Test de rentrée - 2h

Remarques générales : Laisser une marge pour le report des points et encadrer les résultats. Pas de jeu de piste ! Pour certains, revoir impérativement les sommes géométriques.

1 . OK.

2 . 1. OK.

2. L'égalité entre les deux sommes est bien réussie mais beaucoup ne finissent pas la détermination de celles-ci.

3 . Plutôt bien réussie. Il est impératif de connaître le calcul d'une somme géométrique sans se tromper !

4 . Bien pour la première somme sauf le cas $n = 1$ que très peu identifient. Deuxième somme moins bien traitée.

5 . Il faut distinguer $e^{ix} - 1 \neq 0$ ou pas pour le calcul de somme géométrique. Plusieurs échecs sur la technique de l'angle moitié qu'il faudra reprendre.

6 . OK.

7 . Très peu réussie.

8 . Réussie dans une seule copie !

9 . Réussie dans une seule copie !

10 . Réussie nulle part !

11 . Réussite mitigée.

12 . Plutôt bien réussie par ceux qui s'y sont essayés.

13 . Peu réussie.

14 . Le sens direct a été bien traité. Le sens indirect a rencontré moins de succès. Il fallait utiliser la décomposition de l'espace $E = \text{Im } p \oplus \text{Ker } p$ avec p projecteur.

15 . Il faut vérifier que φ est bien à valeurs dans E pour annoncer $\varphi \in \mathcal{L}(E)$. Une stratégie efficace consiste à vérifier que φ envoie la base canonique de $E = \mathbb{K}_n[X]$ dans E ce qui prouve, par linéarité, que l'application φ est à valeurs dans E et qui fournit la matrice dans cette base.

16 . Il faut mentionner impérativement que l'application φ est linéaire avant d'évoquer les dimensions des espaces de départ et d'arrivée ou le noyau de $\text{Ker } \varphi$. Par ailleurs, un élément du noyau n'admet pas une infinité de racines mais admet zéro comme racine d'ordre n avec un degré $< n$ ce qui prouve qu'il s'agit du polynôme nul.

17 . 1. La croissance de f permet d'écrire une inclusion et seulement une inclusion entre les événements.

2. Il s'agit d'appliquer l'inégalité de Markov à l'événement $\{e^{t\varepsilon} \leq e^{tX}\}$ ce qui est licite puisque la variable aléatoire e^{tX} est positive.

18 . Réussie dans une seule copie !

19 . Beaucoup de rédactions très incomplètes. Cette notion sera revue très en détail dans le chapitre [Espaces préhilbertiens].

20 . Plutôt bien réussie par ceux qui s'y sont essayés.