ISM MP, Mathématiques
Année 2025/2026 27/11/2025

Commentaires - Devoir en temps libre n°08

Problème I

Problème plutôt bien réussi malgré quelques dérapages pour certains qui font usage de notations occultant des dépendances et amenant inexorablement à des résultats faux. On ne peut pas appliquer la linéarité du symbole somme sur $\sum_{p=2}^{+\infty} \frac{p-1}{p^2}$ puisque les termes concernés ne sont pas positifs et ne vérifient pas la condition de sommabilité. L'utilisation finale du critère des équivalents n'est pas toujours bien réalisée.

Problème II

1. L'égalité $\operatorname{Sup} \lambda \mathrm{A} = \lambda \operatorname{Sup} \mathrm{A}$ avec $\lambda \geqslant 0$ mérite du détail.

2. L'inégalité $\sum_{i \in \mathrm{I}} (u_i + v_i) \leqslant \sum_{i \in \mathrm{I}} u_i + \sum_{i \in \mathrm{I}} v_i$ a été bien traitée par un grand nombre. En revanche, l'autre sens a fait l'objet de nombreuses arnaques.

Problème III

Il faut justifier $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < \mathrm{e}$ puis définir une fonction à deux régimes pour s'affranchir de la dépendance en n dans les bornes de l'intégrale. Il faut évidemment préciser $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \xrightarrow[n \to \infty]{} \mathrm{e}$ et préciser que pour $t \in [\,1\,; \mathrm{e}\,[$, on a $t \in \left[1\,; \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right]$ pour n assez grand. Enfin, lors de la domination, les valeurs absolues ne sont pas superflues !

Problème IV

1. Dire « intégrale sur segment » ne suffit pas. Il faut préciser continue ou continue par morceaux. En revanche, dire continue (par morceaux) sur un segment suffit !

2. Bien traitée.

3. Bien traitée.

4. Il faut dire la convexité de l'exponentielle et préciser qu'il s'agit d'une inégalité graphe/tangente. Un dessin est évidemment le bienvenu.

5. Inégal. Quelques dominations farfelues.

6. Bien traitée.