

Commentaires - Concours blanc - Mathématiques MP+

1, 2. OK.

3.(a) Pour l'unicité, le plus efficace est d'observer $E_i^\top M E_j = m_{i,j}$ pour $(i, j) \in \llbracket 1; n \rrbracket^2$ avec (E_1, \dots, E_n) base canonique de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$.

3.(b) OK.

3.(c) Moyennement réussie. Si on raisonne matriciellement, il faut le justifier par un isomorphisme de $A(E)$ sur $\mathcal{A}_n(\mathbb{R})$.

3.(d) Inégalement réussie, à reprendre pour la plupart.

4. Plutôt bien traitée.

5. Ne pas oublier de préciser que ω_0 est antisymétrique. Le calcul de J_n^2 permet de conclure à l'inversibilité sans effort mais on pouvait aussi discuter du rang des colonnes ou calculer un déterminant en le détaillant.

6. Moyennement réussie.

7.(a) Attention à bien considérer un supplémentaire de F (ou une base de F complétée). Ne pas considérer le complémentaire de F : cela ne permet pas de prolonger u en application linéaire.

7.(b) OK.

7.(c) OK pour le noyau mais peu de réussite pour l'image.

7.(d) OK pour ceux qui avaient trouvé (ou l'intuition de) l'image.

7.(e) OK pour la somme directe, peu de choses pour la restriction à $F^\omega \times F^\omega$. On pouvait procéder très simplement en niant la caractérisation (\mathcal{E}_2) pour cette restriction et en concluant alors que ω n'est pas symplectique en décomposant $y \in E = F \oplus F^\omega$.

8. Personne n'a réussi l'hérédité : le choix d'un plan vectoriel F tel que $\omega|_{F \times F}$ est symplectique est essentiel. À revoir.

9. Moyennement réussie. La question est très abordable.

10. Bien réussie. Il est bienvenue de mentionner le recours au lemme de Gauss quand c'est le cas. Quelques arnaques pour finaliser l'injectivité qui se traite aisément en considérant les degrés.

11. Réussie dans une seule copie.

12. Aucun point gagné sur cette question.

13. Peu réussie bien que l'écriture matricielle permette une résolution très simple de la question.

14.(a) OK.

14.(b) Plutôt bien réussie.

14.(c) Question un peu calculatoire mais la persévérance était récompensée. Quelques arnaques dans le calcul par blocs.

15. Moyennement réussie. Le fait que la matrice U est réelle n'est quasiment jamais mentionnée ...

À partir de 16, presque plus aucune tentative. Et c'est dommage ! La question 20 (traitée dans une seule copie) était une simple question de cours ! Il fallait penser à parcourir le sujet...