

Ch EM7 : Propagation d'une OEMPPM dans un plasma

Dispersion

I. Dispersion

1) Paquet d'ondes - Rappels

Une onde parfaitement monochromatique n'existe pas. Une onde réelle est un paquet d'ondes :

$$\underline{s}(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i(\omega t - kx)} d\omega$$

C'est une somme continue d'ondes monochromatiques.

2) Vitesse de phase

Définition : La vitesse de phase

Expression : $v_\varphi =$

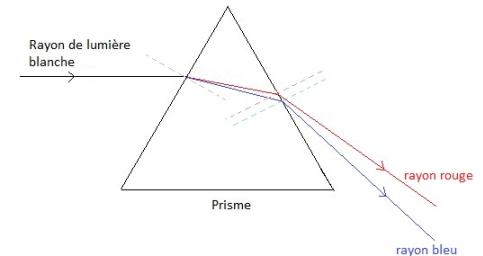
3) Phénomène de dispersion – Relation de dispersion

Introduction : dispersion de la lumière blanche par un prisme

Le mot dispersion est issu de l'étude du prisme qui disperse la lumière blanche.

Pour chaque couleur (ou chaque fréquence ν) le verre du prisme a un indice $n = \frac{c}{\nu}$ différent donc, par les lois de Descartes, il dévie la lumière avec un angle différent.

La dispersion par le prisme vient donc du fait que la vitesse de la lumière dans le verre $v = \frac{c}{n}$ dépend de la fréquence.



Définition du phénomène de dispersion (CE: Définir le phénomène de dispersion) :

La dispersion est le fait

Un milieu est dit dispersif lorsque

Définition de la relation de dispersion:

On appelle relation de dispersion

Méthode: CE: Déterminer la relation de dispersion.

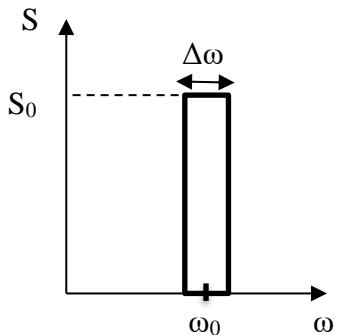
La relation de dispersion s'obtient en cherchant des solutions sous forme d'OOPM (en notation complexe) de l'équation de propagation (ou des équations de Maxwell).

Dans le vide on a trouvé au Ch EM6 :

4) Propagation d'un paquet d'ondes quasi-monochromatique

Vitesse de la phase moyenne et vitesse de l'enveloppe à partir d'un DL à l'ordre 1 de $k(\omega)$:

Exemple d'un paquet d'ondes quasi-monochromatique de spectre rectangulaire



$$\underline{s}(x,t) =$$

DL à l'ordre 1 de $k(\omega)$ autour de ω_0 :

$$\underline{s}(x,t) =$$

$$\underline{s}(x,t) = \Delta\omega \cdot S_0 \cdot e^{i(\omega_0 t - k_0 x)} \cdot \frac{\sin\left[\frac{\Delta\omega}{2} \left[t - \left(\frac{dk}{d\omega}\right)_{\omega_0} x \right]\right]}{\frac{\Delta\omega}{2} \left[t - \left(\frac{dk}{d\omega}\right)_{\omega_0} x \right]}$$

Terme de pulsation ω_0 qui varie le plus vite

Terme de phase moyenne qui se propage à la vitesse

$$v_\phi =$$

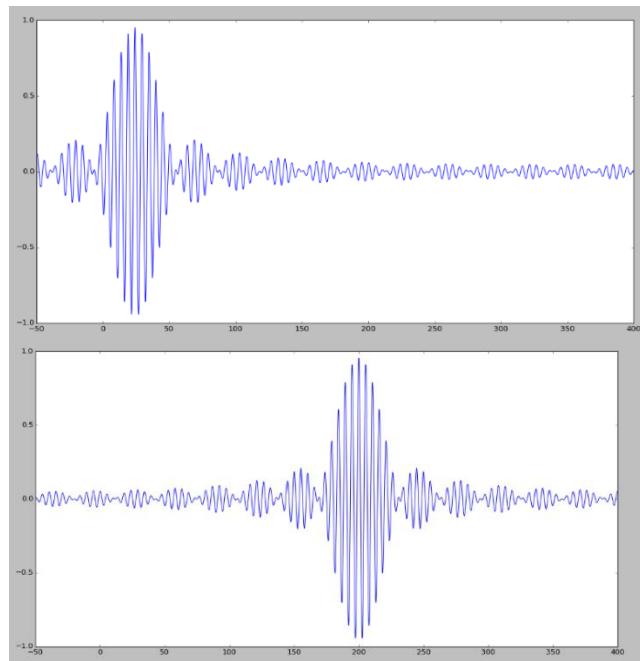
Terme de pulsation $\Delta\omega \ll \omega_0$ qui varie le moins vite, c'est donc l'enveloppe

Enveloppe qui se propage à la vitesse

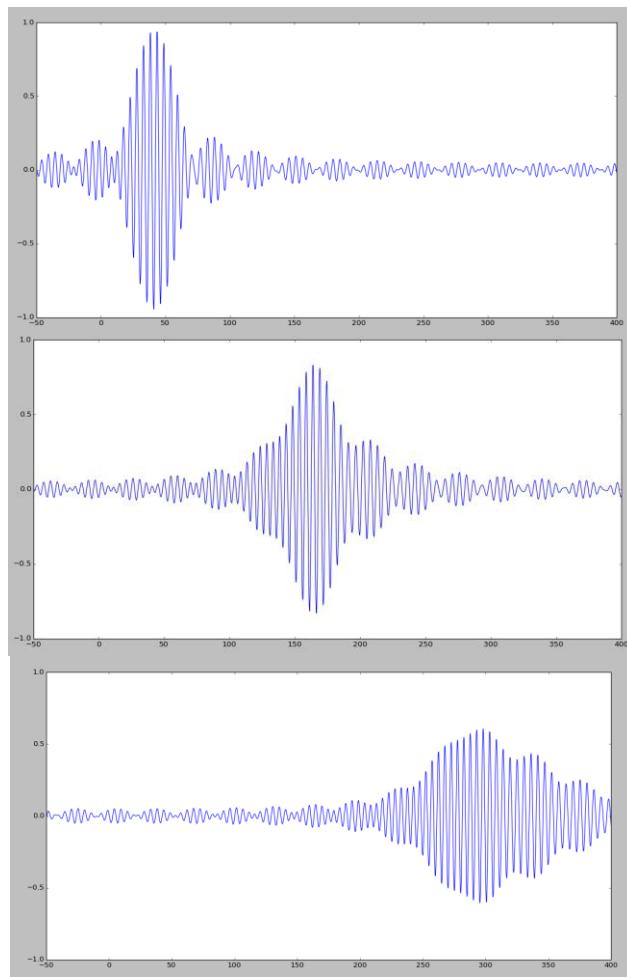
(CE) Décrire le phénomène de dispersion.

Observation de la propagation avec ou sans dispersion (animations python projetées):

Propagation du paquet d'onde quasi-monochromatique de spectre rectangulaire **sans dispersion** :



Propagation du paquet d'onde quasi-monochromatique de spectre rectangulaire **avec dispersion** :



Effet de la dispersion sur le paquet d'ondes :

5) Vitesse de groupe

Définition :

CE : Associer la vitesse de groupe à la propagation de l'enveloppe du paquet d'ondes.

Expression : $v_g =$

Rem : On peut souvent montrer que la vitesse de groupe est la vitesse de propagation de l'énergie mais ce n'est pas toujours le cas.

Rem : Si \underline{k} est complexe, $v_\varphi = \frac{\omega}{Re(\underline{k})} \quad v_g = \frac{d\omega}{d(Re(\underline{k}))}$

CE : Calculer la vitesse de groupe à partir de la relation de dispersion.

Exemple : Dans le vide

II. Propagation d'une OEMPPM dans un plasma

1) Modèle du plasma dilué - Conductivité :

Modèle (adapté au plasma ionosphérique):

- Un plasma est un gaz ionisé constitué de cations de charge +e et d'électrons de charge -e.
- Il est globalement neutre ($n = N_{\text{cations par unité de volume}} = N_{\text{électrons par unité de volume}}$)
- On étudie ici les plasmas dilués : gaz peu denses dans lesquels on va pouvoir négliger les interactions entre cations et électrons (les collisions). Alors que dans un plasma plus dense ou dans un métal on modélisera ces collisions par une force de frottements
 $\vec{f} = -k\vec{v}$
- Les ions étant beaucoup plus lourds que les électrons, on considérera que les cations sont fixes.

(CE) Exprimer la conductivité complexe du milieu et établir la relation de dispersion.

Calcul de la conductivité :

D'où la conductivité du plasma : $\gamma =$

Rem : si on ne néglige pas à priori la vitesse des cations :

Rem : si le plasma n'est pas dilué, on modélise les interactions par une force de frottement fluide $\vec{f} = -k\vec{v}$

Sens physique d'une conductivité imaginaire pure : $\gamma = -i\alpha$ avec $\alpha = \frac{ne^2}{m\omega}$

La puissance cédée par le champ au plasma dilué est en moyenne nulle ce qui est logique car on a négligé tout phénomène dissipatif (la force de « frottements » due aux collisions).

2) Pulsation de plasma : pour $\omega \neq \omega_p$, le plasma est localement neutre $\rho = 0$.

Equation locale de conservation de la charge :

On introduit la **pulsation de plasma** : $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\epsilon_0}}$

Si $\omega = \omega_p$, $\rho \neq 0$ est possible, éventuellement le plasma n'est pas localement neutre

Si $\omega \neq \omega_p$, $\rho = 0$ le plasma est localement neutre

et le champ électrique est transverse car

Le programme demande d'étudier une onde plane transverse électrique monochromatique dans un plasma dilué donc le cas $\omega \neq \omega_p$.

3) Relation de dispersion du plasma à savoir établir (CE)

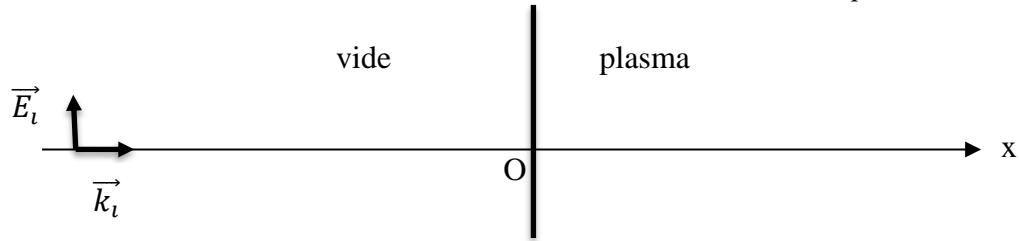
Etude de la propagation d'une OEMPPM dans un plasma dilué localement neutre (donc si $\omega \neq \omega_p$) :

On en déduit la relation de dispersion dans le plasma : $\mathbf{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$

avec la pulsation de plasma $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\epsilon_0}}$

4) Discussion : possibilité de propagation dans un plasma

Une OEMPPM arrive dans le vide sous incidence normale à la surface d'un plasma.



Discussion de la possibilité de propagation suivant les valeurs de ω : (savoir interpréter les ondes obtenues dans chaque cas, savoir reconnaître une onde évanescante)

- Pour $\omega < \omega_p$,

L'onde est atténuée très rapidement lorsqu'elle entre dans le plasma, avec une **distance caractéristique d'atténuation** $\delta =$

C'est une

Une onde évanescante ne se propage pas, elle oscille sur place. Voir les animations Python.

Le plasma

Le plasma se comporte comme un filtre passe haut.

(CE) Distinguer qualitativement les ondes évanescantes et les ondes progressives du point de vue du transport de l'énergie.

Champ magnétique de l'onde évanescante (pour une onde polarisée rectilignement suivant (Oy)) :

Puissance surfacique moyenne transportée par une onde évanescante :

Une onde évanescante ne transporte pas d'énergie, contrairement à une onde progressive.

- Pour $\omega > \omega_p$,

$k =$

Alors les solutions sont de la forme $\vec{E} =$

La propagation est possible car les solutions sont des ondes progressives.
Elles peuvent transporter de l'énergie.

Le plasma

Le plasma est un milieu dispersif :

Vitesse de phase :

Vitesse de groupe : *CE: Calculer la vitesse de groupe à partir de la relation de dispersion.*

Comparaison à la vitesse de la lumière :

Le plasma se comporte comme

5) Application à l'ionosphère et aux télécommunications

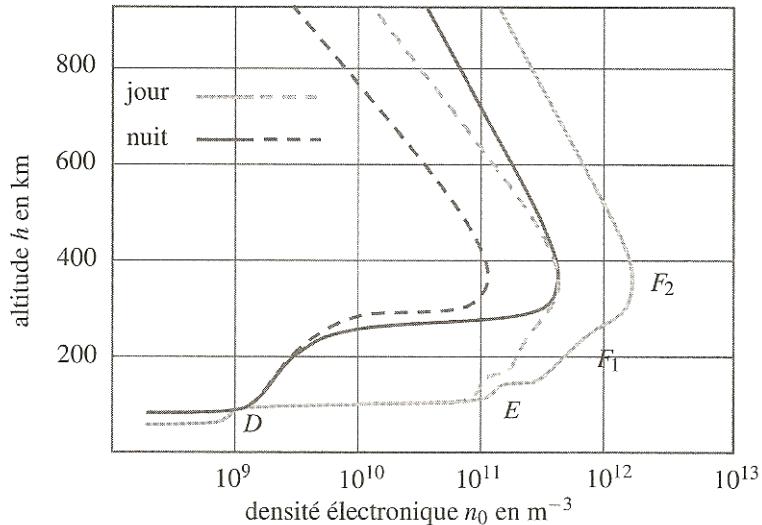


Figure 19.1 – Densité électronique n_0 en fonction de l'altitude z en un lieu de latitude moyenne, le jour (courbes gris clair) et la nuit (courbes gris foncé), pour une activité solaire maximale (courbes en trait plein) ou minimale (courbes en tireté).

CE : Relier la fréquence de coupure aux caractéristiques du plasma et citer son ordre de grandeur dans le cas de l'ionosphère.

A une altitude supérieure à 50 km, la haute atmosphère est ionisée par le rayonnement solaire UV et se comporte comme un plasma, c'est l'ionosphère.

La densité volumique maximale d'électrons dans l'ionosphère est $n_{\max} = 10^{12}$ électrons par m^3
Cela donne une fréquence plasma maximale dans l'ionosphère $f_{p, \max} \approx 10\text{MHz}$ (**domaine des ondes radio**).

On retient la fréquence de coupure de l'ionosphère (CE) : $f_{p, \text{ionosphère}} \approx$

Conséquences :

- Pour communiquer avec des satellites depuis la Terre il faut utiliser des ondes de fréquence $f > f_p$
 - Une onde de fréquence $f < f_p$ est réfléchie par l'ionosphère.
Cela permet la transmission des grandes ondes ($\lambda \approx \text{km} > \lambda_p$) très au-delà de la vision directe de l'émetteur (radio amateurs...).
- Par contre les ondes émises en Modulation de Fréquence (radio FM autour de f_p) ne sont pas réfléchies donc de moindre portée.

