

## DM 5 de Physique à rendre le vendredi 17/10/25

## Mesure interférométrique du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène

## II Spectre d'émission des atomes d'hydrogène

La résolution de l'équation de SCHRÖDINGER (1922) dans le cas de l'atome d'hydrogène montre que les valeurs de l'énergie  $E_n$  de l'atome sont quantifiées en fonction du nombre quantique principal  $n \in \mathbb{N}^*$  et de la grandeur  $H = 27,2 \text{ eV}$  selon la relation :  $E_n = -H/(2n^2)$ . Cette expression est confirmée par l'étude des ondes lumineuses, de longueur d'onde  $\lambda$ , émises par un ensemble d'atomes d'hydrogène qui rayonnent par désexcitation depuis un état initial quantifié par  $n_i$  vers l'état final quantifié par  $n_f < n_i$ .

- – 8. Lorsque l'état final est  $n_f = 1$ , montrer qu'il existe un  $\lambda_{\max}$  telle que  $\lambda \leq \lambda_{\max}$  et donner une estimation de  $\lambda_{\max}$ . Quel est le domaine spectral correspondant à ces raies d'émission ? Lorsque l'état final est  $n_f > 2$ , montrer qu'il existe un  $\lambda_{\min}$  que l'on estimera, telle que  $\lambda \geq \lambda_{\min}$ . Quel est le domaine spectral correspondant à ces raies d'émission ? Les raies d'émission de l'hydrogène dans le domaine visible (les raies de BALMER) ont été étudiées à partir de 1853 par ÅNGSTRÖM ; à quelles valeurs de  $n_f$  correspondent-elles ?

C'est la connaissance précise de ce spectre qui a permis l'étude de la quantification de l'énergie des atomes donc l'introduction de la mécanique quantique au début de XX<sup>e</sup> siècle. Cette connaissance a été par la suite améliorée au moyen de la spectrométrie interférentielle.

## III Mesures interférométriques de longueurs d'onde

En 1907, MICHELSON est le premier américain à recevoir le prix Nobel de physique pour *ses instruments optiques de précision et les mesures spectroscopiques et métrologiques réalisées au moyen de ceux-ci*. En particulier, il publiera en 1892 des mesures relatives aux spectres d'émission de plusieurs sources, obtenues par spectroscopie interférentielle, et notamment pour les raies  $H_\alpha$  (rouge) et  $H_\beta$  (bleue) d'émission par les atomes d'hydrogène.

## III.A L'interféromètre de Michelson

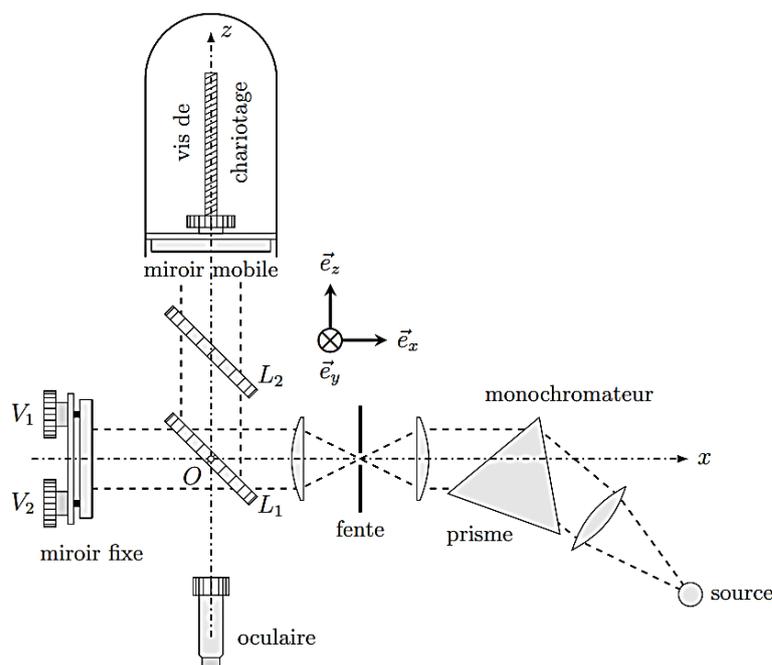


FIGURE 2 – Dispositif de mesure en spectroscopie interférentielle

Le schéma du montage utilisé par MICHELSON est proposé figure 2. Le dispositif monochromateur, formé d'un prisme de verre dispersif et d'une fente étroite, éclaire l'appareil en sélectionnant une raie quasi-monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$ , appartenant au domaine visible. L'observation est réalisée au moyen d'un oculaire afocal, réglé à l'infini : il donne d'un objet situé à grande distance une image également à grande distance, mais agrandie.

- – 9. L'interféromètre comporte deux lames de verre  $L_1$  et  $L_2$ , parallèles, de même épaisseur  $e$  et de même indice optique  $n$ , inclinées d'un angle  $\pi/4$  relativement à l'axe  $(O, \vec{e}_x)$  normal au miroir fixe. La lame  $L_1$  est munie d'une couche semi-réfléchissante sur *une seule* de ses faces ; laquelle ? Justifier, en vous appuyant sur un schéma.
- – 10. Après réglage des vis  $V_1$  et  $V_2$  les miroirs fixe et mobile sont rendus rigoureusement perpendiculaires ; l'axe optique  $(O, \vec{e}_z)$  de l'oculaire est alors confondu avec la normale au miroir mobile et l'opérateur observe, au moyen de cet oculaire réglé à l'infini, des franges d'interférence. Quelle est la forme de ces franges ?  
Peut-on encore les observer si l'oculaire est dérégulé ?
- – 11. Tout en observant les franges, l'observateur peut actionner la vis micrométrique et déplacer le miroir mobile dans le plan  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ , le long de l'axe  $(O, \vec{e}_z)$ . Relier le nombre  $\Delta N$  de franges sombres qui défilent au centre du champ et le décalage  $\Delta z$  du miroir mobile.
- – 12. Exprimer, au moyen d'un schéma approprié, la différence de marche observée à l'infini dans une direction donnée, en fonction de l'écart séparant les deux miroirs.  
Le déplacement maximal de la vis micrométrique à partir du contact optique est noté  $\Delta z_{\max}$ . Déterminer, après ce déplacement, l'angle  $\Delta\theta$  qui sépare le centre de la figure de la première frange de même nature.
- – 13. Dans le cas d'une des raies de l'hydrogène atomique, on observe le défilement de  $N = 3\,156$  franges pour un décalage  $\Delta z = 1\,035 \pm 2\ \mu\text{m}$ . S'agit-il de la raie  $H_\alpha$  ou  $H_\beta$  ?  
Avec quelle précision relative mesure-t-on sa longueur d'onde  $\lambda_0$  ?  
Que vaut alors  $\Delta\theta$  ? Commenter.

### III.B Cohérence spectrale d'une source

Une source de lumière éclaire avec la même intensité  $I_0$  les deux voies d'un interféromètre ; l'observation est réalisée en un point où la différence de marche est  $\delta$ .

- – 14. Dans le cas où la source est rigoureusement monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda_0$ , exprimer l'intensité  $I(\delta)$  en fonction de  $I_0$ ,  $\lambda_0$  et  $\delta$ . Définir et calculer le facteur de contraste  $C$  des franges.

Certaines sources lumineuses sont en fait *bichromatiques* : elles émettent deux radiations de longueurs d'onde très proches  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  et on pose alors  $\lambda_0 = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2)$  et  $\Delta\lambda = |\lambda_2 - \lambda_1|$  en admettant toujours  $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ .

- – 15. Pour certaines sources bichromatiques les deux radiations émises sont de même intensité ; c'est le cas des lampes à vapeur de sodium, étudiées notamment par MICHELSON dans les conditions décrites en III.A. Expliciter l'intensité  $I$  observée en fonction de  $I_0$ , de la différence de marche  $\delta$ , de  $\lambda_0$  et de  $\Delta\lambda$ .  
Exprimer le facteur de contraste  $C$  des franges et montrer comment il permet la mesure de  $\lambda_0/\Delta\lambda$ .
- – 16. D'autres sources, comme celles émettant la raie  $H_\alpha$  de l'hydrogène, peuvent être écrites comme bichromatiques mais les intensités  $I_1$  et  $I_2 < I_1$  émises aux longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont différentes. Pour quelle(s) valeur(s) de  $\delta$  le facteur de contraste des franges est-il minimal ? Quelle est cette valeur minimale ?  
Dans le cas de la raie double  $H_\alpha$ , l'écart  $\Delta\lambda$  est de l'ordre de  $1,4 \times 10^{-11}$  m. Est-il possible de le mettre en évidence avec le montage proposé ci-dessus ?

### III.C Les tubes à hydrogène

Pour l'étude du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène, une première technique<sup>1</sup>, initiée dans les années 1930, a consisté à utiliser un tube  $AB$  contenant de l'hydrogène moléculaire (dihydrogène, formule  $H_2$ ) sous faible pression (150 mbar) soumis à des décharges électriques de haute tension entre deux électrodes  $E_1$  et  $E_2$ ; l'observation se fait au travers d'une fenêtre de quartz  $F$  (cf. figure 3). Le spectre d'émission obtenu présente la superposition d'un fond quasi-continu et de raies bien identifiées, comme le montre la figure 4 tirée de l'article présentant la technique originelle.

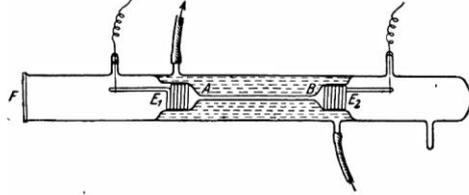


FIGURE 3 – Illustration du dispositif : reproduction de la figure 1 de l'article originel

□ – 17. Quel est le rôle du circuit à circulation d'eau qui entoure le tube central ?

Sur le spectre proposé en figure 4, quelle est l'unité de la graduation donnée en abscisse ? Quelle est, à votre avis, l'origine du fond continu (essentiellement dans le proche ultraviolet) marqué en trait pointillé gris ?

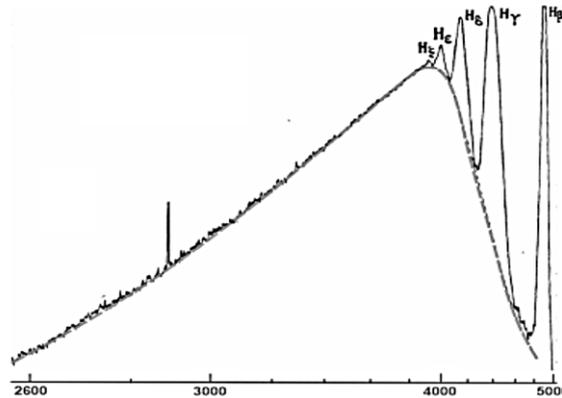


FIGURE 4 – Spectre d'émission du tube à hydrogène en échelle logarithmique

On préfère actuellement utiliser des lampes à décharge d'une constitution différente : il s'agit de tubes à décharge remplis de vapeur d'eau permettant l'obtention d'un spectre atomique sans bande continue. En présence des décharges à haute tension, ce type de lampe est le siège des réactions  $H_2O = HO + H$ .

□ – 18. Quelle propriété du spectre d'émission de la molécule hydroxyle  $HO$  est ici mise à profit ?

Ces lampes contiennent une certaine proportion d'eau lourde, molécules  $HDO$  dans laquelle un des deux atomes d'hydrogène  $^1H$  est remplacé par un atome de deutérium  $^2D$ , dont le noyau est formé d'un proton et d'un neutron. Si on tient compte de la masse  $m_N$  du noyau atomique, on peut montrer que la longueur d'onde d'émission d'une des raies spectrales de l'hydrogène atomique vérifie la relation :

$$\lambda = \lambda_\infty \frac{m_e + m_N}{m_N}$$

On donne  $m_e c^2 = 0,51 \text{ MeV}$  et  $m_p c^2 = 940 \text{ MeV}$  avec  $m_p$  la masse du proton (ou du neutron)

où  $m_e$  est la masse de l'électron et  $\lambda_\infty$  la longueur d'onde idéale si  $m_N \rightarrow \infty$ .

□ – 19. Les raies d'émission du deutérium sont-elles, par rapport à celle de l'hydrogène ordinaire, décalées vers le bleu ou vers le rouge ?

De quelle résolution spectrale (en nanomètre) faut-il disposer pour séparer les raies de l'hydrogène et celles du deutérium ?

À partir d'une lecture de la courbe de la figure 4, faire l'application numérique dans le cas de la raie  $H_\beta$ .