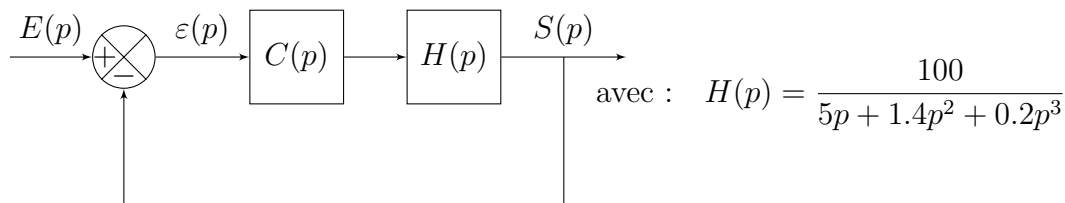


On considère un système bouclé dans lequel on a introduit un correcteur (voir figure ci-dessous).



On souhaite obtenir les performances suivantes :

**Précision :** erreur de trainage :  $\mu_T \leq 10\%$

**Rapidité :** bande passante à  $-3$  dB :  $\text{BP}_{-3 \text{ dB}} = ]0, \omega_c]$  avec  $\omega_c > 10$  rad/s

**Stabilité :** marge de phase  $M_\varphi \geq 45^\circ$

### Système non corrigé ( $C(p) = 1$ )

**Question 0.1.** Mettre la FTBO( $p$ ) sous forme canonique (1pt) ;

**Question 0.2.** Donner son ordre et sa classe (1pt) ;

**Question 0.3.** Déterminer les paramètres caractéristiques (au besoin :  $K$ ,  $\omega_0$ ,  $\xi$ ,  $\tau$  etc...) (1pt) ;

**Question 0.4.** Tracer le diagramme de Bode asymptotique de la FTBO (2pt) ;

**Question 0.5.** Tracer « grossièrement » le diagramme de Bode réel de la FTBO (1pt) ;

**Question 0.6.** Faites apparaître les marges de stabilité et conclure vis à vis de la stabilité (1pt).

### Correcteur proportionnel de gain $K_P$

**Question 0.7.** Estimer (graphiquement) une valeur de  $K_P$  qui satisfasse l'exigence de stabilité (1pt) ;

**Question 0.8.** Calculer la valeur du gain  $K_P$  nécessaire pour satisfaire le critère de précision (1pt) ;

**Question 0.9.** Le correcteur proportionnel est-il satisfaisant (1pt) ?

## Système non corrigé ( $C(p) = 1$ )

### 1. Forme canonique :

$$H(p) = ' \frac{100}{5p + 1.4p^2 + 0.2p^3} = ' \frac{20}{p(\frac{0.2}{5}p^2 + \frac{1.4}{5}p + 1)}.$$

### 2. Ordre et classe : Ordre = 3, Classe = 1 (présence d'un intégrateur).

### 3. Paramètres caractéristiques : On identifie la partie quadratique ( $\frac{0.2}{5}p^2 + \frac{1.4}{5}p + 1$ )

$$\text{à } \frac{1}{\omega_0^2}p^2 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + 1.$$

$$\omega_0 = 5 \text{ rad/s}, \quad \xi = \frac{7}{10} = 0.7.$$

### 4. Bode asymptotique :

- À basse fréquence ( $\omega \ll 5$ ) : pente  $-20$  dB/décade, phase  $\approx -90^\circ$ .
- Après  $\omega_0 = 5$  rad/s : la partie second ordre contribue à  $-40$  dB/décade et  $-180^\circ$ .
- À haute fréquence : pente totale  $-60$  dB/décade, phase  $\rightarrow -270^\circ$ .

### 5. Bode réel (grossier) : On observe une transition douce autour de $\omega = 5$ rad/s sans résonance marquée (amortissement $\xi = 0.7$ ).

### 6. Marges de stabilité : Fréquence de coupure en gain : $\omega_{0-dB} \approx 7.7$ rad/s. Phase à cette fréquence : $\varphi \approx -212.8^\circ$ . Marge de phase : $M_\varphi = 180^\circ + \varphi(\omega_{0-dB}) \approx -32.8^\circ < 0$ .

**Conclusion :** le système non corrigé est instable.

## Correcteur proportionnel ( $C(p) = K_P$ )

### 1. Stabilité : Pour avoir $M_\varphi \geq 45^\circ$ , il faut que la coupure en gain se produise vers une fréquence où la phase est au moins $-135^\circ$ . On trouve $\omega_{-135} \approx 2.6$ rad/s :

- Avec le module (par le calcul) :  $|H(j\omega_{-135})| \approx 7.45$ .

On veut résoudre :  $|H(j\omega_{-135})| \cdot K_P = 1$ . Donc  $K_P \approx \frac{1}{7.45} \approx 0.13$ .

- Avec le Gain en dB (graphiquement) : On estime le gain de la fonction de transfert en  $\omega_{-135}$  soit :  $G_{dB}(\omega_{-135}) \simeq 17dB$ . On veut donc 0 dB en  $\omega_{-135}$ , donc il faut baisser de 17 dB. On résout :  $20 \log(K_P) = -17$  dB.

### 2. Précision : Erreur de traînage pour une rampe unité :

$$\mu_t = ' \frac{1}{K_{BO}} = ' \frac{1}{K_P \cdot K}.$$

Avec  $K = 20$ , la condition  $\mu_t \leq 0.1$  impose  $K_P \geq 0.5$ .

### 3. Conclusion : - Pour la stabilité : $K_P \lesssim 0.13$ . - Pour la précision : $K_P \geq 0.5$ . Les conditions sont incompatibles. De plus, la rapidité (bande passante $\omega_c > 10$ rad/s) n'est pas atteinte avec un tel correcteur (petit spoil du cours prochain...)

**Donc un simple correcteur proportionnel n'est pas satisfaisant. "To be continued..."**

