

DM 1 de Physique à rendre le vendredi 12/09/25

Traitement des signaux radar

On s'intéresse à une méthode de télédétection des courants marins de surface et à la mesure de leur vitesse par effet Doppler. Elle permet d'obtenir des cartes de courants de surface du type de celles de la figure 4.

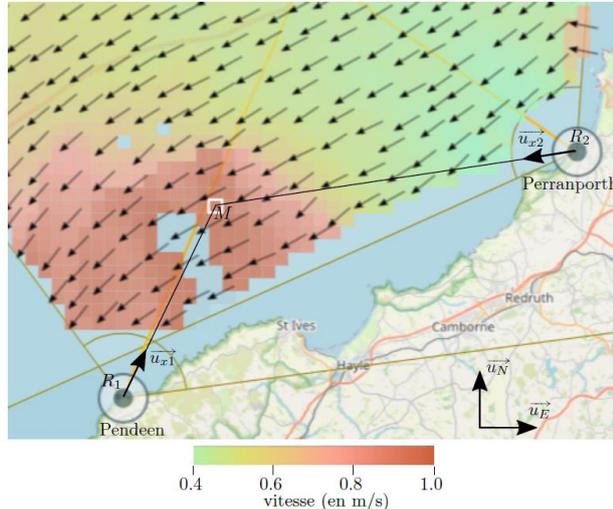


Figure 4 – Carte des courants en Mer Celtique fournie par les radars de Pendeen et Perranporth repérés par les points R_1 et R_2

L'onde radar incidente se réfléchit sur l'interface air-eau mobile à la vitesse $\pm U \vec{u}_x$, ce qui entraîne un décalage de la fréquence f_r de l'onde réfléchie par rapport à celle f de l'onde incidente. Ce phénomène nommé *effet Doppler* est régi par la relation ci-dessous, valable dans la limite où U est très inférieure à la célérité c de la lumière dans le vide :

$$f_r - f \approx \pm \frac{2U}{\lambda} \quad \text{avec } \lambda \text{ la longueur d'onde de l'onde incidente} \quad (6)$$

Le décalage Doppler f_D proportionnel à la vitesse à mesurer est souvent inférieur à 1 Hz et il concerne une onde dont la fréquence initiale est de l'ordre de 10 MHz. La mesure précise de cette minuscule variation est réalisée par détection synchrone, technique dont la section I introduit le principe. Parallèlement, l'antenne réceptrice capte une multitude d'échos provenant de chaque petit élément de la mer sur une surface de plusieurs centaines de kilomètres carrés. Pour établir une carte de courant du type de celle visible sur la figure 4, il faut analyser simultanément tous ces échos et déterminer d'où chacun provient, en calculant notamment la distance à l'antenne de chaque petit élément réflecteur. Cette résolution en distance fait elle aussi appel à la détection synchrone (section II) et, dans les installations modernes, on la conduit conjointement à la détermination des décalages Doppler. Par souci de simplicité, on dissocie l'étude de ces deux aspects.

I – Mesure d'une différence de fréquence par détection synchrone

On considère deux signaux sinusoïdaux $v_1(t) = A \cos(2\pi f_1 t)$ et $v_2 = B \cos(2\pi f_2 t + \varphi_0)$, où A , B et φ_0 sont des constantes, dont on souhaite mesurer l'écart de fréquence $f_2 - f_1$, supposé très inférieur aux fréquences f_1 et f_2 . Le montage de détection synchrone qui permet d'y parvenir est représenté schématiquement sur la figure 5 : il est formé d'un multiplieur analogique \mathcal{M} (qui donne une tension de sortie proportionnelle au produit de ses deux tensions d'entrée) et d'un filtre \mathcal{F} dont la nature sera étudiée plus loin.

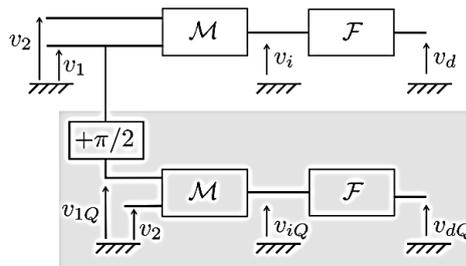


Figure 5 – Principe d'un montage de détection synchrone. Jusqu'à la question Q20 incluse, la partie inférieure sur fond gris n'a pas à être considérée.

Q18. Exprimer à un facteur près le signal intermédiaire v_i , puis justifier que son spectre fait apparaître les fréquences $f_2 + f_1$ et $|f_2 - f_1|$. Indiquer le type de filtrage qui permet d'obtenir, à la sortie du filtre, un signal v_d de fréquence $|f_2 - f_1|$.

Le traitement des signaux radars fait intervenir des composants spécifiques aux hautes fréquences. Pour des ultrasons au contraire, avec des fréquences de l'ordre de 10^4 Hz, des composants usuels disponibles dans un lycée (résistances, condensateurs et bobines d'auto-induction) fonctionneraient.

Q19. Proposer pour \mathcal{F} un schéma électrique de filtre passif convenable, sans préciser pour l'instant les valeurs des composants. Un filtre d'ordre 1 est acceptable mais le jury valorisera davantage un filtre d'ordre 2, plus efficace.

Q20. Exprimer la fonction de transfert du montage de la question précédente. Pour $f_1 \approx f_2 \approx 40$ kHz, proposer des valeurs réalistes pour les composants du filtre \mathcal{F} .

À l'issue du filtrage, v_d est pratiquement sinusoïdal et mesurer sa fréquence revient à mesurer $|f_2 - f_1|$, ce qui était le but à atteindre. Cependant, dans le cas de l'effet Doppler (où $f_1 = f$ et $f_2 = f_r$), il est important de connaître le *signe* de $f_2 - f_1$. Pour cela, on complète le montage de la figure 5 par une seconde voie (représentée sur fond gris) dans laquelle on applique des opérations analogues après avoir déphasé v_1 de $+\pi/2$ (démodulation en quadrature).

Q21. Dans l'hypothèse d'un filtrage idéal, exprimer le signal v_{dQ} et expliquer comment son observation conjointe à celle de v_d permet d'obtenir le signe de $f_2 - f_1$.

II – Mesure de distance par modulation de fréquence

La mesure de la distance des éléments réflecteurs fonctionne elle aussi par détection synchrone grâce à une modulation de la fréquence de l'onde émise. Alors qu'un signal de fréquence f_0 constante varie selon $\cos(2\pi f_0 t)$, le champ électrique émis par l'antenne est proportionnel à la tension $v_e(t)$, T_m -périodique et définie sur une période par

$$\forall t \in [0, T_m[, v_e(t) = A \cos \Phi(t) \quad \text{avec} \quad \Phi(t) = 2\pi \left(f_0 + \frac{Bt}{2T_m} \right) t. \quad (9)$$

La grandeur positive B , homogène à une fréquence et très inférieure à f_0 , est appelée largeur de bande. La période de répétition T_m est de l'ordre de quelques dixièmes de secondes et f_0 de l'ordre de 10 MHz.

On définit la *fréquence instantanée* $f(t)$ de v_e par $f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt}(t)$.

Q22. Exprimer $f(t)$ et tracer schématiquement le graphe de ses variations sur deux périodes.

La cible qui réfléchit l'onde, supposée ici immobile, se trouve à la distance d de l'antenne émettrice. À l'instant t , la station radar dispose du signal d'émission $v_e(t)$ et du signal d'écho $v_r(t)$. Ce dernier provient de la réflexion par la cible du signal émis un peu plus tôt, de sorte que sa fréquence $f_r(t)$ à l'instant t est celle que possédait v_e à l'instant $t - \tau$.

Q23. Donner l'expression de τ . Pour $d = 10$ km, vérifier qu'il est très inférieur à T_m , puis représenter sur un même graphique les variations de $f(t)$ et $f_r(t)$. Les deux courbes seront légendées et tracées en deux couleurs distinctes. Pour ce graphique seulement, on prendra $\tau = T_m/10$.

Les signaux $v_e(t)$ et $v_r(t)$ sont appliqués à l'entrée du montage de détection synchrone (représenté figure 5 et étudié dans la section I).

Q24. Exprimer la fréquence f_d du signal démodulé v_d . Montrer que sa mesure permet d'accéder à la distance d de la cible, qu'on exprimera en fonction de c , B et T_m .

III – Questions liées à l'échantillonnage

En pratique, l'écho reçu par un radar océanographique n'est pas parfaitement harmonique et la tension v_d issue de la détection synchrone présente de petites variations aléatoires. Elles se superposent au signal sinusoïdal idéal attendu et en compliquent l'exploitation. Pour mesurer la fréquence f_d , le signal bruité est échantillonné et numérisé, puis on procède à son analyse spectrale par transformée de Fourier discrète (TFD).

III.1 – Analyse spectrale par TFD

L'analyse spectrale par TFD est une technique couramment mise en œuvre dans les oscilloscopes numériques et les logiciels accompagnant les cartes d'acquisition. Son calcul est généralement conduit par l'algorithme de transformée de Fourier rapide (de sigle fréquemment rencontré FFT).

On considère un signal analogique $v(t)$ dont on a prélevé N_e échantillons $v_n = v(t_n)$ aux instants $t_n = nT_e$ avec $n \in \{0, 1, 2, \dots, N_e - 1\}$. La TFD permet d'afficher N_e valeurs $|S(f_k)|$ associées aux fréquences $f_k = k/(N_e T_e)$ avec $k \in \{0, 1, 2, \dots, N_e - 1\}$. Selon les paramètres N_e et T_e choisis pour l'échantillonnage, ces nombres $|S(f_k)|$ constituent une représentation plus ou moins fidèle du spectre de v .

Q25. Expliquer en quoi consiste le phénomène de « repliement du spectre » et comment s'en prémunir.

L'échantillonnage sur une durée finie limite la capacité à distinguer, dans le spectre de v , des composantes harmoniques possédant des fréquences f_1 et f_2 très proches. On appelle *résolution spectrale* la valeur de $|f_2 - f_1|$ en dessous de laquelle cette distinction est impossible; elle s'identifie ici à la *précision* δf sur l'échelle des fréquences. À titre d'exemple, on a représenté sur la figure 6 la TFD de la fonction $v(t)$ suivante, qui comporte un léger bruit aléatoire $\epsilon(t)$ superposé :

$$v(t) = A \cos(2\pi f_1 t) + A \cos(2\pi f_2 t) + \epsilon(t) \quad \text{avec} \quad A = 2 \text{ V}, \quad f_1 = 150 \text{ Hz}, \quad f_2 = 160 \text{ Hz}, \quad |\epsilon(t)| < 0,1 \text{ V}. \quad (10)$$

Sur le spectre de gauche, $N_e = 100$, $T_e = 2$ ms; sur celui de droite $N_e = 100$, $T_e = 0,5$ ms. Ces valeurs numériques ont été choisies dans un but illustratif et n'ont aucun lien avec celles mises en jeu dans le traitement des signaux radars. Pour plus de lisibilité, le graphique a été restreint aux fréquences inférieures à 250 Hz.

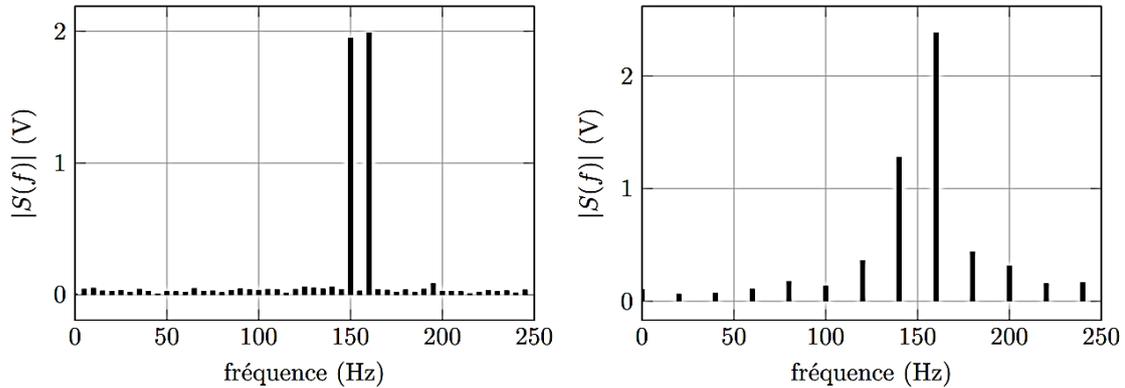


Figure 6 – Exemples de spectres obtenus par TFD du signal donné par l'expression (10) pour deux choix des paramètres d'échantillonnage.

Q26. Commenter ces deux spectres et analyser leur capacité à révéler les composantes spectrales de $v(t)$. Exprimer en fonction de N_e et T_e la précision en fréquence δf (identique à la résolution spectrale), et donner sa valeur numérique dans chacun des deux cas.

Dans les radars océanographiques, une double TFD permet d'obtenir simultanément les informations relatives à la vitesse v_x de la cible ($f_r - f = \pm f_B + f_D$, question **Q15**) et celles relatives à sa distance ($f_r - f$ est lié à d , question **Q24**). Comme annoncé au début de la partie, on traite *séparément* ces deux phénomènes dans les sous-sections III.2 et III.3 respectivement, comme si chacun existait indépendamment de l'autre.

On donne la réponse à la question Q15 (non traitée dans ce DM) : $f_r - f = f_D \pm f_B$ avec $f_D = -2v_x \frac{f}{c}$ le décalage par effet Doppler et $\pm f_B$ un décalage en fréquence non étudié dans ce DM mais donné numériquement.

III.2 – Limite et résolution en vitesse

Sur chaque rampe de modulation, de durée T_m , un échantillon de v_d est acquis et on répète cette opération N fois pour une durée d'acquisition $T_a = NT_m$. Les données sont ici $f = 29,85$ MHz, $f_B = 0,56$ Hz, $T_m = 0,262$ s et $B = 125$ kHz (radar WERA de la société Helzel Messtechnik). $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹

Q27. Indiquer jusqu'à quelle fréquence maximale on peut obtenir le spectre pour en déduire $f_r - f$. En déduire la valeur maximale de f_D atteignable et la vitesse v_x maximale associée. On rappelle que ces grandeurs ont été reliées l'une à l'autre dans la question **Q15**.

Q28. Pour $N = 4096$, fournir la résolution spectrale de la mesure de $f - f_r$. En déduire la résolution Δv_x sur la vitesse v_x .

III.3 – Limite et résolution en distance

Au sein d'une unique rampe de modulation de durée $T_m = 0,262$ s, M échantillons équidistants de v_d sont acquis en vue du calcul de la TFD.

Q29. Exprimer la valeur maximale $f_{d_{max}}$ de f_d que l'on peut déduire de l'analyse de ce spectre. Pour une portée de radar d_{max} égale à 50 km, proposer une valeur de M compatible. On rappelle que d et f_d ont été reliées l'une à l'autre dans la question **Q24**.

Q30. Indiquer quelle est la résolution spectrale sur la mesure de f_d . En déduire la résolution en distance Δd . Pour information, la société Helzel Messtechnik indique que l'utilisateur peut paramétrer le radar et choisir des résolutions de 0,3 km, 0,6 km et 1,2 km.