

Programme de colles

 Venir avec un cahier de colles : y coller les énoncés des exercices et les reprendre à l'issue de la colle.

Semaine 22 30/03/26 - 03/04/26

Programme :

Tout.

Questions de cours : (avec preuve sauf mention contraire)

1. Nature et éventuellement valeur de $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ avec α réel ;
2. Intégrales de Riemann ;
3. Théorème de comparaison pour $0 \leq f \leq g$ et ses corollaires immédiats (dont le critère des équivalents) ;
4. L'intégrabilité implique la convergence de l'intégrale (avec la proposition clé) ;
5. Intégration des relations de comparaison (cas intégrable, cas non intégrable) ;
6. Théorèmes de changement de variables (cas strictement croissant et décroissant) ;
7. Intégrales de type Riemann sur $[a; b[$ ou $]a; b]$;
8. Théorème d'intégration par parties ;
9. Convergence de l'intégrale $\int_0^1 \ln(t) dt$ (deux méthodes) ;
10. Convergence de l'intégrale de Dirichlet $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$ et égalité à $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)^2}{t^2} dt$;
11. Divergence de l'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{|\sin(t)|}{t} dt$;
12. Continuité sous l'intégrale (sans preuve) ;
13. Régularité $\mathcal{C}^1$ sous l'intégrale (sans preuve) ;
14. Régularité $\mathcal{C}^k$ sous l'intégrale (sans preuve) ;
15. Fonction Γ d'Euler ;
16. Existence de la constante γ d'Euler ;
17. Critère de d'Alembert ;
18. Critère des séries alternées ;
19. Calcul de $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$;
20. Reste de série alternée ;
21. Encadrements de comparaison série-intégrale ;

22. Encadrement du reste en cas de convergence, équivalent de somme partielle en cas de divergence ;
23. Sommatation des relations de comparaison (cas divergent, cas convergent) ;
24. Théorème de Césaro ;
25. Les convexes de $\mathbb{R}$ sont les intervalles ;
26. Une partie est convexe si et seulement si elle stable par combinaison convexe ;
27. Position graphe/corde d'une fonction convexe (sans preuve) ;
28. Une fonction est convexe si et seulement si son épigraphe est convexe ;
29. Inégalité de Jensen ;
30. Inégalité des pentes (sans preuve) ;
31. Caractérisation d'une fonction convexe dérivable, deux fois dérivable (sans preuve) ;
32. Position graphe/tangente d'une fonction convexe dérivable (sans preuve) ;
33. Noyau d'un morphisme de groupes ;
34. La somme de deux idéaux est un idéal contenant chacun ;
35. Idéaux de $(\mathbb{K}[X], +, \times)$;
36. Théorème de Bézout dans $\mathbb{K}[X]$;
37. Lemme de Gauss dans $\mathbb{K}[X]$;
38. Image et noyau d'un morphisme d'algèbres ;
39. Caractérisation d'une somme directe de p sev par unicité de la décomposition du vecteur nul ;
40. Inégalité $\dim \sum_{i=1}^p F_i \leq \sum_{i=1}^p \dim F_i$ et cas d'égalité ;
41. Théorème du rang (sans preuve) ;
42. Noyaux et images itérés, en dimension quelconque et en dimension finie ;
43. Caractérisation d'un hyperplan, en dimension finie ou infinie (sans preuve) ;
44. Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs ;
45. Caractérisation d'un projecteur p comme projection avec la décomposition $E = \text{Im } p \oplus \text{Ker } p$;
46. Caractérisation d'une involution linéaire s comme symétrie avec la décomposition $E = \text{Ker}(s - \text{id}) \oplus \text{Ker}(s + \text{id})$;
47. Famille de projecteurs associée à une somme directe ;
48. Caractérisation de deux matrices semblables ;
49. Interprétation matricielle d'une matrice triangulaire par blocs ;
50. Pour D diagonale et $T = D + N$ avec N triangulaire supérieure stricte, forme de $P(D)$ et $P(T)$ pour $P \in \mathbb{K}[X]$;
51. Lemme des noyaux ;
52. Stabilité d'une droite vectorielle ;
53. Les valeurs propres sont parmi les racines d'un polynôme annulateur (avec le résultat antérieur utile $P(u)(x) = P(\lambda)x$ si $u(x) = \lambda x$) ;
54. Endomorphisme induit sur un sous-espace propre ;

55. Une somme de sous-espaces propres est directe et son corollaire pour une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes ;
56. Pour $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, on a $\chi_A = X^n - \text{Tr}(A)X^{n-1} + \dots + (-1)^n \det(A)$;
57. Le polynôme caractéristique d'un endomorphisme induit divise le polynôme caractéristique ;
58. Calcul de χ_J avec J matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ constituée de 1 ;
59. Encadrement de la dimension d'un sous-espace propre ;
60. Théorème de Cayley-Hamilton ;
61. Racines du polynôme minimal ;
62. Pour $\mathcal{B}$ base de E , on a $\pi_{\text{mat}_{\mathcal{B}}u} = \pi_u$;
63. Base de $\mathbb{K}[u]$;
64. Théorème de diagonalisation (avec les espaces propres) ;
65. Condition suffisante de diagonalisation ;
66. Diagonalisation de $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ -4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$;
67. Caractérisation de la diagonalisation avec le polynôme minimal (ou un polynôme annulateur) scindé à racines simples ;
68. Polynôme minimal et diagonalisabilité de l'endomorphisme induit sur un sev stable (prop. 26 et th. 14) ;
69. Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé ;
70. La matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ n'est pas trigonalisable dans $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mais est diagonalisable dans $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$;
71. Trigonalisation de $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;
72. Majoration de l'indice de nilpotence d'un endomorphisme nilpotent (les deux preuves) ;
73. Un endomorphisme est nilpotent si et seulement s'il est trigonalisable de spectre réduit à $\{0\}$ (preuve et la variante de la réciproque) ;
74. Caractérisation d'un endomorphisme trigonalisable avec le polynôme minimal (ou un polynôme annulateur) scindé et décomposition de l'espace en somme directe de sev stables sur lesquels l'endomorphisme induit une homothétie + un nilpotent ;
75. L'application $\|\cdot\|_\infty$ est une norme sur $\mathcal{B}(X, \mathbb{K})$;
76. Comparaison des normes $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$ et $\|\cdot\|_\infty$ sur $\mathbb{K}^n$;
77. Comparaison des normes $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$ et $\|\cdot\|_\infty$ sur $\mathcal{C}^0([0;1], \mathbb{R})$;
78. Une boule ouverte est un ouvert, une boule fermée est un fermé ;
79. Union quelconque d'ouvert, intersection finie d'ouverts ;
80. Un ensemble est ouvert si et seulement s'il est égal à son intérieur ;
81. L'intérieur est le plus grand ouvert inclus dans l'ensemble ;
82. Caractérisation séquentielle des points adhérents ;

83. Caractérisation métrique des points adhérents ;
84. Un ensemble est fermé si et seulement s'il est égal à son adhérence ;
85. Caractérisation séquentielle d'un fermé ;
86. Invariance des notions topologiques par passage à une norme équivalente ;
87. Image réciproque d'un ouvert (respectivement fermé) par une application continue ;
88. Fermeture de $\mathbb{Z}$ (trois méthodes) ;
89. L'application $x \mapsto d(x, A)$ est 1-lipschitzienne.
90. $GL_n(\mathbb{K})$ est un ouvert dense de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
91. Une application linéaire est continue si et seulement si elle est lipschitzienne en zéro, cas où l'espace de départ est de dimension finie ;
92. Exemple d'application linéaire discontinue en dimension infinie ;
93. Un compact est fermé borné ;
94. Un produit fini de compacts est compact ;
95. L'image d'un compact par une application continue est compact ;
96. Théorème des bornes atteintes ;
97. Théorème de Heine ;
98. Description des compacts en dimension finie ;
99. Compacité de $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$;
100. La relation par un chemin continu est une relation d'équivalence ;
101. Une partie convexe est connexe par arcs.
102. Une partie étoilée est connexe par arcs ;
103. La convergence absolue d'une série vectorielle entraîne sa convergence, inégalité triangulaire généralisée ;
104. La norme subordonnée est une norme d'algèbre (avec résultats intermédiaires exposés aux chapitres précédents) ;
105. Pour $u \in \mathcal{L}(E)$ tel que $\|u\|_{\text{op}} < 1$, convergence absolue de $\sum u^n$ et inverse de $\text{id} - u$;
106. Une fonction $f : E \rightarrow E$ contractante (k -lipschitzienne avec $k \in [0; 1[$) admet un unique point fixe ;
107. Dérivabilité et dérivation de $L(f)$ avec $f \in \mathcal{D}(I, E)$ et $L \in \mathcal{L}(E, F)$;
108. Dérivabilité et dérivation de $B(f, g)$ avec $f \in \mathcal{D}(I, E), g \in \mathcal{D}(I, F)$ et $B : E \times F \rightarrow G$ bilinéaire ;
109. L'intégrale d'une fonction vectorielle ne dépend pas du choix d'une base ;
110. Inégalité triangulaire ;
111. Relation $L \left(\int_a^b f(t) dt \right) = \int_a^b L(f)(t) dt$ avec $f \in \mathcal{C}_{pm}([a; b], E)$ et $L \in \mathcal{L}(E, F)$;
112. Inégalité des accroissements finis ;
113. Formule de Taylor avec reste intégral (sans preuve) ;
114. Inégalité de Taylor-Lagrange (sans preuve) ;
115. Formule de Taylor-Young (sans preuve) ;

116. Lien entre famille sommable indexée par $\mathbb{N}$ et série (pour termes positifs et réels ou complexes) (sans preuve) ;
117. Théorème de sommation par paquets (pour termes positifs et réels ou complexes) (sans preuve) ;
118. Théorèmes de Fubini (pour termes positifs et réels ou complexes) (sans preuve) ;
119. Théorème du produit de Cauchy ;
120. Théorème de convergence dominée (sans preuve) ;
121. Mise en œuvre du théorème de convergence dominée sur l'exemple (naïf) :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^n \left(1 - \frac{t}{n}\right)^n dt$$

122. La suite $(u_n)_n$ converge uniformément vers u si et seulement si $u_n - u$ est bornée à partir d'un certain rang et $\|u_n - u\|_\infty \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$;
123. Limite uniforme sur un voisinage de a d'une suite de fonctions continues en a ;
124. Théorème de la double limite (sans preuve) ;
125. Limite de l'intégrale fonction de la borne supérieure d'une suite de fonctions continues convergeant uniformément sur tout segment ;
126. Permutation limite/intégrale pour une suite de fonctions continues convergeant uniformément sur $[a; b]$;
127. Contre-exemple $f_n(t) = n^2 t^n (1-t)$ pour $t \in [0; 1]$ à la permutation limite/intégrale pour illustrer l'importance d'une domination ou d'une convergence uniforme. ;
128. Suite de fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ convergeant simplement et dont la suite des fonctions dérivées convergent uniformément sur tout segment ;
129. Extension au cas d'une suite de fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ (sans preuve) ;
130. Caractérisation de la convergence uniforme d'une série de fonctions avec le reste ;
131. La convergence normale implique la convergence uniforme et la convergence absolue en tout point ;
132. Convergence uniforme de $\sum \frac{(-1)^n}{n+x}$ sur $]0; +\infty[$;
133. Trois stratégies pour nier la convergence uniforme de $\sum \frac{1}{n^2 x + 1}$ sur $]0; +\infty[$;
134. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(1+nx)} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{\zeta(2)}{x}$ par double limite ;
135. Intégration terme à terme d'une série de fonctions continues convergeant uniformément sur $[a; b]$ (sans preuve) ;
136. Série de fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ convergeant simplement et dont la série des dérivées converge uniformément sur tout segment, extension au cas $\mathcal{C}^k$ (sans preuve) ;
137. Caractère $\mathcal{C}^\infty$ de $x \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n+x}$ sur $]0; +\infty[$;
138. Approximation uniforme de fonctions continues par morceaux sur un segment par des fonctions en escalier ;
139. Théorème de Weierstrass ;
140. Lemme d'Abel, mode de convergence pour $|z| > R$ et $|z| < R$ et son corollaire ;

141. Si $\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \ell \in \overline{\mathbb{R}_+}$, alors $R = \frac{1}{\ell}$;
142. Convergence normale sur tout disque $D_f(0, r)$ avec $r < R$ et continuité de la somme ;
143. Les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon, application aux séries entières dérivées et intégrées ;
144. Produit de Cauchy de séries entières ;
145. Exemple de série entière ne convergeant pas normalement sur $D(0, R)$ avec $0 < R < \infty$;
146. Intégration, dérivation d'une série entière et unicité du développement ;
147. Propriété fondamentale de l'exponentielle complexe et conséquences ;
148. Produit scalaire canonique sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$;
149. Identités de polarisation ;
150. Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité ;
151. $A^\perp = \text{Vect}(A)^\perp$;
152. Si $E = F + G$, on a $F \perp G \iff F = G^\perp \iff G = F^\perp$;
153. Supplémentaire orthogonal d'un sev de dimension finie et corollaire pour l'orthogonal de l'orthogonal ;
154. Contre-exemple en dimension infinie où $F \oplus F^\perp \neq E$ et $F \subsetneq (F^\perp)^\perp$;
155. Caractérisation géométrique du projeté orthogonal (dessin obligatoire) ;
156. Formule de $p_F(x)$ avec $F = \text{Vect}(e_1, \dots, e_p)$ où $(e_1, \dots, e_p)$ est orthonormée ;
157. Caractérisation d'un projecteur orthogonal en tant que projecteur 1-lipschitzien ;
158. Caractérisation métrique du projeté orthogonal (dessin obligatoire) ;
159. Dans $E = \mathbb{R}_2[X]$ muni de $\langle P, Q \rangle = \int_0^{+\infty} P(t)Q(t)e^{-t} dt$, pour $F = \text{Vect}(X, X^2)$, détermination de $p_F(1)$ puis $d(1, F)$ (dessin obligatoire) ;
160. Théorème d'Abel radial (preuve réservée au groupe au groupe (+)) ;
161. Orthonormalisation de Gram-Schmidt (preuve du premier énoncé uniquement, réservée au groupe (+)) ;
162. Théorème de représentation de Riesz ;
163. Existence et unicité de l'adjoint ;
164. Caractérisation d'une isométrie avec l'image d'une base orthonormée ;
165. Caractérisation d'une symétrie orthogonale comme isométrie parmi les symétries (dessin obligatoire) ;
166. Formule de $s_{\text{Vect}(a)^\perp}$ avec a un vecteur normé ;
167. Caractérisation d'une matrice orthogonale avec les lignes ou colonnes comme base orthonormée de $\mathbb{R}^n$;
168. La matrice d'une famille de n vecteurs dans une base orthonormée est orthogonale si et seulement si la famille est une base orthonormée ;
169. Caractérisation d'une isométrie avec sa matrice dans une base orthonormée ;
170. Description des éléments de $\mathcal{O}_2(\mathbb{R})$;
171. Morphisme de groupes $(\mathbb{R}, +) \rightarrow (\mathcal{SO}_2(\mathbb{R}), \times)$;
172. Orthogonal d'un sev stable par une isométrie ;

173. Dans E euclidien orienté de dimension 2 ou 3, écriture matricielle des éléments de $\mathcal{SO}(E)$ dans une base orthonormée directe ;
174. Réduction des éléments de $\mathcal{O}^-(E)$ avec E euclidien de dimension 2 ;
175. Réduction dans une base orthonormée d'une isométrie d'un espace euclidien de dimension n (preuve réservée au groupe (+)) ;
176. Description des éléments de $\mathcal{O}_2(\mathbb{R})$;
177. Morphisme de groupes $(\mathbb{R}, +) \rightarrow (\mathcal{SO}_2(\mathbb{R}), \times)$;
178. Dans E euclidien orienté de dimension 2 ou 3, écriture matricielle des éléments de $\mathcal{SO}(E)$ dans une base orthonormée directe ;
179. Caractérisation d'un endomorphisme auto-adjoint avec sa matrice dans une base orthonormée ;
180. Caractérisation d'un projecteur orthogonal comme endomorphisme auto-adjoint parmi les projecteurs ;
181. Stabilité de l'orthogonal d'un sev stable par un endomorphisme auto-adjoint ;
182. Spectre non vide pour un endomorphisme auto-adjoint ;
183. Théorème spectral (version vectorielle et corollaire matriciel) ;
184. Écritures de $\langle u(x), x \rangle$ pour $u \in \mathcal{S}(E)$ et $x \in E$ dans une base orthonormée de vecteurs propres ou dans la somme $\bigoplus_{\lambda \in \text{Sp}(u)}^\perp E_\lambda(u)$;
185. Caractérisation spectrale du caractère positif, défini positif pour un endomorphisme auto-adjoint ;
186. Encadrement et cas d'égalité pour $\langle u(x), x \rangle$ avec $u \in \mathcal{S}(E)$ et $x \in E$;
187. Pour X, Y indépendantes à valeurs dans E et F respectivement, calcul de $\mathbb{P}(X \in A, Y \in B)$ avec $A \subset E$ et $B \subset F$;
188. Si X, Y sont indépendantes, alors $f(X)$ et $g(Y)$ le sont aussi et application au lemme des coalitions ;
189. Formule d'antirépartition ;
190. Théorème de transfert (preuve réservée au groupe (+)) ;
191. Linéarité de l'espérance ;
192. Si X, Y sont dans L^1 et indépendantes, alors $XY \in L^1$ et $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$;
193. Si $|X| \leq Y$ avec $Y \in L^1$, alors $X \in L^1$ et $\mathbb{E}(|X|) \leq \mathbb{E}(Y)$;
194. $L^2 \subset L^1$, produit de 2 variables aléatoires dans L^2 ;
195. Variance d'une somme (cas général, cas avec décorrélation) ;
196. Inégalité de Markov et méthode de Chernoff ;
197. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev ;
198. Fonction génératrice d'une somme de variables aléatoires indépendantes ;
199. Espérance, variance, fonction génératrice d'une loi géométrique ;
200. Espérance, variance, fonction génératrice d'une loi de Poisson ;
201. Loi faible des grands nombres ;
202. Théorème de Cauchy linéaire d'ordre 1 et d'ordre 2 (sans preuve pour l'ordre 2) ;
203. Variation de la constante pour l'ordre 1 ;

204. Structure des solutions d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 et d'ordre 2 homogène ou avec second membre ;
205. Équation différentielle satisfaite par le wronskien d'un couple de solutions ;
206. Le wronskien est nul si et seulement s'il s'annule en un point ;
207. Caractérisation d'un système fondamental de solutions ;
208. Solutions d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants ;
209. Solution particulière d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants avec second membre polynôme-exponentielle ;
210. Variation des constantes pour l'ordre 2 ;
211. Résolution complète de l'équation $tx'' + 2x' - tx = 0$ sur $I =]0; +\infty[$ sachant que $t \mapsto \frac{\text{sh}(t)}{t}$ est solution avec les méthodes du wronskien et de Lagrange ;
212. Structure des solutions d'une équation différentielle linéaire vectorielle homogène ou avec second membre ;
213. Caractérisation d'un système fondamental de solutions d'une équation différentielle linéaire vectorielle ;
214. Méthode de variation des constantes pour une équation différentielle linéaire vectorielle ;
215. Calcul de $\exp \begin{pmatrix} 0 & -\theta \\ \theta & 0 \end{pmatrix}$ avec θ réel ;
216. Continuité de $\exp$ sur $\mathcal{L}(E)$;
217. Caractère $\mathcal{C}^\infty$ de $t \mapsto e^{ta}$ avec $a \in \mathcal{L}(E)$ et dérivée de cette application ;
218. Exponentielle d'une matrice diagonale, diagonalisable, trigonalisable ;
219. Résolution du problème de Cauchy $x' = a \cdot x, x(t_0) = x_0$ avec $a \in \mathcal{L}(E)$;
220. Résolution du problème de Cauchy $x' = a \cdot x + b(t), x(t_0) = x_0$ avec $a \in \mathcal{L}(E), b \in \mathcal{C}^0(I, E)$;
221. Résolution de $X' = AX$ avec $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ diagonalisable ;
222. Structure des solutions d'une équation différentielle linéaire scalaire d'ordre n homogène ou avec second membre ;
223. Résolution d'une équation différentielle linéaire scalaire homogène d'ordre n à coefficients constants (énoncé et preuve réservés au groupe +) ;
224. Unicité du développement limité ;
225. Lien entre dérivée et différentielle pour une fonction d'une variable réelle ;
226. Différentielle d'une composée ;
227. Dérivée le long d'un arc ;
228. La différentiabilité en un point implique l'existence de dérivée en ce point selon tout vecteur ;
229. Expression de $df(a) \cdot h$ en fonction des dérivées partielles $\partial_i f(a)$;
230. Règle de la chaîne ;
231. Existence et expression du gradient ;
232. Caractérisation des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ (sans preuve) ;
233. Caractère non $\mathcal{C}^1$ de $f : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) ; \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$;

234. Formule d'intégration le long d'un chemin ;
235. Caractérisation des fonctions constantes sur un ouvert connexe par arcs (preuve dans le cas convexe) ;
236. Espace tangent à une ligne de niveau (preuve partielle) ;
237. Théorème d'optimisation sous contrainte (avec les propositions 19 et 20) ;
238. Condition nécessaire d'extremum local sur un ouvert.
239. Étude au deuxième ordre : condition nécessaire d'extremum local ;
240. Étude au deuxième ordre : condition suffisante d'extremum local strict et cas particulier dans $\mathbb{R}^2$;
241. Pour $a \in G$, $\langle a \rangle = \{a^k, k \in \mathbb{Z}\}$ et caractère abélien ;
242. Sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$;
243. Description et cardinal de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$;
244. Structure de groupe abélien de $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$;
245. Cyclicité de $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$ et générateurs ;
246. Description des groupes monogènes ;
247. Si x est d'ordre fini égal à n , alors $x^m = e \iff n|m$ pour tout $m \in \mathbb{Z}$;
248. Si x est d'ordre fini, alors $\langle x \rangle \simeq \mathbb{Z}/o(x)\mathbb{Z}$;
249. Soit $(G, \star)$ groupe fini d'ordre n , alors $x^n = e$ et $o(x)|n$ pour tout $x \in G$ (preuve dans le cas commutatif, preuve dans le cas général pour le groupe $+$) ;
250. Conjugaison de cycles ;
251. Toute permutation de S_n peut se décomposer comme produit d'au plus $n - 1$ transpositions ;
252. Bijection entre A_n et $S_n \setminus A_n$ et calcul de $\text{Card } A_n$;
253. Signature d'un p -cycle, exemple de générateur de A_3 ;
254. Noyau d'un morphisme d'un anneau commutatif vers un anneau ;
255. Un anneau commutatif non nul est un corps si et seulement ses seuls idéaux sont triviaux ;
256. Théorème de Bézout ;
257. $a \wedge bc = 1 \iff a \wedge b = a \wedge c = 1$;
258. Caractérisation de $a \wedge b = d$ avec a ou b non nul ;
259. Théorème de Gauss ;
260. Pour p premier, p -valuation d'un produit, caractérisation de la divisibilité avec les valuations et application historique à l'irrationalité de $\sqrt{2}$;
261. Formule de $a \wedge b$, $a \vee b$ avec les valuations et égalité $(a \wedge b)(a \vee b) = ab$;
262. Description de $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$;
263. Détermination de l'inverse de $\overline{14}$ dans $\mathbb{Z}/37\mathbb{Z}$;
264. $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ est un corps si et seulement si p premier ;
265. Théorème chinois ;
266. Corollaire du théorème chinois sur les inversibles ;
267. Résolution de $\begin{cases} x \equiv a \pmod{m} \\ x \equiv b \pmod{n} \end{cases}$ avec m et n entiers premiers entre eux ;
268. Formule donnant l'indicatrice d'Euler (avec les résultats intermédiaires) ;
269. Théorème d'Euler.