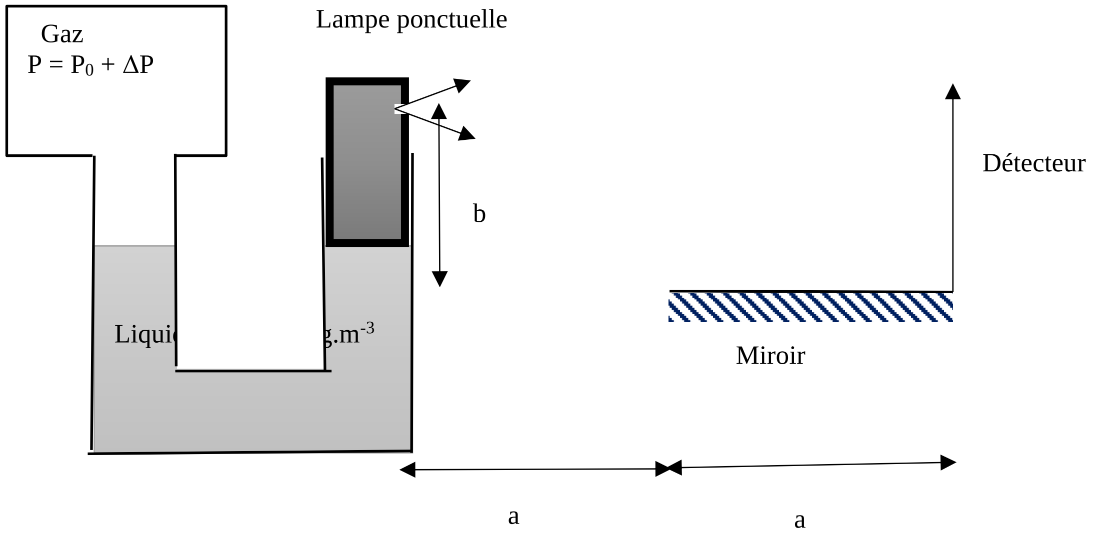
# Centrale 2023 Physique-Chimie 1 – Nicodème Gorge

## Manomètre interférentiel




On étudie le manomètre interférentiel ci-dessus qui permet de mesurer la surpression $\Delta P$ d'un gaz par rapport à la pression atmosphérique $P_0$. Le liquide, de masse volumique $\rho = 1,0.10^3$ kg/m$^3$ est dans un tube en U de section constante S. Une lampe de masse M est posée sur la surface du liquide (étanchéité parfaite entre le support de la lampe et le tube). Elle se comporte comme une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 587$ nm.

La source ponctuelle est située à une hauteur b et une distance a = 5,0 cm de la surface d'un miroir plan. A l'extrémité du miroir, de largeur a, est placé un grand détecteur dans le plan perpendiculaire au miroir.
Lorsque $\Delta P = 0$, $b = b_0 = 5,0$ mm.

1) On se place dans un premier temps dans le cas $\Delta P = 0$.
   a) Expliquer pourquoi le montage optique est équivalent à celui des trous d'Young.
   b) Exprimer le nombre $N_0$ de franges visibles sur le détecteur.
   c) Calculer la largeur maximale d'un pixel du détecteur nécessaire pour observer la figure d'interférences.
2) Lorsque le gaz enfermé n'est pas à la pression atmosphérique, on voit un nombre m de franges supplémentaires.
   a) Etablir dans un liquide la relation $P(z) = -\rho g z + cte$. En déduire la relation entre $\Delta P$ et $\Delta b$.
   b) Relier $\Delta P$ au nombre de franges supplémentaires m observées.
   c) Faire l'application numérique pour m=1 puis m=10.

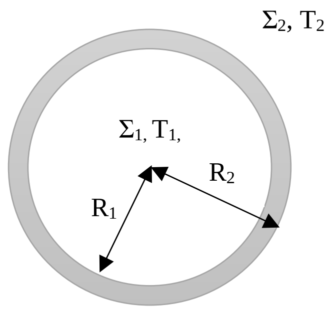
*Réponses :*

1) *a) Miroir de Loyd (voir TD)*
   *Interfrange* $i_0 = \frac{\lambda a}{b_0}$
   *largeur du champ* $b_0$
   *Nombre de franges brillantes* $N_0 = 852$
   *b) Largeur minimale d'un pixel* $\frac{\lambda a}{2 b_0} = 2,9\ \mu m$
2) *a)* $\Delta p = -\rho g \Delta b$ $\qquad m \approx \frac{2 b_0 \Delta b}{\lambda a}$
   *b)* $\Delta p \approx -\frac{\rho g \lambda a m}{2 b_0}$
   *c) AN :* $\Delta p(m=1) = -0.029$ *Pa* $\quad \Delta p(m=10) = -0.29$ *Pa*

# Mines-Ponts

## QC-ex 1 : Conduction entre deux thermostats

Une pellicule sphérique sépare deux sources de chaleur $\Sigma_1$ et $\Sigma_2$ de températures respectives $T_1$ et $T_2$.
Cette pellicule a un rayon intérieur $R_1$, un rayon extérieur $R_2$, une masse volumique $\rho$, une conductivité thermique $\lambda$, une capacité thermique massique c.




1) On suppose que les sources de chaleur sont des thermostats idéaux et que le régime stationnaire est atteint. Exprimer la température T en fonction de la distance au centre r dans la pellicule entre $R_1$ et $R_2$.
2) On suppose maintenant que les sources ne sont plus des thermostats mais qu'elles ont des capacités thermiques $C_1$ et $C_2$. On se place dans l'hypothèse d'un régime quasi-stationnaire.
   a) Quelle est la condition de validité de cette hypothèse ?
   b) Déterminer les expressions des températures $T_1(t)$, $T_2(t)$ et $T(r,t)$.
   c) Préciser la condition de validation de l'hypothèse quasi-stationnaire dans le cas $C_1 = C_2$.

*Réponses :*

*1)* $T(r) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}\right)$

*2)* *a) Le temps caractéristique de variation de la température dans les thermostats* $\tau_{thermo}$ *est beaucoup plus grand que dans la pellicule* $\tau_{pelli}$ *On peut faire l'hypothèse d'un régime quasi-permanent dans la pellicule si* $\tau_{pelli} < \tau_{thermo}$

$$b)\ T_1(t) = \frac{C_2}{C_1 + C_2}\left[\frac{C_1}{C_2}T_{10} + T_{20} + (T_{10} - T_{20})e^{-t/\tau'}\right]$$

$$T_2(t) = \frac{-C_1}{C_1 + C_2}\left[\frac{C_1}{C_2}T_{10} + T_{20} + (T_{10} - T_{20})e^{-t/\tau'}\right] + \frac{C_1}{C_2}T_{10} + T_{20}$$

$$T(r,t) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}\right)$$

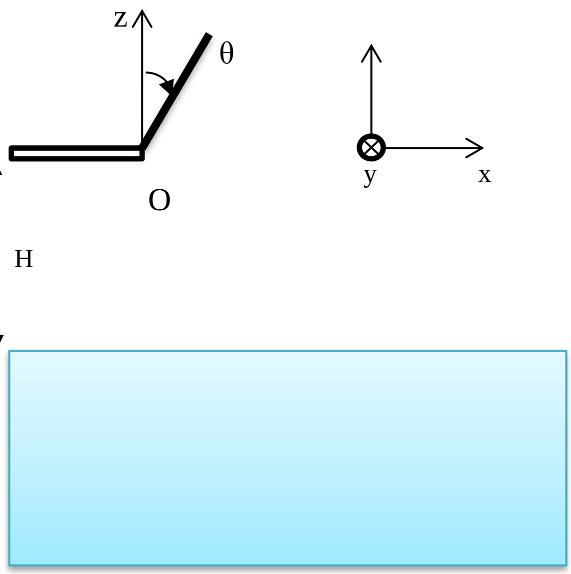
$$Avec\ \tau' = \frac{(R_2 - R_1)C_1C_2}{4\pi\lambda(C_1 + C_2)R_1R_2}$$

# Exercice 2 : Plongeur (voir page suivante)

# Exercice 2 : Plongeur

Un homme, assimilé à un cylindre homogène de longueur 2a, plonge passivement (se laisse tomber) d'un plongeoir. On donne $J=4/3ma^2$ le moment d'inertie du plongeur par rapport à (Oy). A t=0, $\theta(t=0)=0$, $\frac{d\theta}{dt}(t=0) \cong 0$.

Le plongeoir a une hauteur H.




1) Calculer l'angle $\theta_0$ pour lequel le plongeur quitte la planche.

2) Déterminer le temps de chute si le plongeur fait un saut périlleux ($\theta$ varie de $3\pi$).

3) Quelle est la hauteur minimale H du plongeoir pour effectuer ce saut ?

*Réponses :*

1) $\acute{\theta}^2 = \frac{3g}{2a}(1-cos(\theta))$ *et* $\ddot{\theta} = \frac{3g}{4a}sin(\theta)$

$$\vec{R} = mg\left[\left(\frac{5}{2}cos(\theta) - \frac{3}{2}\right)\overrightarrow{u_r} - \frac{1}{4}sin\,(\theta)\overrightarrow{u_\theta}\right]$$

$$\theta_0 = Arcos\left(\frac{3}{5}\right) = 53°$$

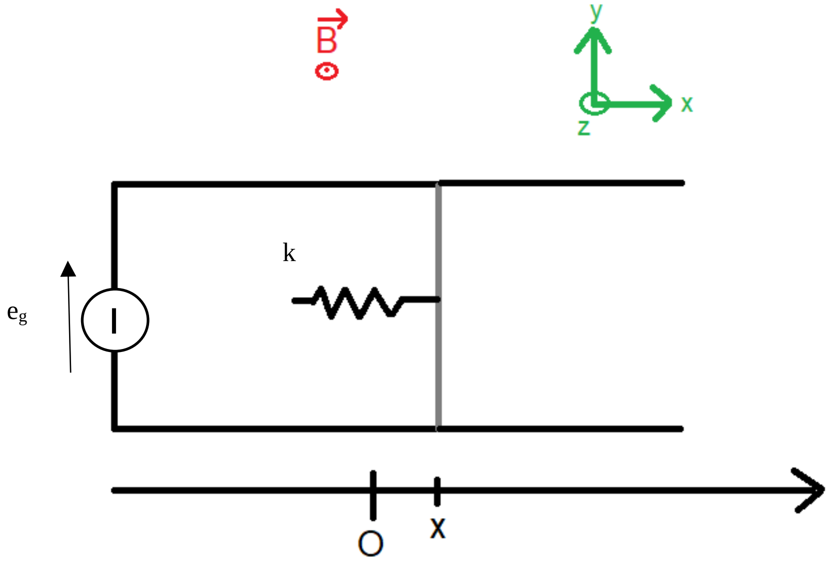
2) $\dot{\theta}_0 = \sqrt{\frac{3g}{5a}} = 2{,}6\,rad.s^{-1}$

$$\Delta t = \frac{3\pi - \theta_0}{\dot{\theta}_0} = 3{,}3\ s$$

3) *H = 59 m*

# Navale 2023 – Côme Horesny – Rail de Laplace avec ressort

Une tige conductrice de résistance R est attachée à un ressort de raideur k et posée sur deux rails infinis distants de a. L'ensemble est placé dans un plan horizontal. On note x(t) la position de la tige par rapport à sa position d'équilibre.
Le dispositif est plongé dans un champ magnétique vertical $\vec{B}$ uniforme et constant.
Le générateur délivre la tension $e_g(t) = E_0 \cos(\omega t)$.




1) Déterminer l'équation du mouvement de la tige.
2) Exprimer x(t) en régime sinusoïdal forcé.
3) Montrer que l'impédance totale du dispositif est la somme de deux contributions : $\underline{Z_t} = \underline{Z_p} + \underline{Z_m}$ impédance propre et impédance motionnelle (liée au mouvement). Montrer que l'impédance motionnelle est l'association d'une bobine $L_m$ et d'un condensateur $C_m$.

*Réponses :*

*1)*

$$\frac{dv}{dt} + \frac{a^2B^2}{mR} v + \frac{k}{m} x = \frac{aBE}{mR}$$

on pose

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$\boxed{x_{eq} = \frac{aBE}{kR}}$$

$$\boxed{2\omega_0\sigma = \frac{a^2B^2}{mR}}$$

$$\ddot{\underline{x}} + 2\omega_0\sigma\, \dot{\underline{x}} + \omega_0^2 \underline{x} = \frac{aB}{mR}\underset{\displaystyle E_m \exp j\omega t}{\underset{\downarrow}{\underline{E}}}$$

*2)*

$$\boxed{x = \frac{aB}{mR} \frac{E_m}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + 4\omega^2\omega_0^2\sigma^2}} \sin\left(\omega t - \arctan \frac{2\omega\omega_0\sigma}{\omega^2-\omega_0^2}\right)}$$

3)

3) Les équations en régime sinusoïdal forcé :

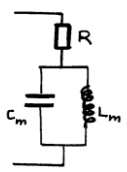
- électrique : $\underline{E} - \underline{v}Ba = R\underline{i}$ (1)
- mécanique : $\underline{i}Ba - k\underline{x} = m\frac{d\underline{v}}{dt}$ (2)

donc $\longrightarrow$ $\underline{E} = R\underline{i} + Ba\underline{v}$ (1)

on trouve $\underline{v}$ avec (2)

$\underline{i}Ba - k\frac{\underline{v}}{j\omega} = mj\omega\underline{v}$ (2)

$$\underline{v} = \frac{\underline{i}Ba}{jm\omega + \frac{k}{j\omega}}$$




$$\longrightarrow \quad \underline{E} = \left(R + \frac{1}{j\omega\left(\frac{m}{B^2a^2}\right) + \frac{1}{j\omega\left(\frac{B^2a^2}{k}\right)}}\right)\underline{i}$$

$$\boxed{\underline{E} = \left(R + \frac{1}{jC_m\omega + \frac{1}{jL_m\omega}}\right)\underline{i}}$$

$$\boxed{C_m = \frac{m}{B^2a^2}}$$

$$\boxed{L_m = \frac{B^2a^2}{k}}$$