

Programme de colles

 Venir avec un cahier de colles : y coller les énoncés des exercices et les reprendre à l'issue de la colle.

Semaine 2 22/09/25 - 26/09/25

Programme :

Fonctions définies par une intégrale :

- Théorème de convergence dominée pour une famille $(f_\lambda)_{\lambda \in J}$ avec J un intervalle de \mathbb{R} ;
- Continuité, régularité \mathcal{C}^1 , régularité \mathcal{C}^k sous l'intégrale ;
- La fonction Γ d'Euler : existence, régularité \mathcal{C}^∞ , relation fonctionnelle, log-convexité.

Séries numériques :

- Rappels : définitions, condition nécessaire de convergence, séries géométriques, séries télescopiques, séries à termes positifs, convergence absolue ;
- Compléments : critère de d'Alembert, séries alternées, signe et encadrement du reste d'une série alternée, techniques de comparaison série-intégrale, séries de Riemann, encadrement de reste, équivalent de somme partielle, sommation des relations de comparaison, théorème de Césaro.

Questions de cours : (avec preuve sauf mention contraire)

1. Continuité sous l'intégrale (sans preuve) ;
2. Régularité \mathcal{C}^1 sous l'intégrale (sans preuve) ;
3. Régularité \mathcal{C}^k sous l'intégrale (sans preuve) ;
4. Fonction Γ d'Euler ;
5. Existence de la constante γ d'Euler ;
6. Critère de d'Alembert ;
7. Critère des séries alternées ;
8. Calcul de $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$;
9. Reste de série alternée ;
10. Encadrements de comparaison série-intégrale ;
11. Encadrement du reste en cas de convergence, équivalent de somme partielle en cas de divergence ;
12. Sommation des relations de comparaison (cas divergent, cas convergent) ;
13. Théorème de Césaro.