Mardi 17 juin

Mines-Télécom – Mammifère marin + Rail de Laplace double

Centrale 2 Python – Alliage métallique

Centrale 2 Python – Poursuite de tiges

Mines-Ponts – Ex1 : guide d’ondes – Ex2 : Pendule sur glissière

Centrale 1 – Modèle de solide cristallin

Les sujets Centrale 2 avec les programmes python associés sont sur le site à la rubrique « Centrale python »

Mines-Télécom

Exercice 1 : Mammifère marin

On considère un mammifère, assimilable à une boule de rayon a (a = 25cm), qui dégage une quantité p de chaleur par unité de volume et de temps.
Il est plongé dans un fluide (air ou eau) de température To = 5°C loin de l'animal. On se place en régime stationnaire.
1) Faire un bilan thermique dans le fluide entre deux sphères de rayons proches et de centre O, le centre de l'animal.
2) Faire un bilan thermique pour l'animal. En déduire en fonction de λ, a, To, et p, la température de surface T_S de l'animal.
3) Que doit valoir p pour maintenir T_S = 30°C ? Faire l'application numérique dans l'air ou dans l'eau. Pourquoi n'existe-t-il pas de petits mammifères marins ?
4) Critiquer le modèle.

Données : Gradient en coordonnées sphériques : $\overrightarrow{grad}(V) = \begin{vmatrix} \frac{\partial V}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} \\ \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi} \end{vmatrix}$

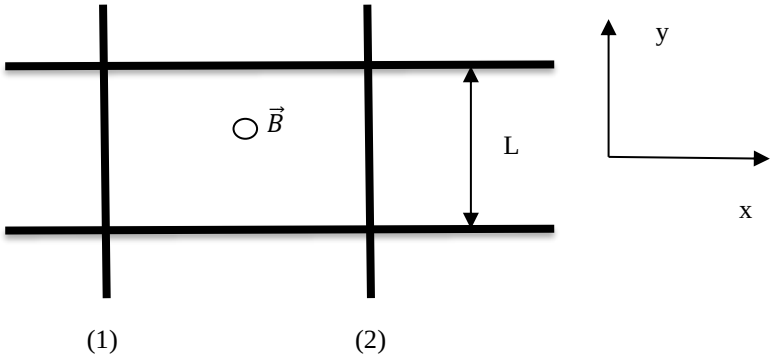
Conductivité thermique de l'eau : λ = 0,6 $W.K^{-1}.m^{-1}$
Conductivité thermique de l'air : λ = 24.10^{-3} $W.K^{-1}.m^{-1}$

Réponses :

1) *Par un bilan thermique sur une tranche de fluide et la température T_0 à l'infini :*
   $T(r) = -\frac{A}{r} + T_0$ *avec A une constante*
2) *Par un bilan thermique pour tout l'animal et la continuité du flux en r = a,* $A = -\frac{a^3 p}{3\lambda}$ *et* $T_s = T_0 + \frac{a^2 p}{3\lambda}$
3) $p = \frac{3\lambda}{a^2}(T_s - T_0)$ *AN : dans l'air* $p = 29\ W.m^{-3}$ *; dans l'eau* $p = 720\ W.m^{-3}$
   Si la taille du mammifère diminue (a diminue) p augmente donc un petit mammifère (à sang chaud) n'arrivera pas à dégager la puissance nécessaire pour réguler sa température.
4) *Critique du modèle :*
   - *On n'a pas tenu compte de la couche de graisse ni de la fourrure qui isolent le mammifère.*
   - *Il faudrait aussi tenir compte de la conducto-convection qui refroidit le mammifère.*

Exercice 2 : Rail de Laplace double

Deux barres métalliques parallèles de masse m sont posées sur les rails métalliques parallèles horizontaux. Elles sont placées dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e_z}$
Elles peuvent glisser sans frottement sur les rails. La barre 1 de déplace à la vitesse $\vec{V_1} = V.\cos(\omega t)\vec{e_x}$.



1) Etudier la vitesse de la barre 2.
2) Par un bilan de puissance, expliquer ce que devient la puissance fournie par l'opérateur qui déplace la barre 1.

Réponses :

1) *Par la loi de Faraday et la seconde loi de Newton,* $\frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2}{\tau} = \frac{V}{\tau}\cos(\omega t)$
2) *Bilan de puissances mécaniques :* $\frac{d(E_{c1}+E_{c2})}{dt} = P_{Laplace} + P_{opérateur\ qui\ agit\ sur\ la\ barre\ 1}$
   Bilan de puissances électriques $P_{Joule} = -P_{fem}$ *et on constate que* $P_{Laplace} + P_{fem} = 0$
   Bilan global : $P_{opérateur} = P_{Joule} + \frac{d(E_{c1}+E_{c2})}{dt}$

Mines-Ponts

QC : Guide d'ondes

On considère deux plaques parfaitement conductrices en x=0 et x=a, et du vide entre les deux plaques :

x = a ———————————————————————————

x = 0 ———————————————————————————

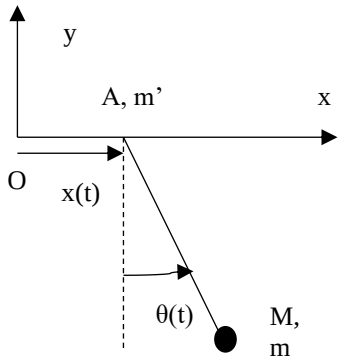
On étudie la propagation, entre les plans, du champ électrique : $\vec{E} = E_0(x)e^{i(\omega t - kz)}\overrightarrow{e_y}$

1) Exprimer $E_0(x)$. On rappelle qu'il y a continuité de la composante tangentielle du champ électrique.
2) Déterminer la relation entre k et ω. Le milieu est-il dispersif ? Dans quel type de milieu retrouve-t-on ce type d'équation ?
3) Déterminer une relation entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe
4) Que retrouve-t-on lorsque k=0 ?

Réponses :

1) $E_{0,n}(x) = Bsin\left(n\frac{\pi}{a}x\right)$ *avec* $n \epsilon \mathbb{N}^*$
2) $\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k^2 = \left(n\frac{\pi}{a}\right)^2$, *il y a dispersion. On retrouve ce genre de relation de dispersion dans un plasma.*
3) $v_g . v_\varphi = c^2$
4) *Pour k = 0 on trouve une onde stationnaire comme dans une cavité suivant (Ox).*

Exercice 2 :



On fabrique un pendule simple en accrochant un point matériel M de masse m à un fil sans masse de longueur L que l'on attache à un anneau A, de masse m', pouvant coulisser sans frottement le long de l'axe (Ox).
L'angle entre le fil et la verticale est repérée par l'angle θ(t).
La position du point A est repérée par x(t).
A t = 0, le point A est immobile et on écarte la masse M d'un angle θ_0.
A cet instant on lâche le système sans vitesse initiale.

1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par θ.
2) Exprimer θ(t) et x(t) pour des oscillations de petite amplitude. Commenter.

Réponses :

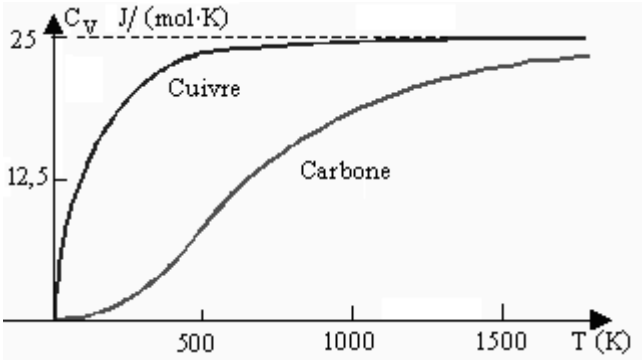
1) *On repère par x la position du point A.*
   Par la seconde loi de Newton appliquée au système {A+M} dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen :
   $$(m + m')\ddot{x} + mL(\ddot{\theta}\cos(\theta) - \dot{\theta}^2\sin(\theta)) = 0$$
   Par le théorème du moment cinétique en A appliqué à M dans le référentiel non galiléen lié à (Axyz) :
   $$mL\ddot{\theta} = -mgsin(\theta) - m\ddot{x}\cos(\theta)$$
   D'où l'équation vérifiée par θ : $\ddot{\theta} + \frac{g}{L}sin(\theta) = \frac{m}{m+m'}\cos(\theta)(\ddot{\theta}\cos(\theta) - \dot{\theta}^2\sin(\theta))$
2) *Pour des oscillations de petite amplitude,* $\theta(t) = \theta_0 cos\left(\sqrt{\left(1 + \frac{m}{m'}\right)\frac{g}{L}}t\right)$
   et, $x(t) = x(0) - \frac{mL}{m+m'}\theta_0 cos\left(\sqrt{\left(1 + \frac{m}{m'}\right)\frac{g}{L}}t\right)$

Centrale 2023 Physique-Chimie 1 – Raphaël Rigault

Modèle de solide cristallin

Dans le modèle d'Einstein on suppose qu'un échantillon de N atomes de solide cristallin se comporte comme 3N oscillateurs harmoniques de même pulsation ω donc d'énergie $\varepsilon_n = (n+\frac{1}{2})\hbar\omega$ avec $n \in \mathbb{N}$. On suppose le solide en équilibre thermique à la température T. *(« L'introduction sur les oscillateurs était plus longue, rendant la compréhension de l'exercice plus complexe »)*

1) Donner sans calcul les limites haute et basse température de l'énergie moyenne d'un oscillateur.
2) Exprimer l'énergie moyenne d'un oscillateur.
3) Etablir les expressions limites en haute et basse température.
4) On donne ci-dessous la courbe des variations de la capacité thermique molaire du cuivre et du carbone avec la température.



Etudier les limites haute et basse température de Cv et commenter les courbes.

Corrigé : Voir l'exercice du TD Ch TS : « Modèle d'Einstein quantique »