

Quelques résultats classiques

En calcul intégral :

- Sommes de Riemann sur $[0; 1]$, application à un équivalent de $\sum_{k=1}^n k^\alpha$ avec $\alpha > 0$;
- Lebesgue-Riemann, version $\mathcal{C}^1$ (facile) et version $\mathcal{C}_{pm}$ (difficile, par densité) ;
- Intégrales de Wallis et application à l'équivalent de Stirling ;
- Calcul de $I_{p,q} = \int_0^1 t^p (1-t)^q dt$ avec $(p, q) \in \mathbb{N}^2$;
- Intégrales de Bertrand ;
- Intégrale de Dirichlet $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$ semi-convergente ;
- Fonction Γ d'Euler ;
- Intégrale de Gauss.

Sur les suites et séries numériques :

- Produits infinis ;
- Césaro (par sommation de relations de comparaison) ;
- Lemme de Fekete ;
- Constante γ d'Euler et équivalent $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \ln(n)$;
- Somme $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n} = -\ln(2)$;
- Séries de Bertrand ;
- Transformation d'Abel.

En convexité :

- Différentes versions de l'inégalité de Jensen (intégrale, probabiliste) ;
- Inégalité arithmético-géométrique ;
- Inégalité de Hölder-Minkowski ;
- Théorème de Carathéodory (difficile).

En calcul matriciel :

- Matrices de rang égal à 1 ;
- Lemme d'Hadamard ;
- Matrices à diagonale dominante stricte ;
- Disques de Gerschgorin.

En algèbre générale :

- Polynômes interpolateur de Lagrange ;
- Polynômes de Tchebychev ;
- Polynômes de Bernstein.

En algèbre linéaire :

- Matrices de rang égal à 1 ;
- Commutant d'un endomorphisme dans le cas cyclique ;
- Suites de noyaux itérés.

En réduction :

- Polynôme caractéristique d'une matrice compagne ;

- Diagonalisabilité d'une matrice compagne ;
- Réduction de J ;
- Diagonalisation simultanée ;
- Commutant d'un endomorphisme dans le cas diagonalisable.

En topologie :

- $GL_n(\mathbb{K})$ ouvert dense ;
- Compacité de $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$;
- Fermeture de $\mathcal{S}_n^+(\mathbb{R})$;
- Densité des matrices diagonalisables à valeurs propres simples ;
- Connexité par arcs de $\mathbb{C}^*$ et de $GL_n(\mathbb{C})$.

En algèbre bilinéaire :

- Caractère sous-multiplicatif de la norme euclidienne sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ (norme de Frobenius) ;
- Matrice d'un projecteur ou d'une symétrie orthogonale dans $\mathbb{R}^n$;
- Matrices de Gram (en particulier matrice de Hilbert) ;
- Racine carrée dans $\mathcal{S}^+(E)$ ou $\mathcal{S}_n^+(\mathbb{R})$;
- Décomposition polaire ;
- Inégalité d'Hadamard ;
- Projection sur un convexe fermé d'un euclidien (difficile).

En probabilités :

- Technique de Tchernoff ;
- Marche aléatoire ;
- Somme de lois de Poisson indépendantes ;
- Processus composés ;
- Lemmes de Borel-Cantelli (difficile).

Sur les équations différentielles scalaires :

- Zéros isolés ;
- Lemme de Gronwall ;
- Entrelacement des racines.

Sur les équations différentielles vectorielles :

- Relation $\det(e^A) = e^{\text{Tr}(A)}$;
- Calcul de $\exp \begin{pmatrix} 0 & -\theta \\ \theta & 0 \end{pmatrix}$ avec θ réel.

En calcul différentiel :

- Différentielle de la norme dans un espace euclidien ;
- Différentielle du déterminant ;
- Principe du maximum.

En arithmétique :

- Relation $\sum_{d|n} \varphi(d) = n$;
- Théorème de Wilson ;
- Caractérisation de -1 carré dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$;
- Formule de Legendre ;
- Convolution de Dirichlet.