

TD ThS 1 - Statique des fluides et facteur de Boltzmann

Exercice 1* : Composition de l'air

L'air atmosphérique est composé essentiellement de diazote et de dioxygène. Au niveau de la mer les fractions molaires des deux gaz vérifient $x_{N_2} \approx 4x_{O_2}$.

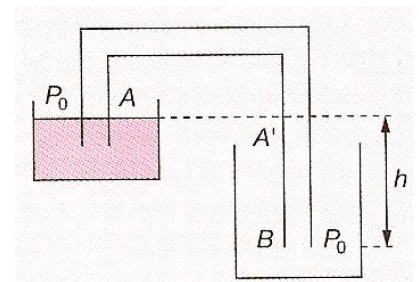
Dans le modèle de l'atmosphère isotherme à $T=290K$, calculer $\frac{x_{N_2}}{x_{O_2}}$ à 4000m d'altitude. Commenter.

On donne $M(N)=14g.mol^{-1}$ et $M(O)=16g.mol^{-1}$

Exercice 2** : Fonctionnement d'un siphon

Un siphon peut être représenté par un tube en U à l'envers dans un récipient.

- 1) Etablir l'expression de la pression $P(z)$ en fonction de l'altitude z dans un fluide incompressible.
- 2) Le siphon a été amorcé, c'est-à-dire qu'on l'a rempli d'eau en aspirant en B. En supposant qu'il y a équilibre, relier les pressions en A et en B. On notera h la distance entre B et A'.
- 3) Expliquer pourquoi l'équilibre n'est pas possible.
- 4) Que se passe-t-il et quel est l'état d'équilibre final ?



Exercice 3*** : Surface libre de l'eau dans un vase en rotation

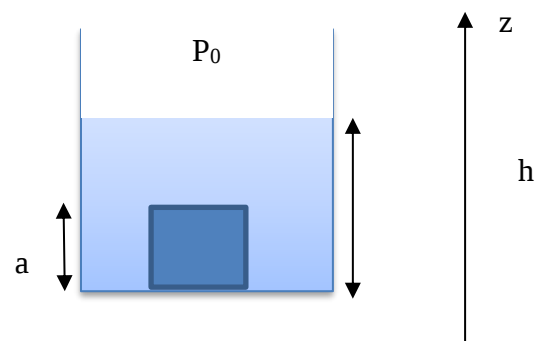
Un vase contenant de l'eau (de masse volumique ρ) est mis en rotation à la vitesse angulaire ω constante autour de son axe de symétrie vertical (Oz). On suppose le régime stationnaire atteint.

- 1) Dans quel référentiel peut-on appliquer la relation de la statique des fluides ?
- 2) Etablir l'expression de la pression dans l'eau en fonction de r et z en coordonnées cylindriques.
- 3) Quelle est la forme de la surface libre de l'eau ? (Calculer l'équation de cette surface).

Exercice 4*** : Cube dans l'eau

Un cube de glace de côté a et de masse volumique ρ est plongé dans un récipient contenant une hauteur h d'eau de masse volumique ρ_e . On suppose $\rho < \rho_e$

- 1) Le cube est posé au fond.
 - a) Calculer la somme des forces de pression exercées par l'eau sur le cube.
 - b) Est-ce conforme au théorème d'Archimède ?
- 2) Un peu d'eau s'est infiltrée sous le cube. Que se passe-t-il ? Calculer la position finale du cube.
AN pour un glaçon : $\rho_{\text{glace}} = 917kg.m^3$, calculer sa fraction volumique immergée.



Exercice 5**** : Ballon sonde

On considère un ballon sonde rempli de dihydrogène H_2 assimilable à une sphère de diamètre D . La masse de la structure est m_B , le volume de la structure est négligeable devant le volume de H_2 . La température de l'atmosphère se comporte suivant la loi $T(z) = T_0(1 - \lambda z)$ où z est l'altitude. L'air est considéré comme un gaz parfait de masse molaire M_a

- 1) a) Montrer que la pression dans l'air est $P(z) = P_0(1 - \lambda z)^\beta$, exprimer β en fonction de g , M_a , R , T_0 et λ .
b) En déduire la masse volumique $\rho(z)$.
- 2) a) Déterminer la masse maximale m_c du ballon pour qu'il puisse décoller.
b) Déterminer m_d la masse maximale du ballon pour qu'il puisse monter jusqu'à une altitude h .

Exercice 6***♥ : Pression et température au centre d'une étoile

On considère une étoile formée d'un gaz (supposé parfait) à la pression $P(r)$, à la température $T(r)$ et de masse volumique $\rho(r)$. On suppose qu'il y a équilibre.

1) Déterminer les équations liant $P(r)$, $\rho(r)$ et $T(r)$.

Indications : Ecrire la relation de la statique des fluides

Appliquer le théorème de Gauss à $\vec{g}$ le champ de gravitation dans l'étoile.

Ecrire l'équation d'état du gaz supposé parfait.

2) On fait l'hypothèse d'une masse volumique uniforme $\rho(r) = \rho_0$.

Calculer $P(O)$ et $T(O)$ où O est le centre de l'étoile.

On donne : $M_0 = 2.10^{30}$ kg masse de l'étoile

$a = 7.10^8$ m rayon de l'étoile

$G = 6,67.10^{-11}$ m³kg⁻¹s⁻²

$M = 10^{-3}$ kg.mol⁻¹ masse molaire du gaz.

Réponses :

$$Ex 1 : \frac{x_{O_2}}{x_{N_2}} = 4 \exp \left(\frac{(M_{O_2} - M_{N_2})gz}{RT} \right) = 4,27$$

Ex 2 : 1) A l'équilibre $P(z) = P(0) - \rho g z$ 2) $P(B) = P(A) + \rho g h$ à l'équilibre
3) $P(A) = P_0$ et $P(B) = P_0$ incompatible avec l'expression précédente donc équilibre impossible
4) Le fluide s'écoule jusqu'à ce que le siphon se désamorce en A.

Ex 3 : 1) Il faut se placer dans le référentiel tournant avec le vase.

$$2) P(r,z) = P_0 - \rho g(z-h_0) + \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2$$

3) Paraboloïde de révolution autour de (Oz) (Ecrire $P = P_0$ pour trouver l'équation de la surface libre)

$$Ex 4 : 1) a) \overrightarrow{F_{pression}} = -a^2 [P_0 + \rho g(h-a)] \vec{u}_z$$

b) Cette force n'est pas égale à la poussée d'Archimède.

2) La pression totale est maintenant égale à la poussée d'Archimède.

Position finale : le cube est en partie immergé, sa fraction volumique immergée est de 0,92.

$$Ex 5 : 1) a) \beta = \frac{M_a g}{M_a P_0} \quad b) \rho = \frac{M_a P_0}{RT_0} (1 - \lambda z)^{\beta-1}$$

$$2) a) \text{ Décollage si } m_B > m_C = \frac{\pi D^3 P_0}{6RT_0} (M_a - M_{H_2})$$

$$b) \text{ Pour monter à l'altitude } h, m_B > m_A = \frac{\pi D^3 P_0}{6RT_0} (M_a - M_{H_2}) (1 - \lambda h)^{\beta-1}$$

$$Ex 6 : 1) \frac{dp}{dr} = -\rho g \quad g(r) = \frac{r}{a} \int_0^a 4\pi r'^2 \rho(r') dr' \quad P(r) = \frac{M}{\rho(r)RT}$$

$$2) P(O) = \frac{3GM_0^2}{8\pi a^4} = 1,33.10^{14} \text{ Pa} \quad T(O) = 1,15.10^7 \text{ K}$$