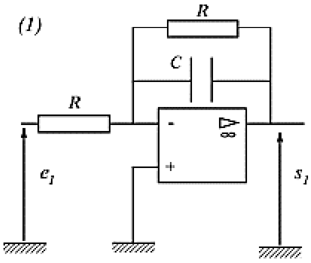
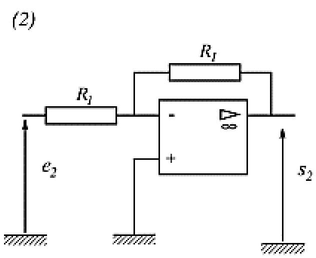
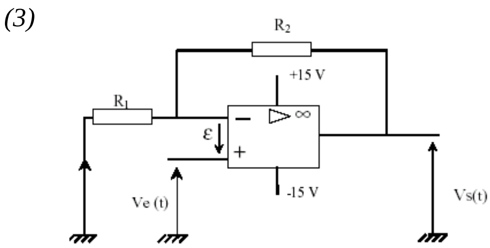
TD Ch TS - Traitement du signal

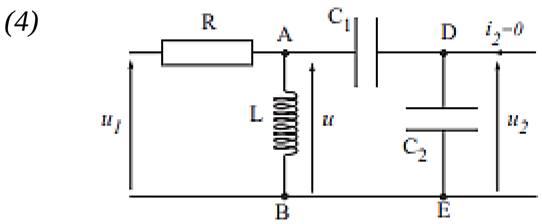
Exercice 1** : Fonctions de transfert

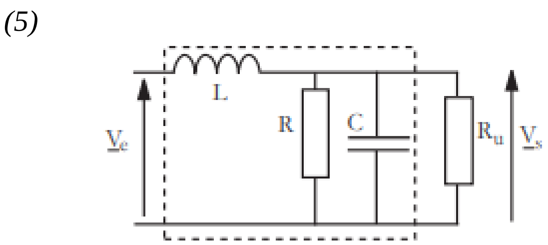
1) Déterminer les fonctions de transfert des filtres ci-dessous (les ALI sont idéaux et fonctionnent en régime linéaire donc $i_- = i_+ = 0$ et $V_+ = V_-$) :









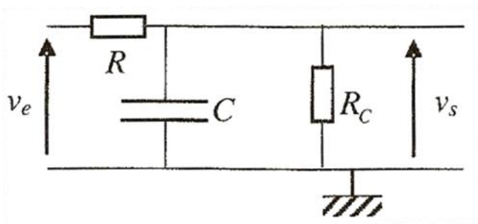


2) Préciser la nature, l'ordre et des applications possibles de ces filtres.

Exercice 2** : Filtrage d'un signal redressé

On considère le signal périodique de fréquence 50 Hz défini par $e(t) = 0$ pour $t \in [-T/2,0]$ et $e(t) = E.\sin(2\pi t/T)$ pour $t \in [0,T/2]$

1) Tracer e(t) et calculer sa période T et sa pulsation ω.



2) On considère le filtre ci-contre avec C=10 *m*F, R=10Ω =R*c* :
Trouver sa fonction de transfert, son gain statique H_0 et sa pulsation de coupure ω_c. Calculer numériquement ω_c et H_0.

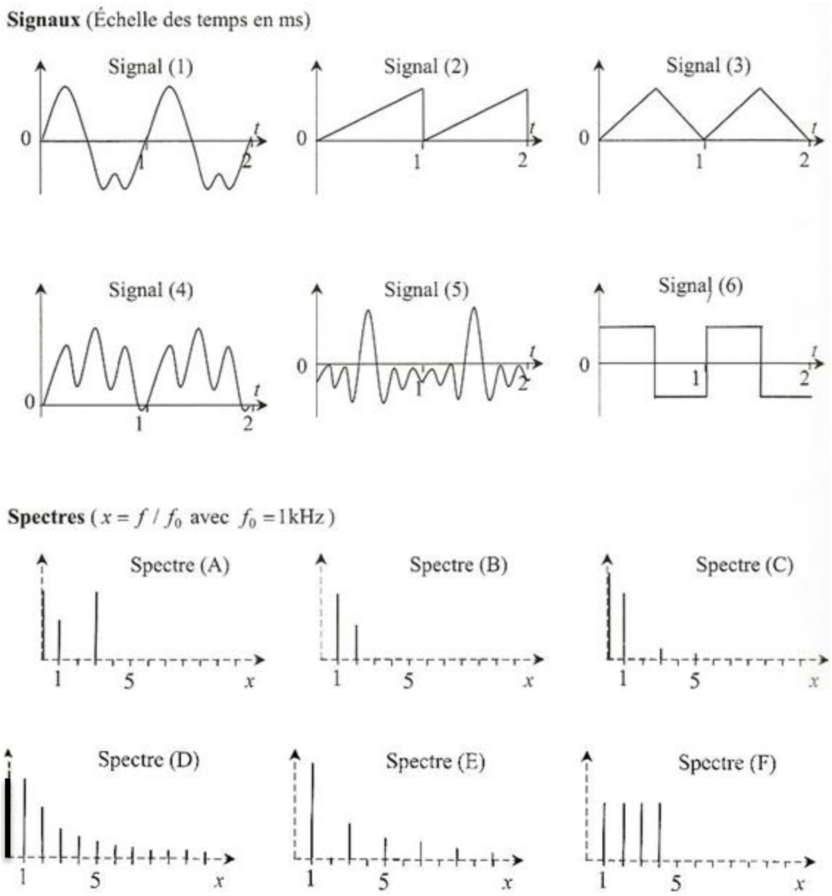
3) On injecte le signal *e(t)* en entrée du filtre.
On donne son développement en série de Fourier :
$e(t) = \frac{E}{\pi}\left[1 + \frac{1}{2}\sin(\omega t) - \frac{2}{3}\cos(2\omega t) + \cdots - \frac{2}{n^2-1}\cos(n\omega t) + \cdots\right]$
Quel est l'effet du filtre sur e(t) ? Donner une expression approchée du signal de sortie v_s.

4) On appelle taux d'ondulation τ d'un signal le rapport de l'amplitude de la partie variable de ce signal à sa valeur moyenne. Evaluer le taux d'ondulation τ du signal de sortie v_s (on justifiera qu'on peut assimiler la partie variable au premier harmonique non nul).

5) Imaginer une application de ce filtre.

Exercice 3* : Spectre et forme du signal

Un expérimentateur a effectué le spectre de 5 signaux de période 1ms. Particulièrement mal organisé, il les a mélangés ! Pouvez-vous l'aider à retrouver la correspondance entre signaux et spectres ? Vos choix seront bien sûr argumentés.

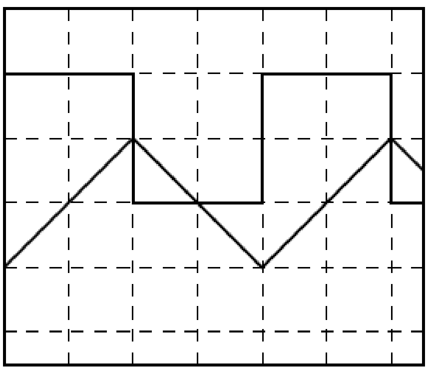


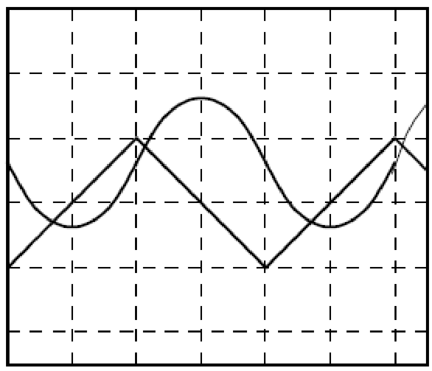
Exercice 4** : Réponses d'un filtre

On considère un Filtre passe-bande dont la fonction de transfert est du type :

$$\underline{\mathrm{H}} = \frac{1}{1 + j\mathrm{Q}\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

On donne les oscillogrammes suivants :

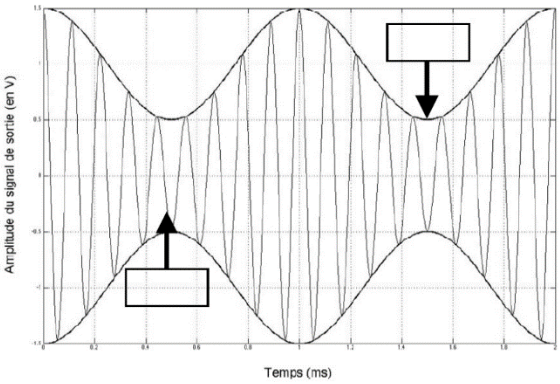




Pour la première expérience, 1 carreau = 1 ms. Pour la deuxième expérience 1 carreau = 0,1 µs.

Le calibre des tensions est le même pour les deux oscillogrammes.
Interpréter les oscillogrammes en identifiant les signaux d'entrée et de sortie.

Exercice 5* : Filtrage d'un signal modulé en amplitude**



Un signal modulé en amplitude a l'expression $s(t)=S_m(1+m.\cos(\Omega t))\cos(\omega_p t)$ où $f_p = \omega_p/2\pi$ est la fréquence de la porteuse, $F= \Omega/2\pi$ est la fréquence de l'onde modulante et m est l'indice de modulation. Il est représenté sur la figure ci-contre La fréquence porteuse f_p est toujours supérieure à F.

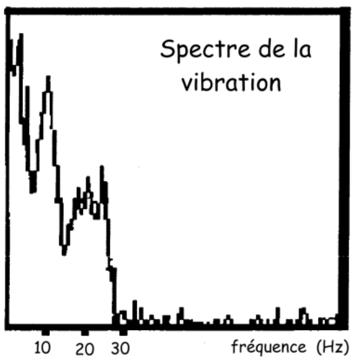
1) Indiquer sur la figure, dans les cases prévues à cet effet, si ces ondes peuvent être qualifiées de porteuse, modulante ou modulée.

2) Déterminer le profil spectral du signal s(t) et montrer notamment qu'il se compose de 3 raies.

3) Rappeler la forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe bande du second ordre de fréquence de centrale f_p et de facteur de qualité Q. Montrer que pour une fréquence f proche de f_p , il est possible d'utiliser l'expression approchée suivante de la fonction de transfert : $\dfrac{G_0}{1+2jQ(f-f_p)/f_p}$.

4) Le signal s(t) traverse un filtre passe bande de fréquence centrale f_p et de coefficient de qualité Q. On supposera $F \ll f_p$. En utilisant l'expression démontrée à la question 3, donner une expression approchée du signal de sortie. Mettre ensuite le signal de sortie sous la forme : $s'(t) = S'_m(1+m'.\cos(\Omega t+\varphi))\cos(\omega_p t)$. En déduite que le rôle du filtre peut se résumer à l'introduction d'un déphasage sur le signal modulant et une diminution de l'indice de modulation.
AN : Calculer la diminution relative de l'indice de modulation pour $\Omega/\omega_p =0.005$ et Q=50.

Exercice 6* : Acquisition du signal issu d'un capteur.



Un capteur de vibrations placé sur une structure métallique enregistre ses vibrations.
Le spectre fourni par un analyseur FFT a l'allure ci-contre :

1) Dans quelle bande de fréquences se situent ces vibrations ?

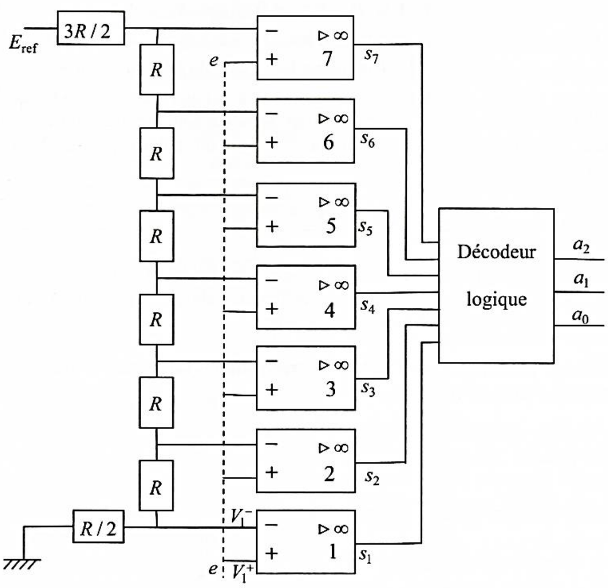
Pour traiter et stocker ce signal, on l'envoie sur un système d'acquisition relié à un PC. L'opérateur choisit une fréquence d'échantillonnage de fe = 70 Hz pour respecter le théorème de Shannon.

2) Tracer l'allure du spectre du signal échantillonné.
3) Suite à un défaut de câblage, le signal de vibration se trouve parasité par le 50 Hz du secteur.

Comment est modifié le spectre du signal échantillonné ? Quel est le défaut qui est apparu ? Comment remédier à ce problème ?

Exercice 7* : Convertisseur analogique-numérique parallèle (ou CAN flash) 3 bits**

Une tension analogique e pouvant varier de 0 à 7V est convertie en signal numérique sur 3 bits $a_2a_1a_0$. Pour cela on réalise le CAN flash 3 bits représenté ci-dessous. Les 7 amplificateurs linéaires intégrés (ALI) aussi appelés amplificateurs opérationnels (AO) sont placés en parallèle. On note V_i^+ la tension à chaque entrée (+),V_i^- la tension à chaque entrée (-) et s_i la tension de sortie de chaque ALI.
Les ALI sont en régime saturé et se comportent comme des comparateurs simples :
Si $V_i^+>V_i^-$ alors $s_i=+V_{sat}=+15V$; si $V_i^+<V_i^-$ alors $s_i=-V_{sat}=-15V$.
Aucun courant ne peut entrer dans les bornes (+) et (-) des ALI (impédance d'entrée infinie).
La tension analogique e à convertir est envoyée sur les bornes V^+ des 7 ALI. Un réseau de résistances montées en série est alimenté par une tension de référence E_{ref}=8V.



1) Considérons l'ALI 1. Que vaut la tension V_1^+ ? Que vaut la tension V_1^- ? En déduire la tension de sortie V_{S1} de l'ALI 1 en fonction de la valeur de e.
2) Mêmes questions pour les ALI 2 à 7 : exprimer les seuils de basculement (valeurs de e faisant basculer la tension de sortie d'une valeur à l'autre) pour chaque ALI. Décrire le comportement de sortie des ALI si on augmente progressivement la tension e de 0V à 7V.
3) En déduire l'état de sortie des différents ALI pour les différentes valeurs de e reportées dans le tableau ci-dessous. On notera 1 si s=+V_{sat} et 0 si s=-V_{sat}, et dans l'ordre ALI7-ALI6-…-ALI1. Par exemple, si les ALI 7 à 3 sont à s=-V_{sat} et les ALI 2 et 1 sont à +V_{sat}, on note 0000011. Compléter la deuxième ligne du tableau ci-dessous :

e (V)	0	1	2	3	4	5	6	7
Sortie des ALI	0000000	0000001						
Code 3 bits $a_2a_1a_0$	000	001						

4) Le code obtenu n'est pas la conversion en base 2 de la tension analogique d'entrée. Il faut utiliser un décodeur logique (constitué des portes logiques qui combine les entrées logiques 0 ou 1 selon les lois de l'algèbre de BOOLE, comme les portes NAND…) pour réaliser cette conversion. Compléter la troisième ligne du tableau.
5) La quantification du signal sonore en vue de l'enregistrement d'un CD audio s'effectue sur 16 bits. A combien de niveaux analogiques différents cela correspond-t-il ? Combien d'ALI nécessiterait un CAN parallèles 16 bits ? Commenter.

Réponses :

Ex1 : 1) $\underline{H_1} = -\frac{1}{1+jRC\omega}$ $\quad \underline{H_2} = -1$ $\quad \underline{H_3} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ $\quad \underline{H_4} = \frac{C_1/(C_1+C_2)}{1+jR(C_1C_2)\omega/(C_1+C_2)+R/jL\omega}$ $\quad \underline{H_5} = \frac{1}{1+jL\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R_u}\right)\omega - LC\omega^2}$

2) Le filtre 1 est passe bas du premier ordre, intégrateur à hautes fréquences
Le filtre 2 est inverseur, le filtre 3 est amplificateur non inverseur
Le filtre 4 est passe-bande du second ordre, le filtre 5 est passe-bas du second ordre.

Ex 2 : 1) $T = 0{,}02$ s et $\omega = 3{,}1.10^2$ rad.s^{-1} $\quad$ 2) $\underline{H} = \frac{H_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}$ avec $H_0 = \frac{R_c}{R+R_c} = 0{,}5$ et $\omega_c = \frac{R+R_c}{RR_cC}$

3) $v_s(t) \approx \frac{R_c}{R+R_c}\frac{E}{\pi} = 0{,}16\ V$ $\quad$ 4) $\tau = \frac{1}{2\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} = 0{,}032$

Ex 3 : 1B, 2D, 3C, 4A, 5F, 6E

Ex 4 : Dans la première expérience le signal d'entrée est triangulaire et le signal de sortie est un signal carré (sa dérivée par le filtre passe-bande en basses fréquences). Dans la deuxième expérience, le signal d'entrée est triangulaire et le signal de sortie est son intégrale en hautes fréquences donc il est formé d'arcs de paraboles.

Ex 5 : 2) Une raie de fréquence f_p et d'amplitude S_m, 2 raies de fréquences f_p-F et f_p+F et d'amplitude $mS_m/2$

4) $m' = \frac{m}{\sqrt{1+4Q^2F^2/f_p^2}}$ et $\varphi = -\arctan(2QF/f_p)$ $\quad$ AN : $\left|\frac{m-m'}{m}\right| = 11\%$

Ex 6 : 3) Il apparait des fréquences parasites à 20Hz, 50Hz, 120Hz…Le défaut principal est la fréquence à 20Hz due au repliement de spectre. Pour y remédier il faut rajouter un filtre anti-repliement (filtre passe-bas de fréquence $f_e/2$ à placer avant l'échantillonnage.

Ex 7 : 1) $V_1^+ = e$; par le pont diviseur de tension $V_1^- = 0{,}5V$. Si $e<0{,}5V$, $s_1=-V_{sat}$; si $e>0{,}5V$, $s_1=+V_{sat}$.
2) Seuils de basculement : $V_2^- = 1{,}5V$; $V_n^- = (n-0{,}5)V$. Si e=0V tous les ALI sont à $-V_{sat}$, si e augmente l'ALI1 bascule, puis le 2…
5) Pour n=16bits, il faudrait $2^n-1=65535$ ALI en parallèle !