

DS 3 de Physique du 8/11/25

Calculatrice autorisée

Durée 4h

Ce sujet est constitué de trois problèmes. On demande de les traiter sur des copies séparées. Le problème 2 est le plus long. Il est conseillé de garder du temps pour aborder aussi le problème 3.

Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées et demandent de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées par le candidat sur sa copie ; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées. Le barème tient compte du temps nécessaire pour explorer ces pistes et élaborer un raisonnement, il valorise ces questions de façon très significative.

Rappel des consignes :

Présentation de la copie :

- *Laisser une marge à gauche pour la notation.*
- *Encadrer ou souligner les résultats.*
- *Donner le numéro complet de la question à laquelle vous répondez.*

Rédaction :

- *Répondre précisément aux questions posées*
- *Respecter les notations de l'énoncé.*
- *Ne pas utiliser d'abréviations (sauf si elles ont été définies)*
- *Justifier tous les résultats.*
- *Rédiger de façon claire, précise et concise.*
- *Citer le nom des lois utilisées.*
- *Toujours donner un résultat littéral (avant de faire éventuellement l'application numérique), sans application numérique intermédiaire, sans mélanger littéral et numérique.*
- *Contrôler l'homogénéité du résultat.*

Applications numériques :

- *Donner un nombre raisonnable de chiffres significatifs.*
- *Arrondir correctement la valeur donnée par la calculatrice.*
- *Ne jamais oublier les unités.*
- *Contrôler que l'ordre de grandeur est raisonnable.*
- *Ne jamais réutiliser le résultat arrondi d'une application numérique précédente (pour éviter les erreurs d'arrondis)*

La notation prendra en compte le respect de ces consignes (aucun point pour un résultat non homogène, des points de rédaction...)

Problème 1 : Electrostatique

- I.** On s'intéresse à une distribution de charges créant en tout point de l'espace un champ électrique dont l'expression en coordonnées sphériques de centre O est la suivante :

$$\vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left(1 + \frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{a}\right) \vec{e}_r$$
 où a est une constante et $\vec{e}_r$ est le vecteur unitaire radial du système de coordonnées sphériques.

Q1. Parmi les affirmations suivantes, préciser celles qui sont exactes :

- A- Tout plan passant par O est plan de symétrie pour le champ électrique.
- B- Tout plan passant par O est plan d'antisymétrie pour le champ électrique.
- C- Il y a invariance du champ électrique par rotation autour de n'importe quel axe passant par O.
- D- Les équipotentiels sont des plans.

Q2. Déterminer la charge $q(r)$ contenue dans une sphère de rayon r centrée en O.

Q3. La distribution de charges créant le champ précédent est composée d'une charge ponctuelle $+e$ en O et d'une distribution volumique de charges $\rho(r)$. Etablir la relation entre $\frac{dq}{dr}$, $\rho(r)$ et r puis en déduire l'expression de $\rho(r)$.

- II.** Une distribution de charges à symétrie sphérique est constituée d'une sphère de centre O, de rayon R , de charge volumique uniforme ρ et d'une coquille sphérique de même centre, de même rayon R , d'épaisseur négligeable et de charge surfacique uniforme σ .

Q4. Déterminer l'expression du champ électrique créé par cette distribution en un point M intérieur à la sphère.

Q5. Déterminer l'expression du champ électrique créé par cette distribution en un point M extérieur à la sphère.

Q6. Quelle doit être la relation entre ρ et σ pour le champ électrique soit nul à l'extérieur de la sphère ?

Q7. lorsque la condition précédente est réalisée (relation de Q6), calculer le potentiel électrostatique en tout point de l'espace. On choisira le potentiel nul à l'infini.

Q8. En utilisant l'analogie entre le champ de gravitation et le champ électrique, déterminer l'intensité du champ de gravitation g_0 à la surface d'une planète modélisable par une sphère de rayon R de masse volumique uniforme ρ_m et d'une croûte de rayon R de masse surfacique σ_m .

Problème 2 : L'effet Talbot

Ce sujet s'intéresse à différents aspects des phénomènes ondulatoires comme les interférences et la diffraction ainsi qu'aux aspects corpusculaires associés. Dans l'étude des propriétés ondulatoires de diffraction, nous évoquerons l'effet Talbot.

Découvert en 1836 par Henry James Talbot, cet effet reste relativement peu connu. Ce photographe déposa un brevet en 1842 de " multiplication d'une image " sans utilisation d'un système optique (auto-image). L'effet est redevenu d'actualité par ses applications dans les domaines artistique, médical et celui de la détection infrarouge.

Quand une onde plane incidente est envoyée sur un réseau diffractant plan placé dans le plan $z = 0$, on peut observer des images de celui-ci (auto-images) régulièrement espacées. La distance entre deux auto-images successives est appelée longueur de Talbot z_T . Des images "décalées" du réseau sont aussi observées à des distances régulières $z_T/2$, $z_T/4$, $z_T/n \dots$ de l'auto-image formant ce qu'on nomme un tapis de Talbot (**photo 1**).

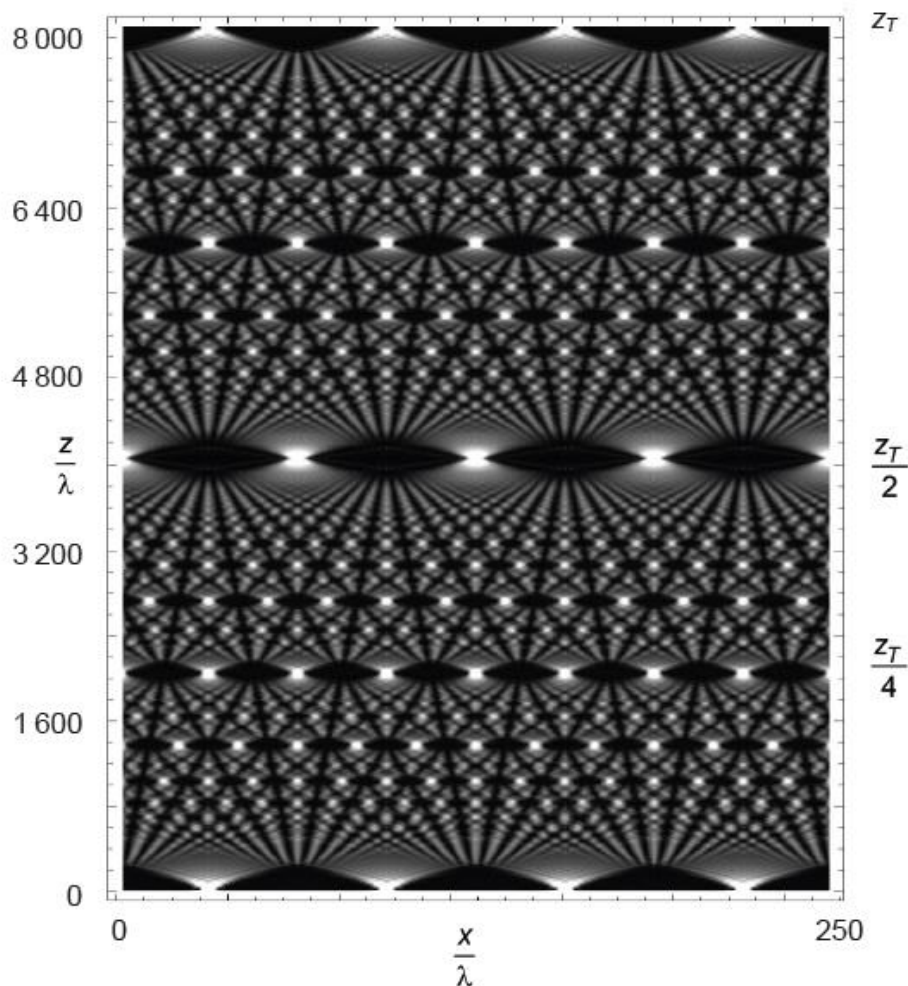


Photo 1 - Tapis de Talbot

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/69/Optical_Talbot_Carpet.png/460px-Optical_Talbot_Carpet.png

La fonction sinus cardinal est par définition $\text{sinc } u = (\sin u) / u$.

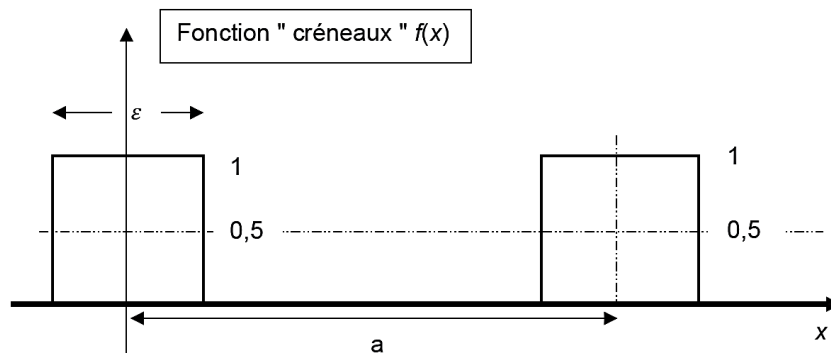
Elle possède un maximum principal égal à 1 pour $u = 0$, des zéros pour les valeurs de u égales à $u_{\max} = n\pi$ avec n entier relatif non nul et des maxima secondaires pour des valeurs proches de $u_{\min} = (2p+1)\pi/2$ avec p entier relatif différent de 0 et -1 .

Les deux premiers maxima secondaires de la fonction (sinus cardinal)² valent : 0,047 et 0,016.

Série de Fourier d'une fonction "créniaux" représentée sur la figure ci-dessous :

Pour la fonction périodique "carré" de hauteur 1, de largeur ε , de période a et de valeur

moyenne $\frac{1}{2}$, on peut écrire $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_n \exp\left(-jn \frac{2\pi x}{a}\right)$ avec $C_0 = \frac{\varepsilon}{a}$ et $C_n = \frac{\sin\left(\frac{n\pi\varepsilon}{a}\right)}{n\pi}$



Partie I - Interférences lumineuses à 2 ou 3 ondes

On considère (**figure 2**) un faisceau de lumière parallèle de longueur d'onde λ , se propageant dans la direction Oz. Ce faisceau arrive sur un écran placé dans le plan xOy ($z = 0$) percé de deux trous

identiques T_1 et T_2 . Les centres des trous O_1 et O_2 ont pour coordonnées respectivement $\left(\frac{a}{2}, 0, 0\right)$

et $\left(-\frac{a}{2}, 0, 0\right)$. Le rayon des trous est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. Ceci permet de

supposer qu'il existe un champ d'interférences qui est la zone commune aux deux faisceaux diffractés par les trous. On modélise chaque trou par une source secondaire ponctuelle émettant une lumière uniforme dans le champ d'interférences. Ces sources secondaires sont cohérentes entre elles.

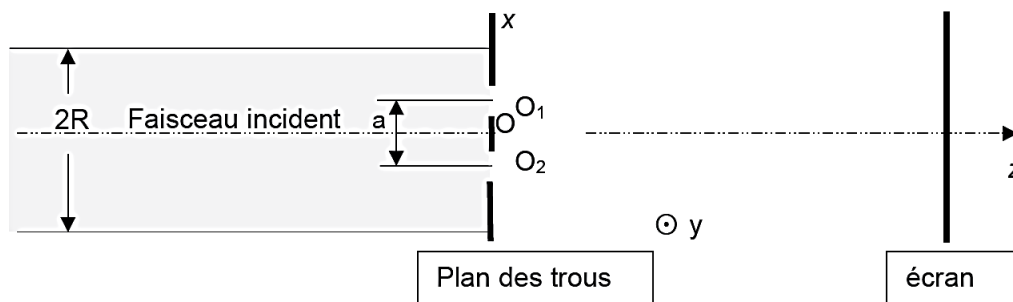


Figure 2 - Géométrie du dispositif à deux trous

- Q6.** On observe sur un écran placé dans le plan $z=D$, en un point M de coordonnées (x,y,D) . On suppose que D est très grand devant a , $|x|$ et $|y|$. Le montage est réalisé dans l'air d'indice égal à l'unité.
- a)** De quel type de division interférentielle s'agit-il ? Les interférences sont-elles localisées ?
- b)** Établir (dans le cadre de l'approximation scalaire de l'optique) l'expression de la différence de marche $\delta(M)$. En déduire l'expression de l'intensité $I(M)$ au point M en notant I_{Max} l'intensité maximale.
- Q7.** **a)** Décrire ce qu'on doit voir sur l'écran dans le cadre de ces hypothèses et exprimer l'interfrange i en fonction de la fréquence d'émission ν , de c et des paramètres géométriques du dispositif.
- b)** Pourquoi, dans ce cadre, peut-on remplacer les deux trous par deux fentes fines identiques parallèles à Oy ? Quel en est l'intérêt ? La figure est-elle transformée si on translate de façon "raisonnable" en bloc les fentes dans leur plan ?
- Q8.** La source est en réalité quasi-monochromatique à profil spectral "rectangulaire" de largeur $\Delta\lambda$ autour de λ_0 , avec $\Delta\lambda \ll \lambda_0$. Ce profil spectral, en fonction de la fréquence d'émission, est représenté sur la **figure 3**. On admet que l'intensité émise par une bande spectrale de largeur $d\nu$ autour de ν vaut $dI = J_\nu d\nu$.

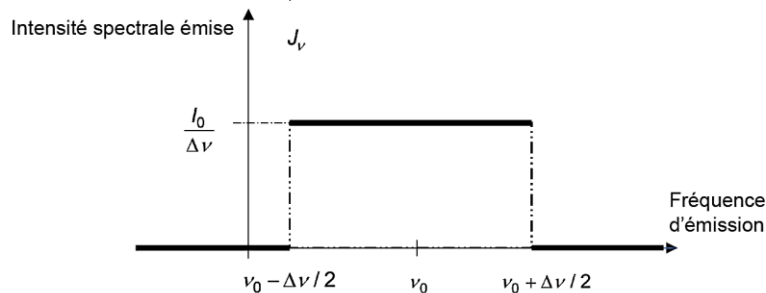


Figure 3 - Profil "rectangulaire" d'une source quasi-monochromatique
Par commodité de représentation, l'échelle n'est pas respectée ($\Delta\nu \ll \nu_0$).

- a)** Établir l'expression de l'intensité $I(M)$ au point M en notant I_{Max} l'intensité maximale et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme $I(M) = \frac{I_{max}}{2} \left(1 + V(M) \cos \frac{2\pi x}{i} \right)$, avec i l'interfrange correspondant à la valeur centrale de la raie. On rappelle que $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$.
- b)** Exprimer la visibilité $V(M)$ correspondante.
- c)** Exprimer en fonction de $\Delta\lambda$ et λ_0 la longueur de cohérence L , c'est-à-dire la plus petite valeur de la différence de marche δ à partir de laquelle les franges ne sont plus visibles. Vérifier que ce résultat correspond au critère de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences.
- d)** Établir la durée τ des trains d'onde ou temps de cohérence.
- e)** Exprimer le nombre N maximum d'interfranges visibles en fonction de L et λ_0 .

Dans la suite de cette partie, on considère que la source est rigoureusement monochromatique de longueur d'onde λ .

- Q9.** Une troisième fente, identique aux deux autres, parallèle à Oy, est placée en O(0,0,0). Le plan des trois fentes est placé orthogonalement à l'axe de révolution commun de deux lentilles minces convergentes de distance focale $f' = 50\text{ cm}$. La lumière provient d'une fente source monochromatique, parallèle aux fentes diffractantes, placée au foyer principal objet de la première lentille (lentille d'entrée). L'écran d'observation est confondu avec le plan focal image de la seconde lentille (lentille de sortie), placée en aval du plan percé.
- Faire une représentation schématisée du montage.
 - Représenter les cheminements des trois rayons qui interfèrent en un point M de l'écran pour $x = x_M \neq 0$.
 - Établir la nouvelle fonction intensité $I(\varphi)$ en posant $\varphi = 2\pi \frac{ax}{\lambda f'}$. On fera figurer l'intensité I_0 qui correspondrait à celle d'une fente unique identique.
On mettra cette intensité sous la forme $I(\varphi) = 3I_0 + n_1 I_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + n_2 I_0 \cos(\varphi)$ où n_1 et n_2 sont des entiers à déterminer.
 - Représenter, sur un même graphe, les fonctions intensités $I(\varphi)$ pour les deux fentes de la question Q7. et pour les trois fentes de la question Q9. en fonction de la variable φ sur l'intervalle $[0, 4\pi]$.
Il s'agit ici (en Q9d) de comparer les 3 fentes de la question Q9 distantes de $a/2$ et placées en deux lentilles aux 2 fentes de la question Q7 distantes de a qui seraient placées entre les deux mêmes lentilles de distance focale f' .
 - Commenter en comparant la luminosité et la largeur des zones les plus brillantes.
 - On donne sur la **photo 2** ce qu'on voit sur l'écran pour une lumière monochromatique rouge de longueur d'onde $\lambda = 633\text{ nm}$. À partir de cette **photo 2**, évaluer la distance entre les deux fentes en considérant que seule la zone comprise entre les abscisses $x = 2,1\text{ mm}$ et $x = -2,1\text{ mm}$ correspond au calcul de l'intensité tel qu'il a été fait, c'est-à-dire sans tenir compte de la largeur des fentes diffractantes.

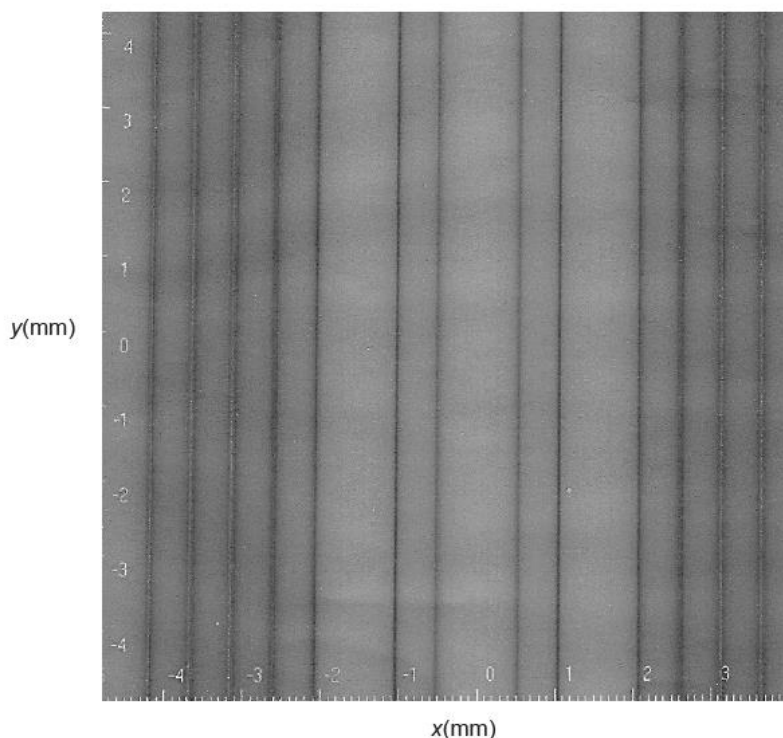


Photo 2 - Interférences à 3 fentes (plateforme.sillages.info)
Les graduations sont en mm

Partie II - Diffraction par un réseau et effet Talbot en optique

Q10. On se place dans le cas de N fentes identiques parallèles à Oy (**figure 4**) équidistantes (période a). La source ponctuelle S, supposée rigoureusement monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ est placée au foyer objet d'une lentille mince convergente de distance focale f' . On observe en sortie sur un écran placé dans le plan focal image d'une seconde lentille mince de distance focale f' et de centre optique O. On note Oz l'axe optique commun des deux lentilles.

- a) Faire une représentation du système optique et représenter le cheminement d'un rayon depuis la source jusqu'en un point $M(x, y, f')$ de l'écran d'observation.

On pose $\varphi = 2\pi \frac{xa}{\lambda f'}$.

- b) **Question admise.** On admet que la fonction intensité $I(\varphi)$ peut s'écrire sous la forme :

$$I(\varphi) = N^2 I_0 \left(\frac{\sin N \frac{\varphi}{2}}{N \sin \frac{\varphi}{2}} \right)^2 = N^2 I_0 f(\varphi)^2 \text{ en notant } I_0 \text{ l'intensité qui correspondrait à celle d'une fente unique identique.}$$

- c) En déduire les valeurs de φ qui annulent le numérateur de la fonction $I(\varphi)$. En déduire les valeurs de φ qui donnent des maxima d'intensité et celles qui donnent des zéros d'intensité. Combien existe-t-il de zéros d'intensité entre deux maximums d'intensité successifs ?
- d) Établir le rapport H de l'intensité des franges les plus brillantes à celle produite par une seule fente identique éclairée de la même façon.
- e) Déterminer la « largeur » $\delta\varphi$ des franges brillantes.
- f) Commenter en généralisant votre réponse à la question **Q9.e**.

Q11. Le résultat obtenu en **Q10.c** pour les maxima d'intensité, établi dans le cadre de l'approximation de Gauss, peut être réécrit sous la forme $\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{a}$ avec n entier relatif. Elle est appelée " *formule du réseau* " et elle reste valable pour des rayons non paraxiaux. Justifier, sans calcul de l'intensité, cette formule. Comment nomme-t-on l'entier n ? Comment doit-on modifier la formule si la situation n'est plus en incidence normale ?

Q12. On étudie un réseau R de 100 traits par millimètre. Indiquer dans quelles directions on obtiendra différents " ordres " de l'onde diffractée en complétant le tableau ci-dessous (en appliquant au réseau R la " *formule du réseau* " . On exprimera les résultats en degrés angulaires.

Ordre n	0	1	2	3
θ_n	?	?	?	?

Questions Q13 et Q14 supprimées.

On considère que dans chaque direction θ_n le réseau diffracte une onde plane de vecteur d'onde $\vec{k}_n$. Voir figure 4 page suivante.

Q15. Exprimer, pour le réseau de pas a , les composantes $k_{n,z}$ et $k_{n,x}$ du vecteur d'onde $\vec{k}$ des directions qui correspondent aux maxima d'intensité, en fonction de n , a et de λ .

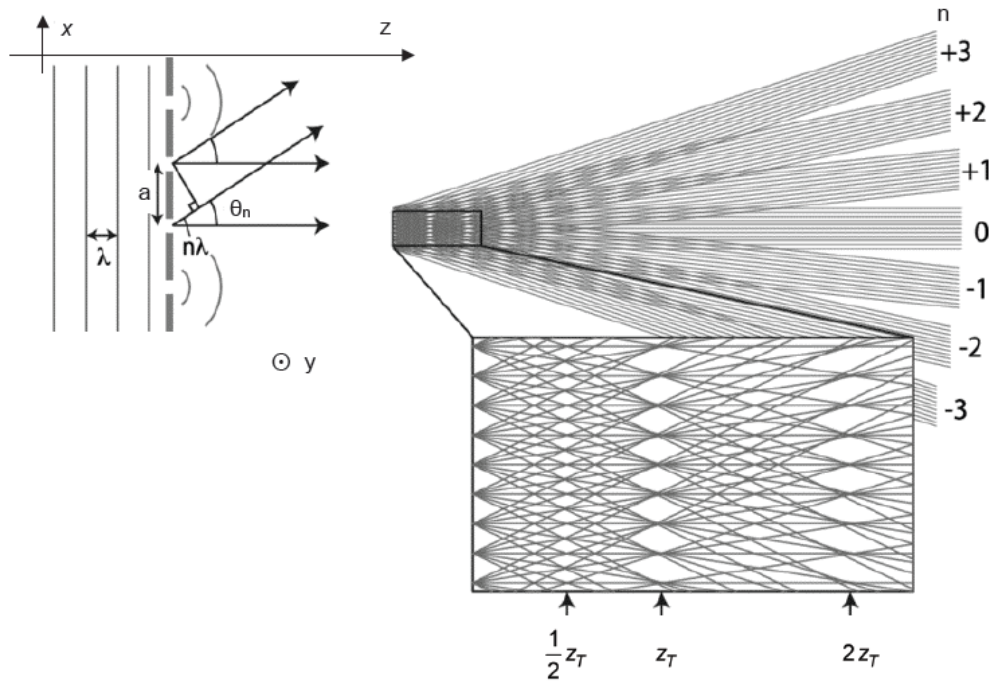


Figure 4 - Dispositif à N fentes

Dans le traitement fait précédemment, la largeur ε des fentes n'a pas été prise en compte. Pour corriger la démarche, on fait l'hypothèse que l'onde émergente du réseau est une superposition d'ondes cohérentes qui, dans le cadre de la diffraction, fournit l'amplitude complexe résultante sous la forme :

$$\underline{A}(x, z, t) = \alpha_0 \exp(j\omega t) \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_n \exp(-j(k_{n,z}z + k_{n,x}x))$$

avec les coefficients $C_n = \frac{\sin\left(\frac{n\pi\varepsilon}{a}\right)}{n\pi}$ pour n entier relatif non nul et $C_0 = \frac{\varepsilon}{a}$ pour l'ordre nul et α_0 une constante réelle .

Q16. Ecrire l'expression de l'amplitude complexe $\underline{A}(x, 0, t)$ en $z = 0$ en utilisant la forme de $\underline{A}(x, z, t)$ donnée ci-dessus et les expressions des composantes du vecteur d'onde obtenues en **Q15**. Commenter cette expression.

Q17. On suppose que la largeur ε de chaque fente est petite devant le pas du réseau a . On peut alors montrer que l'amplitude complexe dans le cadre de cette approximation vaut :

$$\underline{A}(x, z, t) = \alpha_0 \exp j\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z\right) \sum_{-q}^q C_n \exp\left(-j2\pi \frac{n}{a}\left(-\frac{\lambda n}{2a}z + x\right)\right) \text{ en posant } q \text{ égal à la partie entière de } \frac{a}{\varepsilon}.$$

Dans la suite, on pourra utiliser le fait que puisque n est un entier $\exp j(-\pi n^2) = \exp j(-\pi n)$.

a) Écrire l'amplitude $\underline{A}(x, 0, t)$, l'amplitude $\underline{A}\left(x, z = \frac{1}{2}Z_T = \frac{a^2}{\lambda}, t\right)$ et l'amplitude $\underline{A}(x, z = Z_T, t)$ en fonction de x, a, n, ω, λ et de t .

b) Justifier l'effet Talbot, c'est-à-dire le fait qu'on retrouve l'image du réseau à la distance $z_T/2$ avec un décalage à préciser tandis qu'à la distance z_T on retrouve l'image du réseau non décalée (auto-image).

Q18. Commenter la **photo 1** et déduire de celle-ci le rapport $\frac{a}{\lambda}$ utilisé et vérifier que la longueur Talbot est bien conforme à la formule donnée.

Q19. Application :

Actuellement, on utilise l'effet Talbot dans le domaine médical comme méthode d'étude des globules rouges permettant un diagnostic concernant les dysmorphies de ceux-ci par observation d'une image en vraie grandeur d'un échantillon sanguin. Les hématies (**figure 5 (b)**) dans le prélèvement sanguin analysé sont arrangées en couches mono-cellulaires à symétrie hexagonale (**figure 5 (a)**) formant un réseau permettant d'observer un effet Talbot. L'imagerie permet alors de détecter une maladie potentiellement mortelle le paludisme (parasitose) et des maladies génétiques comme la drépanocytose (globule en forme de faucille) et la micro-sphérocytose (globules sphériques fragiles).

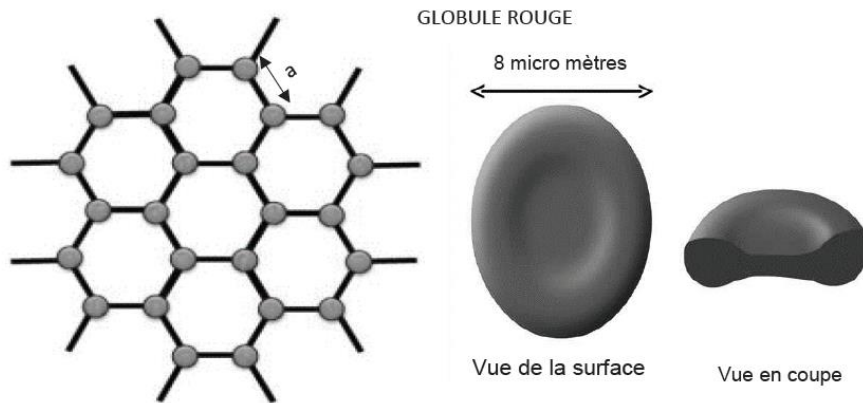


Figure 5 (a) - Arrangement hexagonal dans une monocouche d'hématies (à gauche)
(b) forme d'une hématie (à droite)

Les globules sont des éléments diffractants de " largeur $2r = 8\mu\text{m}$ ". L'exploitation des images permet de mesurer une valeur de $a = 12\mu\text{m}$ en assimilant la période du réseau à la distance entre les centres de deux hématies voisines.

À quelle distance faudrait-il se placer pour voir une photo en vraie grandeur (image Talbot) des globules et de leur disposition si on éclaire avec la source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 633\text{ nm}$?

Problème 3 : Interféromètre de Michelson et épaisseur d'une lame de savon

Ce problème est accompagné d'un document réponse (en page 13) à détacher et à rendre avec la copie. N'oubliez pas d'y ajouter votre nom.

Le but de cette partie est de quantifier, par l'étude de la figure d'interférence à la surface d'une lame de savon, l'écart que présente celle-ci à un écoulement rigoureusement plan. On procédera par analogie avec la figure d'interférence obtenue à l'aide d'un interféromètre Michelson réglé en coin d'air.

I.A – On considère un interféromètre de Michelson dans lequel l'ensemble {lame séparatrice + compensatrice} est assimilé à une unique lame semi-réfléchissante d'épaisseur négligeable. On la note par la suite lame séparatrice (L).

L'interféromètre, éclairé par une source étendue monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 est réglé comme schématisé sur la figure 2 : les deux bras sont dissymétriques du fait de la position relative des miroirs : M_1 est parallèle à (J, x) et M_2 est parallèle à (J, y) mais ils ne sont pas à égale distance de J . On considère que les deux ondes qui émergent de l'interféromètre vers l'espace d'observation ont le même éclairement I_0 .

Q 1. Sur la figure A du document réponse, à rendre avec la copie, tracer avec soin les deux rayons issus du rayon incident qui émergent de l'interféromètre dans l'espace d'observation. Sur le même schéma, dans l'espace réservé à cet effet, montrer graphiquement que l'on peut considérer que ces deux rayons sont issus d'une « lame d'air » d'épaisseur e que l'on représentera. On supposera que l'indice de l'air est égal à 1.

Q 2. Établir la différence de marche introduite par le système en fonction de l'angle d'incidence θ sur cette lame et de son épaisseur e .

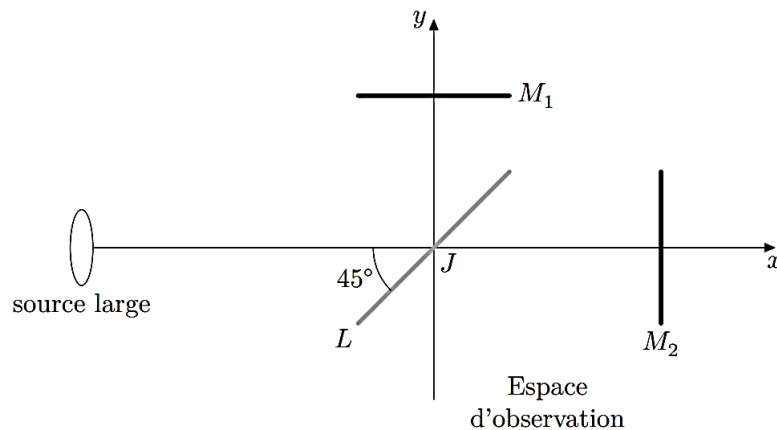


Figure 2 Schéma de l'interféromètre éclairé par une source large

Q 3. Où est localisée la figure d'interférence ? Comment l'observer dans de bonnes conditions si l'on dispose d'un jeu complet de lentilles convergentes de distances focales comprises entre 20 cm et 1 m ? Un schéma clair de la situation expérimentale correspondante est attendu.

Q 4. Montrer que la figure d'interférence est formée d'anneaux d'égale inclinaison (justifier ce terme).

On observe sur l'écran la figure d'interférence présentée figure 3.

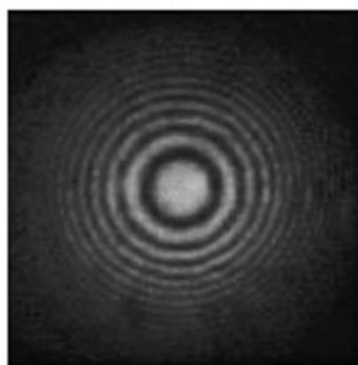


Figure 3 Figure d'interférence : anneaux d'égale inclinaison

On souhaite maintenant régler l'appareil au contact optique.

Q 5. Décrire l'opération : faut-il tourner ou translater un miroir ? Comment savoir dans quel sens ? Décrire l'évolution de la figure d'interférence au cours de l'opération. Quel est l'aspect de l'éclairement sur l'écran une fois ce réglage réalisé ?

Q 6. Partant de cette situation on incline un des miroirs d'un petit angle α pour former un coin d'air. On éclaire le système en incidence quasi-normale de telle sorte que l'on observe des franges d'interférences rectilignes parallèles entre elles. Où sont-elles localisées ? Préciser les conditions de leur observation.

Q 7. On admet que la différence de marche introduite par le coin d'air en un point M de la surface de localisation situé à une distance x de l'arête commune des deux miroirs est $\delta(M) \approx \pm 2n\alpha x$ avec $n = 1$. Déterminer l'interfrange i sur la surface de localisation, en fonction de α et λ_0 . Comment évolue la figure d'interférence si l'angle α varie ?

I.B – Une lame de savon est constituée d'une mince couche d'eau entourée de part et d'autre par une couche de savon. Cette configuration est due aux tensio-actifs contenus dans le savon. Ces molécules sont constituées de deux parties distinctes : une tête hydrophile, généralement ionique, et une queue hydrophobe, généralement constituée d'une chaîne carbonée (figure 4).

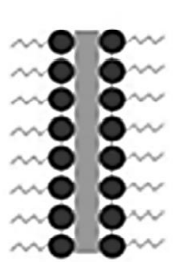


Figure 4

Cette propriété amène ainsi les tensio-actifs à se concentrer et à se fixer les uns aux autres aux interfaces entre l'eau et l'air. En éclairage monochromatique, cette lame fait apparaître des franges d'interférence (figure 5), dont l'interfrange diminue vers le bas de la lame. Ces franges sont liées à un phénomène d'interférence se produisant sur une couche mince. On suppose ici que l'indice de cette fine couche est $n \approx 1,4$. L'épaisseur de cette couche est variable de haut en bas sans dépasser une épaisseur maximum d'environ $1 \mu\text{m}$. La masse volumique et la viscosité du liquide savonneux sont pris égaux à ceux de l'eau.

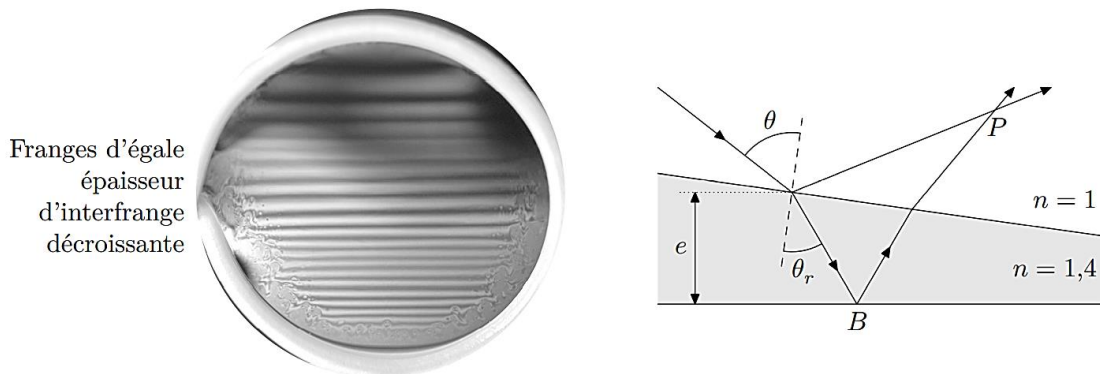


Figure 5 Interférences sur le film (à gauche) et modélisation des rayons lumineux (à droite)

Le trajet d'un rayon lumineux arrivant sous incidence θ sur une lame d'indice n et d'épaisseur locale e , doit tenir compte du phénomène de réfraction à l'intérieur de la lame. On note θ_r l'angle de réfraction et θ l'angle d'incidence. Une division d'amplitude se produit sur la face avant, suivie d'une réflexion sur la face arrière, produisant deux rayons réfléchis par la lame qui interfèrent au point P . On admet que la réflexion sur un milieu plus réfringent s'accompagne d'un déphasage de π .

Q 8. Justifier qu'en incidence quasi-normale, le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent peut s'écrire
$$\Delta\phi = 2\frac{\pi}{\lambda_0} \left(2ne + \frac{\lambda_0}{2} \right).$$

En l'absence de perturbation extérieures (telles que celles qui seront abordées par la suite) la lame n'est le siège que de son écoulement gravitaire (du haut vers le bas sous l'effet de la gravité). Dans le cadre d'un modèle simplifié, dit d'interface sans interaction, la pression P au sein du fluide en écoulement gravitaire entre l'interface de tensioactifs est supposée uniforme. Le phénomène de drainage des tensioactifs est alors négligé. L'axe (Oz) sera pris vertical ascendant. La figure 6 présente la figure d'interférence observée sur un film de savon, ainsi que les notations introduites.

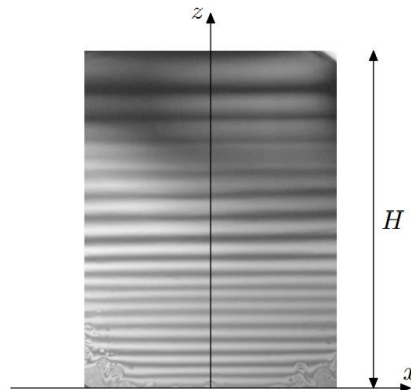


Figure 6 Vue de face de la lame de savon

On note $H = 5,0$ cm la hauteur de la lame de savon. On note $e(z, t)$ l'épaisseur de la lame, dans la direction (Oy) , à l'altitude z et à l'instant t . Du fait de l'écoulement de drainage gravitaire, cette épaisseur varie au cours du temps à z fixé et à t fixé elle augmente vers le bas.

Q 9. Compte tenu de la topographie des franges observées sur la figure 6, discuter qualitativement l'écart du profil de la lame à une portion de coin d'angle constant, induit par son drainage gravitaire.

Afin d'interpréter ces différences, une modélisation de mécanique des fluides, non détaillée ici, aboutit à l'expression suivante pour l'épaisseur e de la lame en fonction de z et du temps :

$$e(z, t) = \sqrt{\frac{2\eta(H - z)}{\rho g t}}. \quad \text{avec } \eta \text{ la viscosité du fluide, } \rho \text{ sa masse volumique et } g \text{ l'accélération de la pesanteur}$$

Q 10. Discuter qualitativement la validité de cette expression en regard de la figure 6.

Pour aller plus loin dans la caractérisation de la variation de l'épaisseur de la lame, on se propose d'effectuer une approche semi-empirique de la loi de variation de l'épaisseur de la lame. On se place à t fixé et on suppose une loi de puissance semi-empirique de la forme

$$e(z, t) = K(H - z)^\beta$$

où β et K sont des constantes. On relève pour cela expérimentalement la position des premières franges brillantes. Le tableau 1 présente les résultats obtenus en indiquant la position z de ces franges, pour un éclairage monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 600$ nm et un film de savon d'indice optique $n = 1,4$.

Numéro de la frange brillante	1	2	3	4	5	6	7	8
Position z (cm)	4,5	4,1	3,7	3,4	3,2	3,0	2,8	2,6

Tableau 1

Q 11. Compte tenu de ces valeurs numériques, analyser graphiquement, à l'aide du support fourni en figure B du document réponse, si cette loi semi-empirique est conforme aux observations. Si c'est le cas, donner la valeur numérique de β .

Nom :

Document réponse à détacher et à rendre avec la copie

Pb3

Question 1

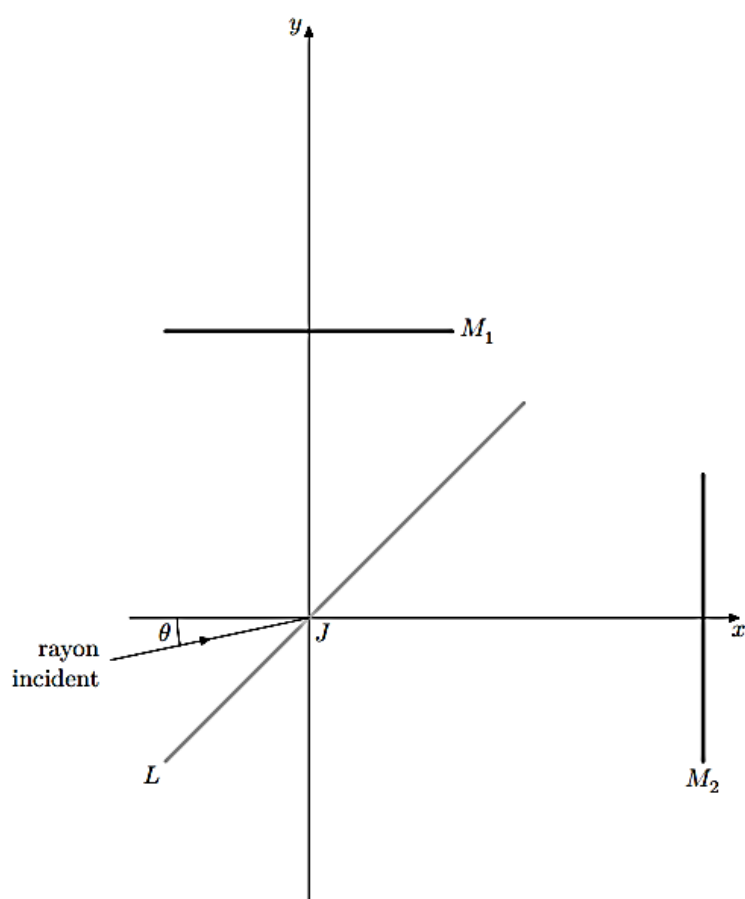


Figure A

Lame d'air équivalente

Nom :

Document réponse à détacher et à rendre avec la copie

Pb 3 Q11. Support pour tracer la courbe attendue :



Figure B