

Programme de colles

⚠ Venir avec un cahier de colles : y coller les énoncés des exercices et les reprendre à l'issue de la colle.

Semaine 3 29/09/25 - 03/10/25

Programme :

Convexité :

- Combinaison convexe, partie convexe, segment, convexes de \mathbb{R} , caractérisation d'une partie convexe par stabilité par combinaison convexe ;
- Fonction convexe, concave, graphe, épigraphe, position corde/graphe pour une fonction convexe, caractérisation d'une fonction convexe avec son épigraphe, inégalité de Jensen, inégalité des pentes ;
- Caractérisation d'une fonction convexe dérivable, dérivable deux fois, position graphe/tangente ;
- Exemples d'inégalités de convexité.

Structures algébriques :

- Groupe, sous-groupe, morphisme de groupes ;
- Anneau, sous-anneau, anneau intègre, groupe des inversibles ;
- Idéal d'un anneau commutatif, somme d'idéaux, idéal engendré par un élément ;
- Divisibilité dans un anneau commutatif intègre, interprétations en termes d'idéaux ;
- Anneau $(\mathbb{K}[X], +, \times)$, idéaux, pgcd, relation de Bézout, lemme de Gauss, polynôme irréductible ;
- Algèbre, sous-algèbre, morphisme d'algèbres, image et noyau d'un morphisme d'algèbres.

Questions de cours : (avec preuve sauf mention contraire)

1. Les convexes de \mathbb{R} sont les intervalles ;
2. Une partie est convexe si et seulement si elle stable par combinaison convexe ;
3. Position graphe/corde d'une fonction convexe (sans preuve) ;
4. Une fonction est convexe si et seulement si son épigraphe est convexe ;
5. Inégalité de Jensen ;
6. Inégalité des pentes (sans preuve) ;
7. Caractérisation d'une fonction convexe dérivable, deux fois dérivable (sans preuve) ;
8. Position graphe/tangente d'une fonction convexe dérivable (sans preuve) ;
9. Noyau d'un morphisme de groupes ;
10. La somme de deux idéaux est un idéal contenant chacun ;
11. Idéaux de $(\mathbb{K}[X], +, \times)$;
12. Théorème de Bézout dans $\mathbb{K}[X]$;
13. Lemme de Gauss dans $\mathbb{K}[X]$;
14. Image et noyau d'un morphisme d'algèbres.