

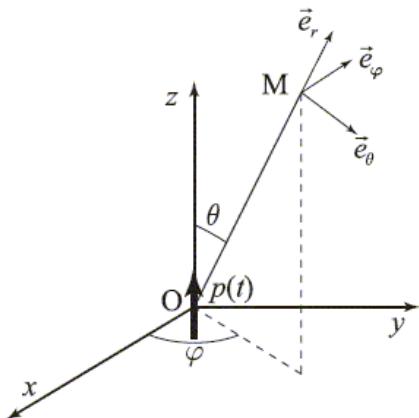
CH EM9 : Rayonnement dipolaire électrique

I. Modélisation, approximations

1) Modèle du dipôle oscillant

CE : Justifier l'intérêt du modèle du dipôle oscillant et citer des exemples dans différents domaines.

Schéma, constitution :



Doublet dans l'approximation dipolaire constitué :

- d'une charge $-q$ fixe en O
- d'une charge $+q$ en A oscillant sur (Oz) autour de O

Le mouvement de A est sinusoïdal :

$$z_A(t) = z_0 \cos(\omega t)$$

Choix des coordonnées sphériques ci-contre.

Moment dipolaire : $\vec{p} =$ $= p_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$ avec $p_0 =$

Portée du modèle :

- **Emission d'une onde lumineuse par un atome** (domaine visible). Le noyau est la charge fixe et l'électron est la charge mobile. Voir le IV sur la diffusion Rayleigh.
- **Emission d'une onde radio par une antenne**. L'antenne est un conducteur parcouru par un courant de porteuse sinusoïdale (modulée en fréquence ou en amplitude). L'antenne est découpée en petits dipôles élémentaires et on somme les champs créés par ces dipôles.

2) Approximations :

CE : Formuler et commenter les approximations reliant les trois échelles de longueur pertinentes.

3 échelles de longueur :

- la taille du dipôle z_0 ,
- la distance r à laquelle le dipôle est étudié,
- la longueur d'onde λ du rayonnement

Approximations :

- Approximation non relativiste : $v(A) \ll c$ est équivalente à $z_0 \ll \lambda$

- Zone de rayonnement : $\lambda \ll r$

- Approximation dipolaire : $z_0 \ll r$

II. Champ électromagnétique rayonné

- 1) Expressions des champs : non exigibles

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\mu_0 \sin(\theta)}{4\pi r c} \vec{p} \left(t - \frac{r}{c} \right) \vec{u}_\varphi = -\frac{\mu_0 \omega^2 \sin(\theta)}{4\pi r c} p_0 \cos(\omega t - kr) \vec{u}_\varphi$$

$$\vec{E}(M, t) = \frac{\mu_0 \sin(\theta)}{4\pi r} \vec{p} \left(t - \frac{r}{c} \right) \vec{u}_\theta = -\frac{\mu_0 \omega^2 \sin(\theta)}{4\pi r} p_0 \cos(\omega t - kr) \vec{u}_\theta$$

- 2) Structure du champ rayonné :

CE : Analyser la structure du champ rayonné, les expressions des champs étant fournies, en utilisant des arguments généraux : symétrie, conservation de l'énergie et analyse dimensionnelle.

- Invariances et symétries :

- Analyse dimensionnelle :

—

- Montrer que l'expression donnée de \vec{E} a la même dimension que celle du champ créé par une charge ponctuelle :

- Montrer que l'expression donnée de \vec{B} a la même dimension que celle du champ créé par un fil rectiligne infini :

- Structure ondulatoire :

- Propagation radiale à la vitesse c car
- Rayonnement non isotrope (en $\sin\theta$) :

- L'onde n'est pas sphérique :

- Polarisation :

La direction de polarisation est dans le plan contenant M et le dipôle et perpendiculaire à la direction de propagation.

- Relation de structure :

- Caractère localement plan :

Le champ a localement la structure d'une OPPM de direction \vec{u}_r et de vitesse c.

- Amplitude du champ rayonné :

La décroissance lente (en $1/r$) permet les communications hertziennes sur de longues distances.

III. Puissance rayonnée

CE : Effectuer un bilan énergétique, les expressions des champs étant fournies. Représenter l'indicatrice de rayonnement

1) Vecteur de Poynting

Il a la direction et le sens de propagation de l'onde.

$$\langle \vec{R} \rangle_t =$$

2) Indicatrice de rayonnement

On place le dipôle en O et on calcule le vecteur de Poynting moyen en tout point M situé sur une sphère de centre O et de rayon $r = r_0$.

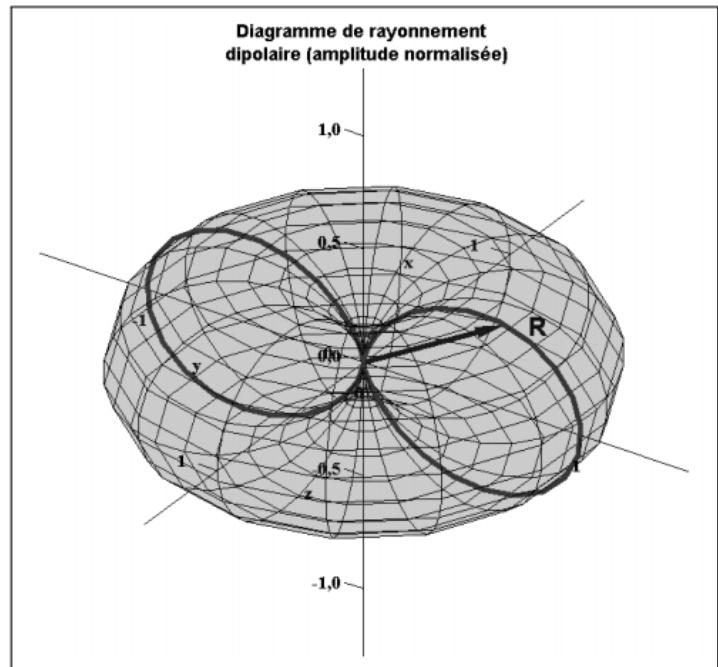
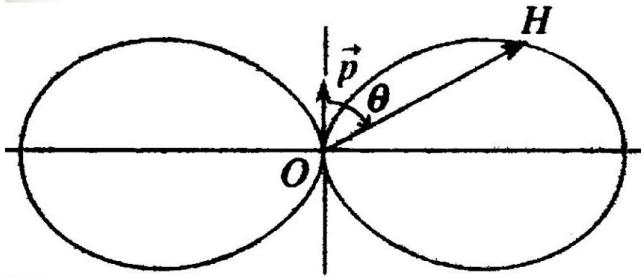
On trace ensuite l'ensemble des points H tels que

$$\overrightarrow{OH} = k \langle \vec{R}(r_0, \theta, \varphi) \rangle_t$$

avec k une constante telle que $[k] = [R]^{-1}L$

Puisque $\langle \vec{R} \rangle_t$ ne dépend pas de φ , cette courbe est invariante par rotation autour de (Oz).

On observe sur cette courbe que :

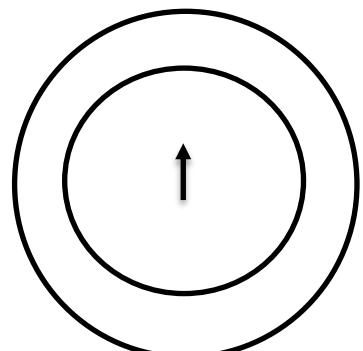


3) Puissance moyenne rayonnée à travers une sphère et bilan énergétique

CE : Effectuer un bilan énergétique, les expressions des champs étant fournies.

Bilan énergétique entre deux sphères de rayons R_1 et R_2 centrées sur le dipôle :

L'équation intégrale de Poynting s'écrit :



Or en régime sinusoïdal (pour tout régime périodique) :

De plus dans l'air entre les deux sphères,

Le bilan énergétique donne donc

On peut en déduire que le vecteur de Poynting est en $1/r^2$ et les champs sont en $1/r$

Calcul de la puissance moyenne rayonnée à travers une sphère centrée sur le dipôle:

$$\mathcal{P} = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3}$$

A retenir :

On introduit la longueur d'onde $\lambda = CT = \frac{2\pi c}{\omega}$

$$P \approx \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3} =$$

AN : $\frac{P_{violet}}{P_{rouge}} =$

La puissance rayonnée est donc 16 fois plus importante dans le violet que dans le rouge.

4) Rayonnement d'accélération

$$\langle \ddot{p}^2 \rangle_t =$$

donc $\mathcal{P} = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3} = \frac{q^2 \langle a^2 \rangle}{6\pi \epsilon_0 c^3}$

Toute particule chargée accélérée rayonne une onde électromagnétique. C'est le rayonnement d'accélération.

Exemples :

- Rayonnement
- Rayonnement

IV. Diffusion de Rayleigh

On étudie ici la diffusion d'une onde électromagnétique polarisée rectilignement par une molécule dans cadre du modèle de la charge élastiquement liée.

1) Dipôle induit dans le cadre du modèle de la charge élastiquement liée

(CE) : Déterminer les caractéristiques du dipôle induit en régime établi, par l'action de l'onde incidente sur la molécule.

Hypothèses :

- Onde plane incidente (OPPM) de pulsation ω
- Molécule :
On modélise un atome d'hydrogène par un proton fixe placé en O, et un électron P de masse m et de charge $-e$. On note $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$ la position moyenne de l'électron sur son orbite. Le modèle de l'électron élastiquement lié consiste à modéliser les interactions électriques entre le noyau et l'électron par une force de rappel élastique.
- Bilan des actions mécaniques sur l'électron :
 - Force de rappel (de type ressort) (attraction électrique du noyau) : $\vec{F}_{rappel} = -m\omega_0^2 \vec{r}$
où ω_0 est une pulsation propre de l'électron.
 - Force de frottement du type frottement visqueux (pour rendre compte des pertes de l'électron par rayonnement) : $\vec{F}_f = -f\vec{v}$
 - Force électrique $\vec{F}_e = -e\vec{E}$ d'une OPPM $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$
 - Force magnétique négligée devant la force électrique pour une particule non relativiste
 - Poids négligé devant la force électrique pour une charge élémentaire

On applique la deuxième loi de Newton à l'électron :

C'est l'équation

On cherche la solution en régime établi (sinusoïdal forcé) :

On en déduit le **moment dipolaire électrique** de l'atome :

2) Puissance diffusée

Le cours sur le rayonnement permet alors d'exprimer la puissance moyenne rayonnée par ce dipôle (dans la zone de rayonnement...) à travers une sphère :

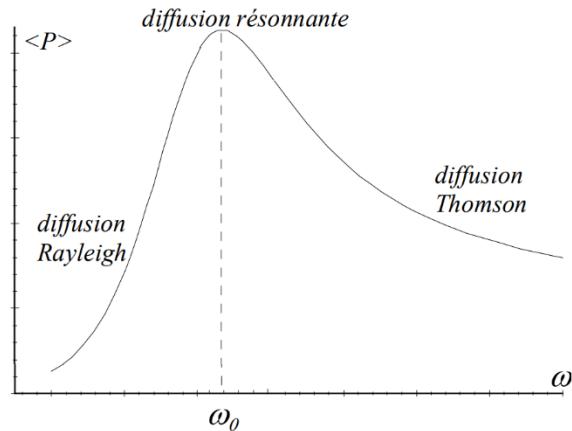
$$P = \frac{|p_0|^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} =$$

Le dipôle rayonne à la même pulsation que celle de l'onde incidente.
C'est un phénomène de diffusion :

3) Domaine de résonance et domaine de Rayleigh

(CE) : Identifier les domaines de résonance et de Rayleigh

On peut tracer les variations de la puissance rayonnée en fonction de la pulsation ω de l'onde incidente :



On observe :

- **Une résonance pour $\omega \approx \omega_0$**

L'échange d'énergie entre le champ électromagnétique et le diffuseur est maximale.

C'est le cas où la fréquence de l'onde incidente est proche d'une fréquence du spectre de cet atome.

- **Le domaine de Thomson pour $\omega \gg \omega_0$** pour les très hautes fréquences (rayons X et gamma).
- **Le domaine de Rayleigh pour $\omega \ll \omega_0$.**

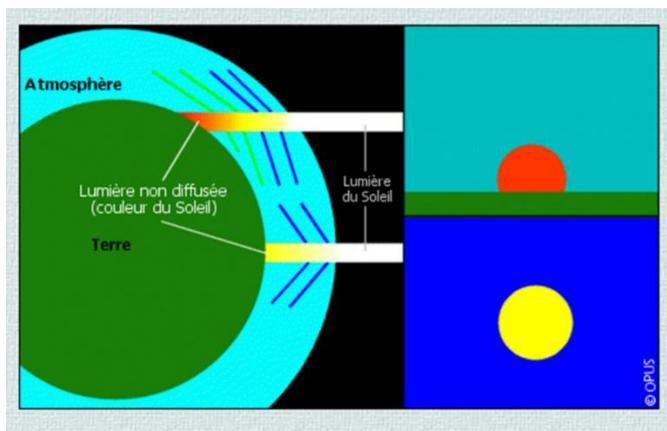
C'est le cas pour la diffusion de la lumière du soleil dans l'atmosphère car

Alors la puissance moyenne rayonnée est $P = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3} \approx$

La puissance rayonnée par diffusion Rayleigh est proportionnelle à $\frac{1}{\lambda^4}$.
Ainsi, le

4) Illustrations de la diffusion Rayleigh : application à quelques propriété optiques de l'atmosphère

(CE) : Citer des illustrations de la diffusion d'une onde électromagnétique par un milieu.

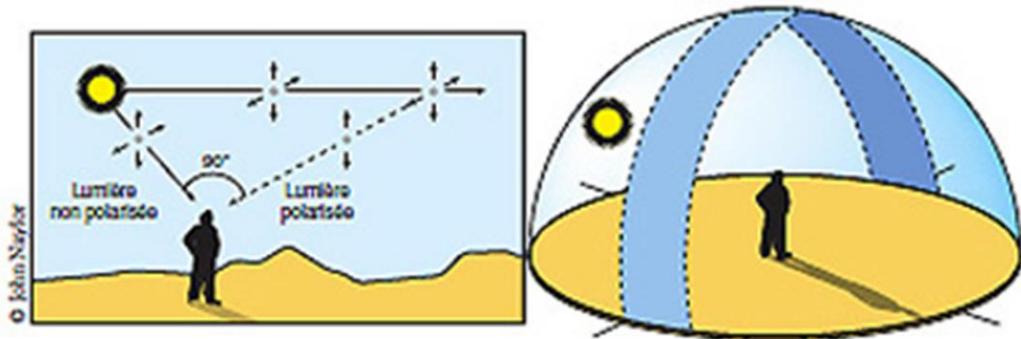


- Par beau temps, le ciel est bleu

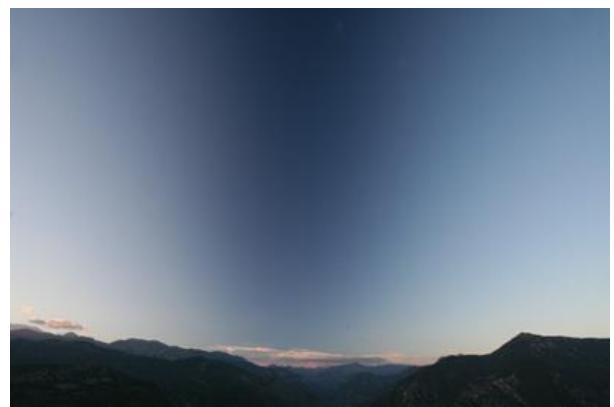
Explication :

- et le coucher de soleil est rouge :
Explication :

- La lumière diffusée par l'atmosphère est partiellement polarisée :



Sans filtre polariseur



Avec filtre polariseur

Explication:

