

DD– DM 17

Dans l'univers-fiction de "Fast and furious"

Ce sujet aborde diverses questions de physique et de chimie librement inspirées d'un article de la *N.S.T.A.* (*National Science Teaching Association* aux Etats-Unis) qui traite de la vraisemblance scientifique de certaines scènes de la saga cinématographique "Fast and furious".

Le problème comporte cinq parties indépendantes, de thématiques différentes, listées ci-après.

- Partie I : mécanique du solide avec ou sans glissement.

Partie I- Course-poursuite dans les rues de Rio: une opération savamment préparée ?

Dans l'épisode 5 de la série, on voit les héros du film voler un coffre-fort container (contenant le butin d'un trafiquant de drogue) en l'accrochant par des filins à deux voitures de course.



Photo 1 - Course-poursuite (de l'épisode 5) dans les rues de Rio

Le container métallique a une masse m_0 . On suppose que la course-poursuite s'effectue à la vitesse V constante dans le référentiel de la ville supposé galiléen. On néglige les frottements de l'air.

Les voitures sont des tractions-avant avec des roues munies de pneus en caoutchouc. On note m_1 la masse d'une voiture, d le diamètre de ses roues et J leur moment d'inertie (par rapport à leurs axes de symétrie respectifs).

On note f_0 le coefficient de frottement solide au contact métal/bitume et f celui au contact caoutchouc/bitume.

L'étude est ramenée à une seule voiture de masse $m = 2m_1$ tirant le container en ligne droite, sur route horizontale (axe Ox). On entend par voiture l'ensemble {carrosserie, roues, moteur, conducteur}.

Le plan (Oxz) , vertical contenant le filin, est plan de symétrie de l'ensemble {voiture, filin, container}. On suppose ainsi que toutes les actions mécaniques sont décrites par des forces coplanaires ramenées dans ce plan. Ainsi, la paire de roues arrière est remplacée par une seule roue au contact avec le bitume en I_1 . Il en est de même pour la paire de roues avant en I_2 et on note $\vec{\Gamma} = \Gamma_m \vec{u}_y$ le couple appliqué par le moteur sur celle-ci ($\Gamma_m > 0$).

L'axe Oz du repère est choisi ascendant ; on note $\vec{g} = -g \vec{u}_z$ l'accélération de la pesanteur.

Les réactions exercées par la chaussée sur le container et sur les roues sont décrites :

- pour le container par : $\vec{R}_0 = -T_0 \vec{u}_x + N_0 \vec{u}_z$,
- pour les roues par : $\vec{R}_1 = T_1 \vec{u}_x + N_1 \vec{u}_z$ et $\vec{R}_2 = T_2 \vec{u}_x + N_2 \vec{u}_z$.

Le filin, accroché horizontalement à une hauteur h au-dessus de la chaussée, exerce une force de traction $\vec{F}$ sur le container. Le centre de masse G de la voiture se trouve à la même hauteur h par rapport au sol, sur la médiatrice du segment $[I_1, I_2]$. On donne la valeur de l'empattement $I_1 I_2 = 2b$. Le schéma de l'ensemble {container, filin, voiture} est donné en **figure 1**. Les actions mécaniques subies par le container y sont représentées.

Toutes les valeurs numériques utiles de **Q1** à **Q8b** sont regroupées à la fin de cette **partie I**.

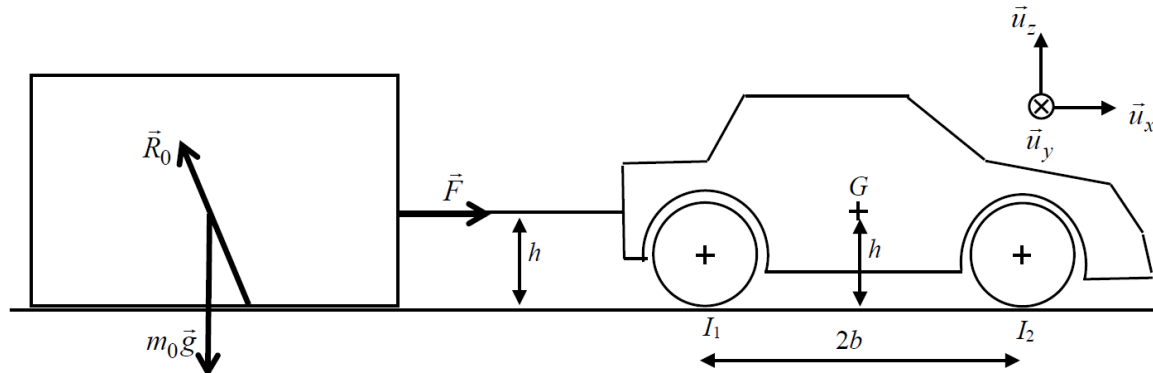


Figure 1 - Schéma de l'ensemble {container, filin, voiture}

- Q1.** Reproduire la **figure 1** et la compléter en indiquant toutes les actions mécaniques extérieures subies par la voiture.
- Q2.** En appliquant le postulat fondamental de la dynamique au container et à l'aide d'une loi sur le frottement solide à préciser, obtenir l'expression de $\vec{F}$ en fonction de f_0 , m_0 , g et $\vec{u}_x$.

On suppose qu'aucune roue ne glisse sur la chaussée. On admet alors que les actions de contact chaussée/roues ne dissipent ni ne fournissent de puissance aux roues.

- Q3. a)** Par l'application d'un théorème énergétique à la voiture, établir la relation entre la puissance de $\vec{F}$ et la puissance $\mathcal{P}_m$ fournie par le moteur.
- b)** Calculer $\mathcal{P}_m$ en kilowatt et en cheval-vapeur. Le choix de deux voitures dans cette mise en scène vous semble-t-il réaliste ?

- Q4. a)** Rappeler la loi du moment cinétique scalaire appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen. On précisera tous les termes et notations introduits.
- b)** Recenser toutes les actions mécaniques (résultantes ou couples) s'exerçant sur la roue arrière, puis sur la roue avant.
- c)** On suppose chaque roue en liaison pivot parfaite avec le reste de la voiture. En appliquant la loi du moment cinétique scalaire à chaque roue en rotation à vitesse angulaire constante dans un référentiel et par rapport à des axes à préciser, montrer que $T_1 = 0$ et que

$$\Gamma_m = T_2 \frac{d}{2}.$$

- Q5. a)** Montrer que $\vec{F} = T_2 \vec{u}_x$.

- b)** En déduire Γ_m et faire l'application numérique.

- Q6.** La loi du moment cinétique scalaire appliquée à la voiture par rapport à l'axe $(G, \vec{u}_y)$ permet de montrer que $(N_1 - N_2)b = T_2 h$.

- a)** Pourquoi le couple Γ_m n'intervient-il pas dans ce résultat ?

- b)** En déduire N_1 et N_2 en fonction de f_0 , h , b , m , m_0 et g .

Q7. Les lois de Coulomb sur le frottement solide permettent d'assurer que les roues ne glissent pas sur la chaussée si $|T_k| < f N_k$ avec $k \in \{1, 2\}$.

a) Quelles roues risquent de glisser ?

b) Montrer qu'un tractage sans glissement des roues impose une masse maximale tractable

$$m_{0\max} = m \frac{f}{2f_0 \left(1 + f \frac{h}{2b}\right)}.$$

c) Faire l'application numérique. Commenter le résultat trouvé.

Q8. Lors de la préparation de leur plan, un des protagonistes suggère d'utiliser des voitures à propulsion arrière.

a) Quelles sont alors les expressions de T_1 et de T_2 ?

b) En admettant que N_1 et N_2 trouvés en **Q6b** sont inchangés, dire quelles roues risquent de glisser dans ce cas.

c) En déduire l'expression de la masse maximale tractable $m'_{0\max}$.

d) Faire l'application numérique et conclure si les héros peuvent ou non réussir cette opération de tractage.

Données numériques nécessaires à la partie I
Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Masse du container : $m_0 = 4\,500 \text{ kg}$
Masse totale des deux voitures : $m = 3\,000 \text{ kg}$
Diamètre des roues : $d = 20 \text{ pouces}$ (1 pouce = 2,5 cm)
Empattement : $2b = 2,7 \text{ m}$
Hauteur du centre de masse et du filin : $h = 0,5 \text{ m}$
Coefficient de frottement métal/bitume : $f_0 = 0,4$
Coefficient de frottement caoutchouc/bitume : $f = 1,0$
Vitesse lors de cette course poursuite : $V = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$
1 cheval-vapeur (unité de puissance) : $1 \text{ ch} \approx 736 \text{ W}$