

CH 01. GENERALITES SUR LES INTERFERENCES

Poly à trous

I. Modèle scalaire des ondes lumineuses

1) Emission et réception de la lumière

a) Spectre des ondes lumineuses

La lumière est une onde électromagnétique (propagation simultanée d'un champ électrique et d'un champ magnétique). Dans le visible, à chaque longueur d'onde correspond une sensation colorée pour l'œil, c'est pourquoi on parle d'onde monochromatique. Une lumière est dite polychromatique lorsqu'elle est constituée d'une superposition d'ondes monochromatiques, elle est alors caractérisée par son spectre.

Ordres de grandeur à connaître :

Longueur d'onde λ		0,4 μm	0,6 μm	0,8 μm	
Couleur		Violet	jaune	rouge	
Domaine	UV	Visible			IR

Le maximum de sensibilité de l'œil est proche de 550 nm (vert).

Dans le vide, $\lambda = \frac{c}{\nu}$ avec $c_0 =$ la vitesse de propagation dans le vide.

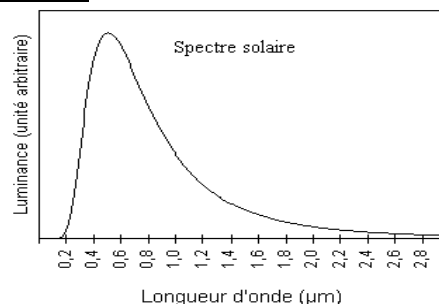
Ordre de grandeur de la période des ondes lumineuses $T = \lambda/c \approx$
et de leur fréquence $\nu \approx$

b) Sources de lumière usuelles et modèle des trains d'onde

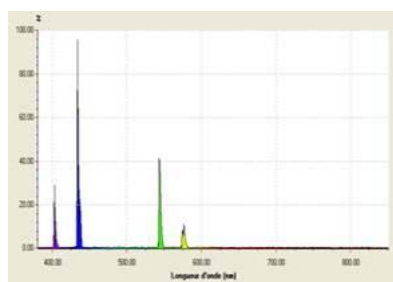
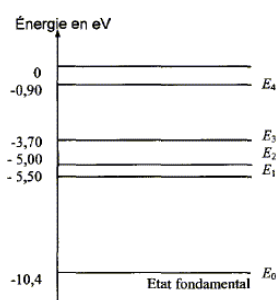
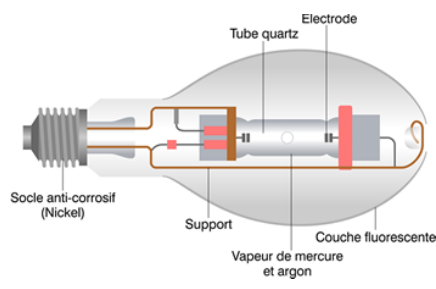
b1) Sources

• Lampe à filament-soleil

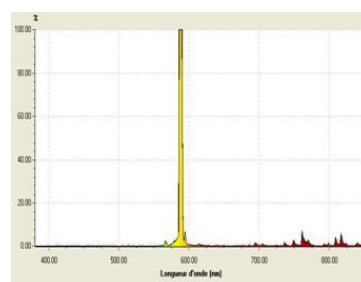
Rayonnement thermique
Spectre continu sur l'IR et tout le visible



• Lampe spectrale Spectre de raies



Spectre de la lampe à vapeurs de mercure



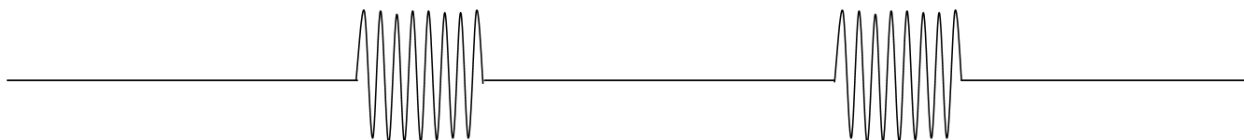
Doublet jaune de la lampe à vapeur de Sodium $\lambda_1=589,0$ nm et $\lambda_2=589,6$ nm

- **Laser**

Quasi-monochromatique, de largeur spectrale beaucoup plus faible qu'une raie d'une lampe spectrale
Laser He-Ne $\lambda=633$ nm rouge-orangé

b2) Modèle des trains d'onde

Description : l'émission de lumière se fait sous forme de trains d'ondes



La durée moyenne d'un train d'onde est appelée

Sa longueur moyenne est appelée

$$l_c =$$

Relation entre la largeur temporelle τ_c d'un train d'onde et la largeur spectrale $\Delta\nu$ d'une source :

CE : Citer l'ordre de grandeur du temps de cohérence Δt de quelques radiations visibles.

Utiliser la relation $\Delta f \cdot \Delta t \sim 1$ pour relier le temps de cohérence à la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la radiation.

Ordres de grandeur :

	Laser HeNe		Lampe spectrale		Lampe à filament, soleil
	monomode	multimode	Basse pression	Haute pression	Lampe blanche
$\Delta\lambda$	0,001 pm	1 pm	0,01 nm	1 nm	
$\Delta\nu$	1 MHz	1 GHz	10 GHz	1 THz	
τ_c	1 μ s	1 ns	0,1 ns	1 ps	
l_c	300 m	30 cm	3 cm	0,3 mm	

Relation entre $\Delta\lambda$ et $\Delta\nu$ et calcul de τ_c et l_c d'une lampe blanche :

A retenir : l_c (laser) $\approx$
 l_c (lampe spectrale) $\approx$
 l_c (lampe blanche) $\approx$

c) Exemples de détecteurs

- **Œil** Temps de réponse $\tau_{\text{œil}} \approx$
- **Photodiode** Temps de réponse $\tau \approx$
- **Capteur CCD** Barrettes de photodiodes

CE : Citer l'ordre de grandeur du temps de réponse de quelques récepteurs de lumière.

Trois ordres de grandeurs bien séparés :

Période de l'onde $T \approx 10^{-15} \text{s} \ll$ temps de cohérence de la source $\tau_c \ll$ temps de réponse du détecteur τ_D

- Les détecteurs ne sont donc pas sensibles aux variations très rapides des ondes lumineuses mais seulement à la valeur moyenne sur leur temps de réponse de l'énergie qu'ils reçoivent.

2) Description de l'onde scalaire lumineuse

L'onde lumineuse est représentée par **une onde scalaire $s(\mathbf{M}, t)$** , c'est une composante du champ électrique par rapport à un axe perpendiculaire à sa direction de propagation.

CE : Utiliser une grandeur scalaire pour décrire un signal lumineux.

a) Expression de l'onde scalaire lumineuse monochromatique

L'onde lumineuse émise par une source ponctuelle S sera une somme d'ondes scalaires monochromatiques de la forme :

$$s(M, t) = A(M) \cos(\varphi_M - \omega t) = A(M) \cos(\varphi_S - \omega(t - \tau_M))$$

avec $A(M)$

$$\varphi_M - \omega t = \varphi_S - \omega(t - \tau_M)$$

φ_M

φ_S

τ_M

b) Notion de chemin optique

- On suppose que la lumière se propage de S en M le long d'un rayon lumineux, c'est-à-dire selon les lois de l'optique géométrique (on peut négliger entre S et M les phénomènes de diffraction).

Définition de l'indice du milieu n : L'indice du milieu en P est $n(P) =$
avec $C(P)$ la vitesse de propagation dans le milieu en P
et $C_0 = 3,00 \cdot 10^8 \text{m.s}^{-1}$ la vitesse de propagation dans le vide

$n_{\text{air}} =$

$n_{\text{verre}} =$

$n_{\text{eau}} =$

Le milieu est en général dispersif donc $n(\lambda_{\text{vide}})$,

l'indice du verre vérifie la loi de Cauchy : $n(\lambda) = \frac{A}{\lambda^2} + B$

- **Définition du chemin optique (SM) entre S et M :**

On calcule le temps mis par l'onde pour se propager de S en M :

$\tau_M = \dots$

où l est l'abscisse curviligne le long du rayon.

Définition : Le chemin optique de S en M est $(SM) =$

il est donc proportionnel au temps mis par la lumière pour aller de S en M.

- Alors $s(M, t) =$
avec λ_0 la longueur d'onde dans le vide

Expression de l'onde scalaire lumineuse : $s(M, t) = A(M) \cos(\varphi_M - \omega t)$ avec $\varphi_M =$

CE : Exprimer le retard de phase en un point (par rapport à un autre) en fonction de la durée de propagation ou du chemin optique.

$\Delta\varphi_M =$

2) Surfaces d'ondes

Définition : On appelle surface d'onde issue d'une source ponctuelle S (d'émission isotrope) l'ensemble des points M de l'espace tels que $(SM)=cte$. Pour une onde monochromatique, c'est une surface sur laquelle la phase de l'onde lumineuse est constante à un instant donné (surface équiphase). Par définition du chemin optique, c'est aussi l'ensemble des points atteints en même temps par la lumière issue de S.

a) Ondes sphériques : On se place dans un milieu homogène, c'est-à-dire dans lequel l'indice du milieu a même valeur en tout point. Dans un tel milieu, par le principe de Fermat, les rayons lumineux sont

des droites. Alors $(SM) = \int_{P=S}^M n(P)dl = n.SM$ et $\varphi_M = \varphi_S + \dots$

Les surfaces d'onde ont pour équation $SM=cte$, ce sont des sphères de centre S.

L'onde émise par une source ponctuelle dans un milieu homogène est une onde sphérique :

$s(M, t) = A(r) \cos(kr + \varphi_S - \omega t)$ avec $k =$

en coordonnées sphériques de centre S

Schéma à faire ci-contre :

Dans le cadre de l'optique, on qualifiera de plane ou sphérique une onde par référence à la forme des surfaces d'ondes.

b) Théorème de Malus (généralisation admise)

Les rayons lumineux sont orthogonaux aux surfaces d'onde.

Il sert à trouver la forme des surfaces d'onde.

Il est largement cité dès qu'on utilise une surface d'onde et ses propriétés.

c) Cas d'une source à l'infini : onde plane

Une onde plane est une onde sphérique observée très loin de la source, les surfaces d'onde sphériques sont alors localement assimilées à des plans.

Expression d'une onde plane :

$s(M, t) = A(M) \cos(\vec{k} \cdot \vec{OM} - \omega t + \varphi_0)$ où O est une origine des phases au voisinage de M
et $\vec{k}$ est le vecteur d'onde de cette onde plane.

Démo :

d) Conséquences du théorème de Malus

CE : Associer une description de la formation des images en termes de rayon lumineux et en termes de surfaces d'onde. Utiliser la propriété énonçant que le chemin optique séparant deux points conjugués est indépendant du rayon lumineux choisi.

- **Transformation des surfaces d'onde par une lentille convergente :**

- Condition de stigmatisme :

Si A' est l'image réelle d'un point A à travers un système optique Σ , le chemin optique (AA') est indépendant du rayon lumineux traversant Σ :
 $(AA')_1 = (AA')_2$

3) Eclairement ou intensité

Les récepteurs (œil, photodiodes...) ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne dans le temps de l'énergie électromagnétique qu'ils reçoivent. En effet leur temps de réponse ($\tau_{\text{œil}} \approx 10^{-1}\text{s}$, $\tau_{\text{photodiode}} \approx 10^{-5}\text{s}$) est très grand devant la période $T \approx 10^{-15}\text{s}$ des vibrations lumineuses.

Définition de l'éclairement $E(M)$ en M : c'est la puissance surfacique moyenne $\left\langle \frac{dP}{dS} \right\rangle_t$ en M

On verra dans le cours d'électromagnétisme que cette puissance est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique (c'est le flux du vecteur de Poynting).

Définition de l'éclairement : $E(M) = K \left\langle s^2(M, t) \right\rangle_t$ où K est une constante de proportionnalité

Définition de l'intensité lumineuse $I(M)$ en M : $I(M) = \left\langle s^2(M, t) \right\rangle_t$

CE : Relier l'intensité à la moyenne temporelle du carré de la grandeur scalaire de l'optique.

4) Notation complexe

Une source ponctuelle monochromatique, si elle existait, émettrait l'onde $s(M, t) = A(M) \cos(\varphi_M - \omega t)$.

On lui associe l'onde complexe $\underline{s}(M, t) = A(M) e^{i(\varphi_M - \omega t)}$ telle que $s(M, t) = \text{Re}(\underline{s}(M, t))$

On appelle amplitude complexe : $\underline{a}(M) = A(M) e^{i\varphi_M}$

Pour cette onde, $I(M) =$ _____

II. Présentation des interférences lumineuses

A) Interférences à 2 ondes

1) Superposition de 2 ondes lumineuses – Définition des interférences

Soient S_1 et S_2 deux sources ponctuelles

monochromatiques de pulsations ω_1 et ω_2 .

Le point d'observation M reçoit les ondes :

$$s_1(M, t) = A_1(M) \cos(\varphi_{1M} - \omega_1 t) \text{ avec } \varphi_{1M} = \varphi_{S1} + \frac{2\pi}{\lambda_{01}}(S_1 M)$$

$$s_2(M, t) = A_2(M) \cos(\varphi_{2M} - \omega_2 t) \text{ avec } \varphi_{2M} = \varphi_{S2} + \frac{2\pi}{\lambda_{02}}(S_2 M)$$

alors

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)} \langle \cos((\varphi_{2M} - \varphi_{1M}) - (\omega_2 - \omega_1)t) \rangle$$

Définition du phénomène d'interférence :

Définition de la cohérence :

2) Conditions d'interférences

a) Nécessité d'utiliser 2 ondes de même fréquence (ou synchrones)

Si $\omega_1 \neq \omega_2$, $I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)} \langle \cos((\varphi_{2M} - \varphi_{1M}) - (\omega_2 - \omega_1)t) \rangle = I_1(M) + I_2(M)$

Il n'y a donc pas interférence.

Définition du déphasage en M : $\Delta\varphi_M = \varphi_{2M} - \varphi_{1M} = \varphi_{2S} - \varphi_{1S} + \frac{2\pi}{\lambda_0} ((S_2M) - (S_1M))$

Définition de la différence de marche optique δ_M en M par $\Delta\varphi_M = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M$ aussi notée $\delta_{opt,M}$

Définition de la différence de marche géométrique en M : $(S_2M) - (S_1M)$ (c'est la différence de chemin optique) et notée $\delta_{géom,M}$

Les différences de marche optiques et géométriques sont souvent égales mais pas toujours.

Si $\omega_1 = \omega_2$, $I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)} \langle \cos(\Delta\varphi_M) \rangle$

avec $\Delta\varphi_M =$

b) Nécessité d'utiliser 2 ondes provenant d'une même source ponctuelle

Pour qu'il y ait interférence, il faut de plus que le déphasage à la source $\varphi_{2S} - \varphi_{1S}$ soit indépendant du temps.

L'expérience montre que deux sources ponctuelles distinctes sont incohérentes.

Explication : La lumière est émise sous forme de trains d'onde de durée τ_c et d'un train d'onde à l'autre le déphasage φ_s varie aléatoirement dans $[0, 2\pi]$. De plus le temps de cohérence de la source τ_c est très inférieur au temps de réponse du détecteur τ_D .

c) Rôle de la longueur de cohérence l_c : il y a interférence en M si $\delta_M < l_c = c\tau_c$

Explication par les trains d'onde :

Lampe à vapeur de Mercure basse pression (raie verte) : $\tau_c \approx 10^{-11}s$ et $l_c \approx 1 \text{ cm}$

Laser He-Ne ordinaire: $\tau_c \approx 10^{-8}s$ et $l_c \approx 1 \text{ m}$

Lumière blanche $\lambda \in [0,4\mu\text{m}, 0,8\mu\text{m}]$ d'où $\tau_c \approx 3.10^{-15}s$ et $l_c \approx 1\mu\text{m}$

d) Bilan

- **Deux ondes sont cohérentes si**

Et elles interfèrent en un point M

Alors $I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi_M)$ **formule de Fresnel** (ou fondamentale des interférences à deux ondes)

avec $\Delta\varphi_M = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_M$ le déphasage en M et δ_M la différence de marche optique en M en général

égale (pas toujours) à la différence de chemin géométrique $(SM)_2 - (SM)_1$

- **En revanche, si l'une des trois conditions n'est pas vérifiée,**

Alors

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M)$$

CE : Citer les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (ondes quasi synchrones, déphasage constant dans le temps ou très lentement variable).

CE : Établir et utiliser la formule de Fresnel.

CE : Justifier et utiliser l'additivité des intensités (dans le cas d'ondes incohérentes).

3) Dispositifs par division du front d'onde ou par division d'amplitude

- Par division du front d'onde (Ch O2)

On isole spatialement deux parties d'une onde provenant d'une même source S.

- Par division d'amplitude (Ch O3)

Un même rayon issu d'une source est séparé en deux parties, par exemple grâce à l'utilisation d'une lame semi-réfléchissante.

4) Franges d'interférences

On définit l'ordre d'interférence en M par

$$p_M = \quad =$$

Les franges d'interférence sont les surfaces de même intensité lumineuse.

On définit :

- **Les franges brillantes** : ce sont les franges où

$\cos(\Delta\varphi_M)=+1$ ou $\Delta\varphi_M=2n\pi$ donc $p_n=n$, $n \in \mathbb{Z}$, l'ordre d'interférences est
et $\delta_M = n\lambda_0$ la différence de marche optique est multiple de λ_0

Alors $I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1 I_2}$ les ondes se superposent en phase donc se renforcent.
On dit qu'il y

- **Les franges sombres** : ce sont les franges où

$\cos(\Delta\varphi_M)=-1$ ou $\Delta\varphi_M=(2n+1)\pi$ donc $p_n=n+1/2$, $n \in \mathbb{Z}$, l'ordre d'interférences est
et $\delta_M = n\lambda_0 + \lambda_0 / 2$

Alors $I(M) = I_1(M) + I_2(M) - 2\sqrt{I_1 I_2}$ les ondes se superposent en opposition de phase donc
« s'atténuent ».
On dit qu'il y a

- **Le contraste ou la visibilité des franges** :

$$C =$$

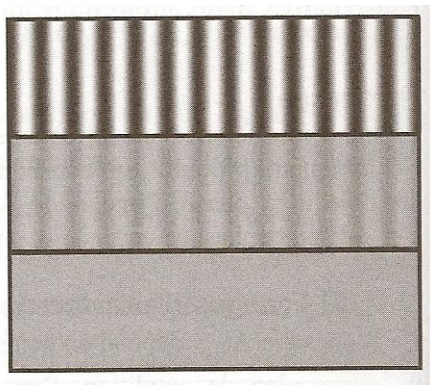
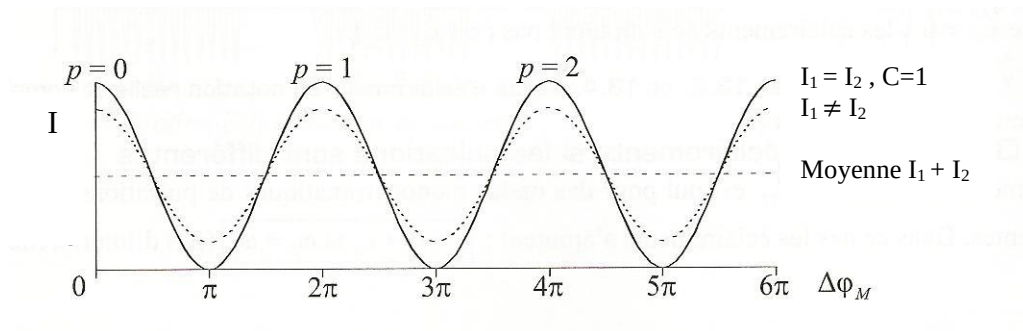
Par exemple, si $I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi_M)$,

$$I_{max} =$$

$$I_{min} =$$

$$C =$$

et $I(M) =$



$C =$

C

$C =$

Le contraste est maximal $C=1$ lorsque les deux ondes ont la même intensité lumineuse car $C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$

CE : Associer un bon contraste à des ondes d'intensités voisines.

B) Interférences à N ondes

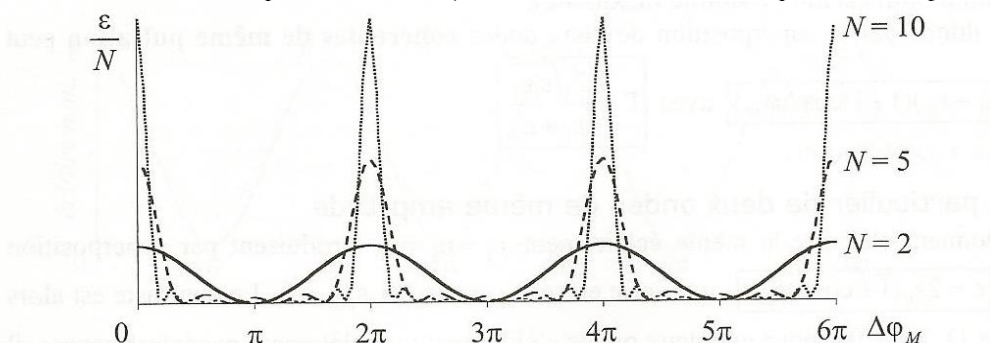
La superposition de N ondes monochromatiques cohérentes peut aussi donner des interférences.

La condition d'interférences constructives (franges brillantes) est que

$$p_M = \frac{\Delta\varphi_M}{2\pi}$$

On étudiera les réseaux au Ch O4, on verra d'autres exemples en exercices.

Le profil d'éclairement n'est plus sinusoïdal (la formule de Fresnel n'est plus valable pour $N > 2$!) :



La condition d'interférences constructives est plus sélective : les franges brillantes sont d'autant plus fines que N est grand.