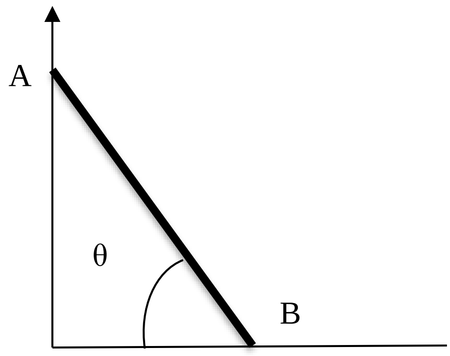
TD Ch M2 - Frottement solide

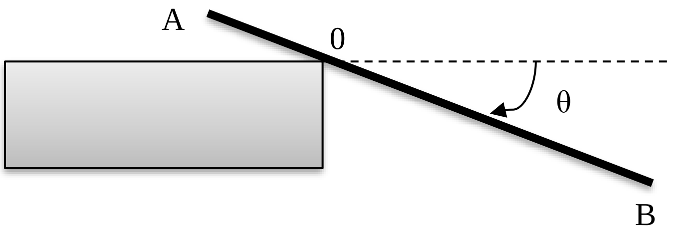
Exercice 1* : EQUILIBRE D'UNE ECHELLE



On considère une échelle AB (de masse m et de longueur 2l) sur laquelle monte une personne de masse M. L'échelle s'appuie en A sans frottement sur un mur vertical et en B sur le sol avec un coefficient de frottement échelle-sol f.
On appelle θ l'angle entre l'échelle et le sol horizontal.

Déterminer la condition sur θ pour que l'échelle reste en équilibre quelle que soit la position de la personne.

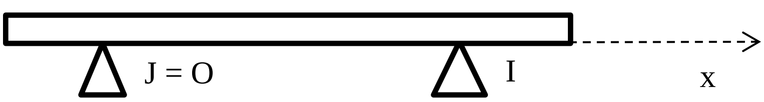
Exercice 2♥ :** BASCULEMENT ET GLISSEMENT



Une barre AB homogène de masse m, de longueur 2b, est posée sur une table horizontale.
Elle dépasse d'une longueur a+b et à t=0 elle est lâchée sans vitesse initiale depuis cette position horizontale.
On donne son moment d'inertie par rapport à l'axe (Oz) autour duquel elle va basculer :
$J_{(Oz)}=m(a^2+b^2/3)$.
Le coefficient de frottement entre la table et la barre est noté f.

Pour quelle valeur de l'angle de rotation θ la barre commence-elle à glisser ?

Exercice 3♥ :** ETUDE ENERGETIQUE DU FREINAGE

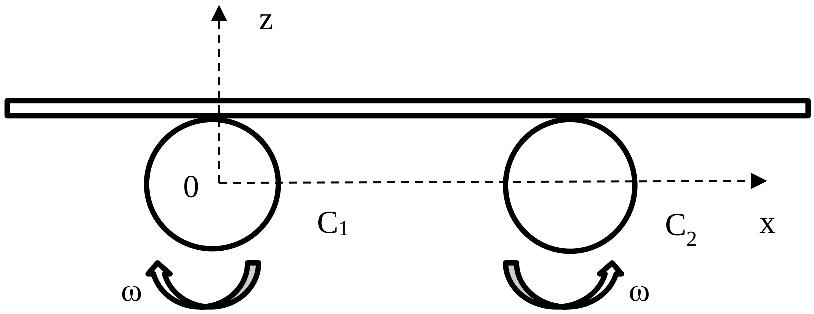


Une barre homogène AB de masse m repose horizontalement sur deux supports en I et J.
On pose IJ=2a.
On donne à la barre les conditions initiales suivantes :
A t=0 le barycentre de la barre est au milieu de [IJ] et la vitesse de la barre est $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$ avec $v_0>0$.
Il n'y a pas de frottement en J. En I le contact est caractérisé par un coefficient de frottement f.
On prendra l'origine de l'axe (Ox) en J.

Par application du théorème de l'énergie cinétique déterminer la valeur de la vitesse initiale v_0 pour que G arrive en I avec une vitesse nulle.

Exercice 4* :** OSCILLATIONS D'UNE PLAQUE SUR DEUX CYLINDRES

Une plaque mince homogène repose sur deux cylindres C_1 et C_2 tournant en sens inverse à la vitesse angulaire constante ω.
Les deux cylindres sont de rayon R et leurs axes sont horizontaux et distants de a.

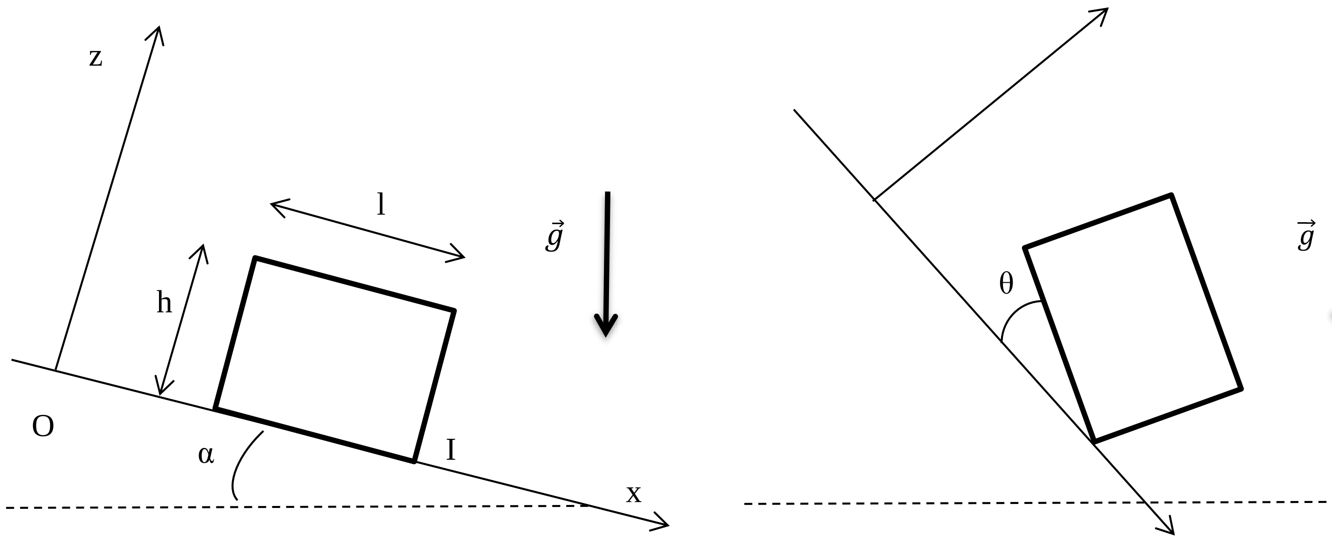


On note x la position du barycentre G de la plaque dans le repère (Oxyz) représenté sur la figure.
A t=0 la plaque est posée horizontalement sur les cylindres avec les conditions initiales :

$$x(0)=a/2 \quad \text{et} \quad 0 < (dx/dt)(0) < R\omega$$

1) Exprimer les vitesses de glissement de la plaque sur les deux cylindres en fonction de dx/dt, R et ω. Déduire de la condition $0 < (dx/dt)(0) < R\omega$ le sens des vitesses de glissement à l'instant t=0.
2) Etablir l'équation différentielle du mouvement du barycentre G de la plaque.
3) Montrer qu'une telle expérience permet de déterminer le coefficient de frottement f par une mesure de durée.

Exercice 5 :** BLOC SUR UN PLAN INCLINE



Un bloc de masse M, de longueur l (égale à sa largeur) et de hauteur h, repose sur un plan initialement horizontal. On note f le coefficient de frottement entre le bloc et le plan, la nature du contact est caractérisée par 0<f<1. Un opérateur augmente progressivement la valeur de l'angle α que fait le plan avec l'horizontale. On modélise le basculement éventuel du bloc par un pivotement sans glissement autour de la génératrice de contact passant par I. On note $J_{(Iy)}$ le moment d'inertie du bloc par rapport à cet axe.

1) On ignore la possibilité de basculement. A quelle condition sur α y a-t-il glissement ?
2) A quelle condition sur α y a-t-il basculement sans glissement ?
3) En déduire la condition sur les dimensions du bloc pour qu'il glisse sans avoir préalablement basculé. AN pour f=0,5.

Résultats :

Ex 1 : $\tan(\theta) > \frac{2M+m}{2(M+m)f}$

Ex 2 : $\theta_{lim} = Arctan\left(\frac{fb^2}{b^2+9a^2}\right)$

Ex 3 : $v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}fga}$

Ex 4 :
1) $\overrightarrow{V_{g\,1}} = (\dot{x} - R\omega)\overrightarrow{u_x}$ *suivant* $-\overrightarrow{u_x}$ *à t=0.*
$\overrightarrow{V_{g\,2}} = (\dot{x} + R\omega)\overrightarrow{u_x}$ *suivant* $+\overrightarrow{u_x}$ *à t=0.*
2) $\ddot{x} + 2\frac{fg}{a}x = fg$
3) *La mesure de la période T des oscillations donne le coefficient de frottement* $f = \frac{2\pi^2 a}{gT^2}$

Ex 5 : *1) tan(α)>f*
2) Le basculement se produit si le moment du poids a tendance à faire tourner le cube autour de (Iy) dans le sens de $\overrightarrow{u_y}$ *donc si G est à droite de la verticale passant par I.*
D'où la condition : f > tan(α) > l/h
3) Condition de glissement sans basculement : f < tan(α) < l/h
Il faut que h < l/f = 2l pour f = 0,5