-t-il lorsque l'épaisseur e tend vers zéro ?
5) On considère une particule de charge q placée initialement en x_0 = e/2 sans vitesse initiale et soumise seulement au champ électrique.
   Quelle est la trajectoire de la particule ? Peut-on retrouver la densité volumique de charges ρ à partir de l'observation du mouvement de la particule ?

Réponses :

1) *Enoncer à l'oral avec justifications les symétries et invariances puis appliquer le théorème de Gauss.*
2) *Pour un point M à l'intérieur en x, il faut couper le volume chargé en deux et remplacer ces distributions volumiques par des distributions surfaciques équivalentes avec* $\sigma_1 = \rho(e-x)$ *et* $\sigma_2 = \rho(e+x)$
3) *On peut intégrer l'équation de Maxwell-Gauss ou appliquer le théorème de Gauss,*

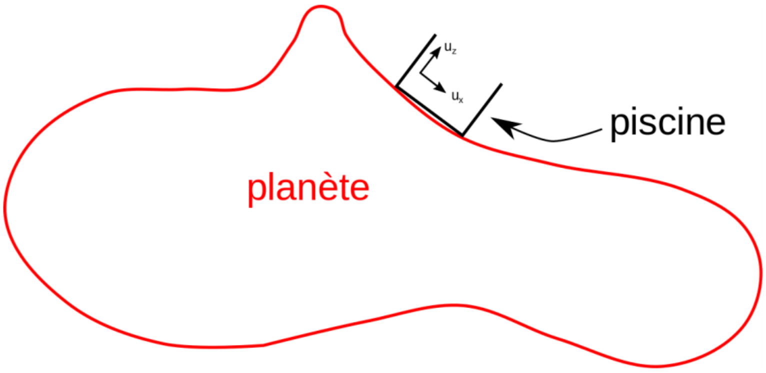
$$E(x) = \begin{cases} \frac{\rho e}{\varepsilon_0} \; si \; x \geq e \\ \frac{\rho x}{\varepsilon_0} \; si \; -e \leq x \leq e \\ -\frac{\rho e}{\varepsilon_0} \; si \; x \leq -e \end{cases}$$

4) $$V(x) = \begin{cases} -\frac{\rho e}{\varepsilon_0}\left(x - \frac{e}{2}\right) \; si \; x \geq e \\ -\frac{\rho}{2\varepsilon_0}x^2 \; si \; -e \leq x \leq e \\ +\frac{\rho e}{\varepsilon_0}\left(x + \frac{e}{2}\right) \; si \; x \leq -e \end{cases}$$
5) *La particule parcourt une demi-droite jusqu'à l'infini si ρ et q sont de même signe.*
   Si ρ et q sont de signe contraire, la particule oscille entre e/2 et -e/2 en suivant l'équation d'un oscillateur harmonique de période $T = 2\pi\sqrt{\frac{m\varepsilon_0}{|q\rho|}}$.
   On peut observer le mouvement d'une particule positive et d'une particule négative, mesurer T, et en déduire ρ.

Sujet ENS MP

Les questions sont données une par une sans préparation. Durée de l'épreuve 1h.

On considère une piscine parallélépipédique sur une planète de forme biscornue.



1. Est-il possible que l'accélération de la pesanteur dans la piscine soit de la forme $\vec{g} = -(g_0+\alpha x)\vec{u_z}$. Proposer une modification minimale de $\vec{g}$ pour obtenir une expression correcte.

2. Dans la suite on suppose $\vec{g} = -\alpha z\vec{u_x} - (g_0 + \alpha x)\vec{u_z}$, où le fond de la piscine est défini à $z = 0$. On remplit lentement la piscine d'eau. Que voit-on ?

3. Une fois que la piscine contient un peu d'eau, on pose un petit bateau à sa surface au milieu de la piscine. On continue ensuite le remplissage lentement, que voit-on ?
(Note : le jury recommandait une approche énergétique au problème, une approche alternative en faisant un bilan des forces étant aussi possible mais plus délicate. Par ailleurs, on considérait dans ce problème que le bateau ne s'inclinait pas par rapport à la surface de l'eau.)

4. Une fois la piscine bien remplie, on la vide lentement. Qu'arrive-t-il au bateau ?

Les questions suivantes n'ont jamais été abordées par aucun candidat :

5.* La piscine étant assez peu remplie, un passager à bord du bateau peut-il provoquer des allers-retours du bateau d'un bord à l'autre de la piscine selon la direction x, sans toucher l'eau?

6.* Quelle est l'énergie minimale que le passager doit dépenser pour faire un tel aller-retour?

7.* On suppose maintenant que à la surface de l'eau, $||\vec{g}||$ est une fonction oscillante de x (strictement positive). Que doit faire le passager pour faire avancer le bateau selon x?

Sujet X (50 minutes sans préparation)
Aymeric Le Harivel (X 2021)

Exercice 1 : Circuit électrique inconnu

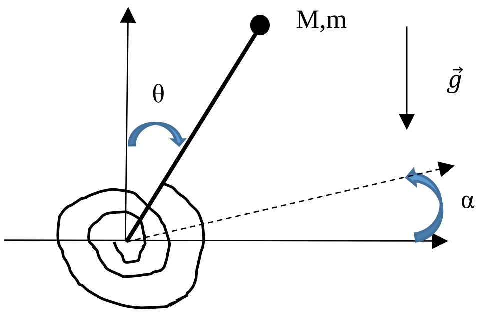
Une boite contient un circuit inconnu constitué d'une résistance, d'un condensateur et d'une bobine. On note U la tension à ses bornes et i le courant qui la traverse.
On réalise 2 expériences :

- Avec une alimentation continue, on mesure i = 50 mA pour U = 5 V
- Avec un GBF, en régime sinusoïdal, on observe une résonance en courant pour f = 1000Hz, on mesure i > 100 A.

En déduire le circuit.

Exercice 2 : Pendule de torsion

Un ressort spiral exerce un couple de rappel $\vec{\Gamma} = -C\theta\overrightarrow{e_z}$ sur une tige (OM) sans masse de longueur L. Au bout de la tige est accroché en M une masse m.



On déplace très lentement le dispositif d'un angle α.
Exprimer les positions d'équilibre θ_{eq} en fonction de α.

Exercice 3 : Slip-stick

Une poutre rigide et homogène, de longueur L, de masse m et de section carrée s, est posée en équilibre à l'horizontale sur deux supports (numérotés 1 et 2) séparés de la distance D_0 (Figure 1). Les coefficients de frottement solide statique et cinétique entre cette poutre et chacun des supports sont respectivement μ_S et μ_C, avec $\mu_S > \mu_C$. Le centre de gravité G de la poutre se trouve initialement à la distance horizontale a_0 du support 1, avec $a_0 < D_0/2$.

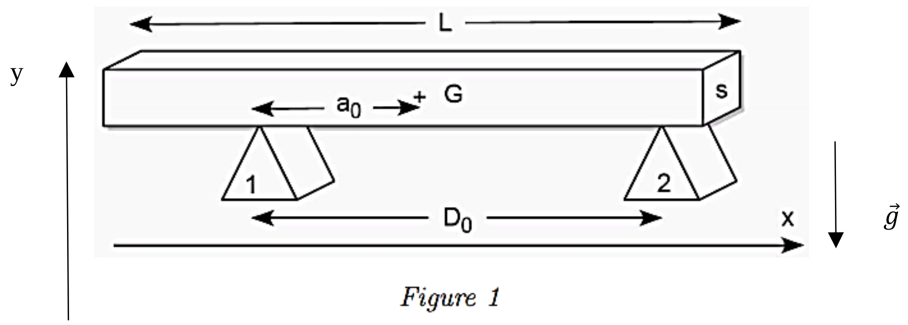


Figure 1

On suppose que la section s de la poutre est négligeable.

Les supports 1 et 2 sont animés l'un vers l'autre de vitesses horizontales et constantes, respectivement $v_0/2$ et $-v_0/2$ selon Ox. La poutre ne peut se déplacer qu'en translation horizontale selon cette même direction.
La distance entre les deux supports s'écrit donc : $D(t) = D_0 - v_0t$.
On note x(t) la position du point G et a(t) la distance entre le support 1 et le centre de gravité G de la poutre.

La position initiale vérifie $a_0 < \frac{D_0}{1+\mu_S/\mu_c} \approx \frac{D_0}{2}$

Etudier le mouvement de la poutre.