

Semaine 1 du 26/05/26 au 29/05/26

Révisions de Sup : mécanique du point et du solide en référentiel galiléen (avec lois de Coulomb), électrocinétique, induction, thermodynamique, chimie des solutions, structures (cristallo...)

Mécanique :

S1ex1 – Centrale 2 Physique-Info – Emmanuel Boillot 2025 –

Electron dans un condensateur cylindrique

On s'intéresse au mouvement d'un électron dans un condensateur cylindrique d'axe (Oz). On note R_1 le rayon intérieur, R_2 le rayon extérieur du condensateur et $r_0 = \frac{R_1 + R_2}{2}$.

Le champ électrique dans le condensateur est $\vec{E} = \frac{K}{r} \vec{u}_r$ avec $K > 0$.

A $t = 0$, l'électron est placé en $r = r_0$ avec une vitesse \vec{V}_0 .

- 1) On suppose $\vec{V}_0 = V_0 \vec{u}_\theta$. Montrer qu'il existe une valeur V_{circ} de V_0 telle que le mouvement soit circulaire.
- 2) On étudie le cas où \vec{V}_0 est dans le plan perpendiculaire à (Oz) et fait un angle α avec \vec{u}_θ . On supposera aussi $V_0 = V_{\text{circ}}$.
 - (a) Montrer que le mouvement est plan et écrire deux équations premières du mouvement.
 - (b) On pose $u = \frac{r}{r_0}$ et $s = t \sqrt{\frac{eK}{mr_0^2}}$. Montrer les deux relations suivantes :
 - (1) $u^2 \frac{d\theta}{ds} = \cos(\alpha)$
 - (2) $\left(\frac{du}{ds}\right)^2 + \frac{\cos^2(\alpha)}{u^2} + 2 \ln(u) = 1$
 - (c) Le mouvement peut-il être circulaire ? Est-il borné ?
- 3) On considère maintenant un faisceau d'électrons d'angle de vitesse compris entre $-\alpha_0$ et $+\alpha_0$.
 - (a) Montrer à l'aide du programme python fourni que si α est faible, l'électron reprend une trajectoire circulaire après quelques tours. (*Il fallait changer la précision du programme et augmenter le nombre de tours*).
 - (b) On pose $u = 1 + \xi$ avec $\xi \ll 1$. Montrer que ξ vérifie une équation harmonique pour α inférieur à une certaine valeur.
 - (c) ...

S1ex2 – Mines-Ponts – Nicodème Gorge 2023

QC (pour info) : « Ondes planes progressives dans le vide »

Attendus : La démonstration de l'équation de d'Alembert, les définitions de planes , progressives..., démonstration de la relation de structure, des vitesses de phase et de groupe.

Ex : Frottement sur un cerceau

Un petit anneau est enfilé sur un cerceau placé dans un plan horizontal. Le coefficient de frottement entre l'anneau et le cerceau est noté f . Le champ de gravité est supposé uniforme.

A $t=0$ on lance l'anneau avec une vitesse initiale v_0 .

On donne $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^4}} dx = 1,854$

- 1) Exprimer le temps d'arrêt de l'anneau.
- 2) Proposer une AN dans un cas limite.

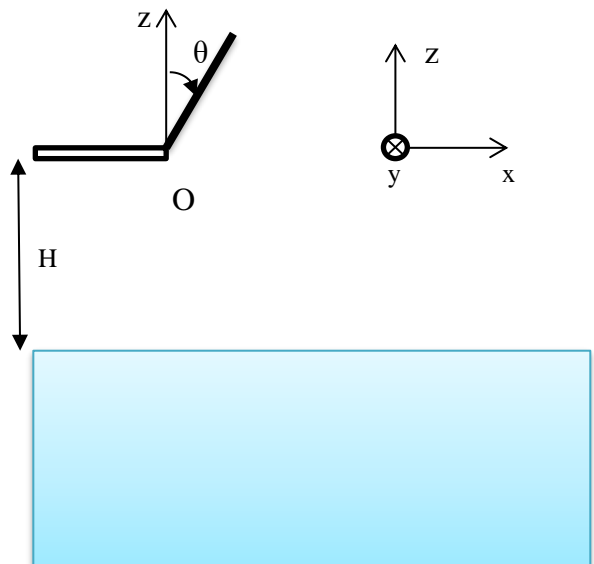
S1ex3 – Mines-Ponts et CCINP

Plongeur

Un homme, assimilé à un cylindre homogène de longueur $2a$, plonge passivement (se laisse tomber) d'un plongoir. On donne $J=4/3ma^2$ le moment d'inertie du plongeur par rapport à (Oy). A $t=0$, $\theta(t=0)=0$, $\frac{d\theta}{dt}(t=0) \cong 0$.

Le plongoir a une hauteur H .

- 1) Exprimer $\ddot{\theta}$ et $\dot{\theta}$ en fonction de θ .
- 2) En déduire l'expression de la réaction du plongoir en fonction de θ .
- 3) Calculer l'angle θ_0 pour lequel le plongeur quitte la planche.
- 4) Calculer la vitesse angulaire à ce moment-là.
- 5) Déterminer le temps de chute si le plongeur fait un saut périlleux (θ varie de 3π).

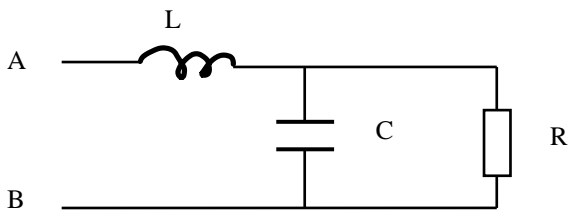


Electrocinétique :

S1ex4 – Mines-Ponts – Jules Timbeau 2025

Ex : Ligne à retard

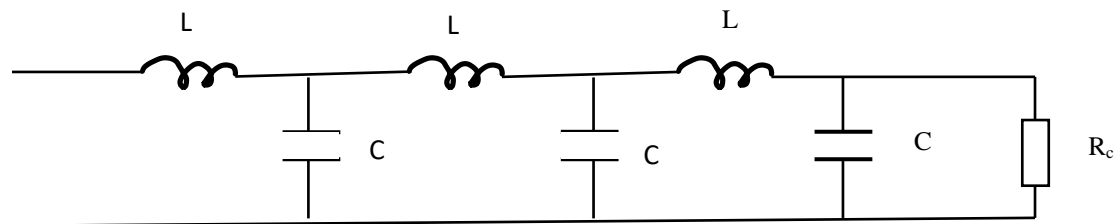
On considère le circuit suivant :



- 1) Caractériser ce circuit.
- 2) Exprimer le gain et la phase en basses fréquences à l'ordre 1. Quelles sont les conditions pour être en basses fréquences ?

On reste dans l'approximation basses fréquences dans toute la suite du sujet.

- 3) Exprimer la valeur de la résistance R, notée R_c , pour laquelle l'impédance d'entrée du circuit (vue des bornes A et B) est égale à R_c .
- 4) On considère le circuit ci-dessous où le bloc L-C est répété n fois (ci-dessous schéma pour $n=3$) et $R = R_c$. Exprimer (toujours à l'ordre 1) le gain et le déphasage de ce circuit.



- 5) Commenter et justifier le nom de « ligne à retard » donné au circuit.

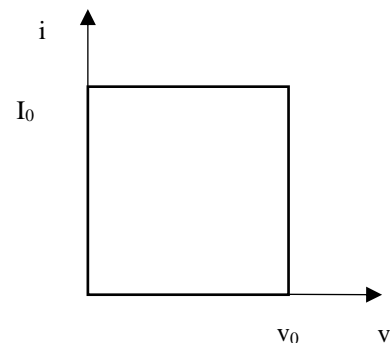
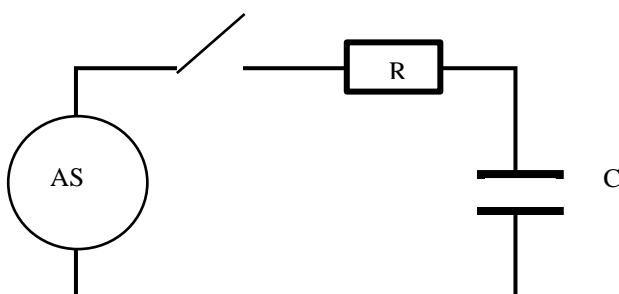
S1ex5 - Mines-Ponts - Loïc Davalo 2021

QC (pour info) : Etats stationnaires quantiques dans un puits infini

Exercice :

On dispose d'une alimentation stabilisée de caractéristique ci-contre :

Elle alimente le circuit ci-dessous :



On ferme l'interrupteur à $t = 0$. En combien de temps va se charger le condensateur ?

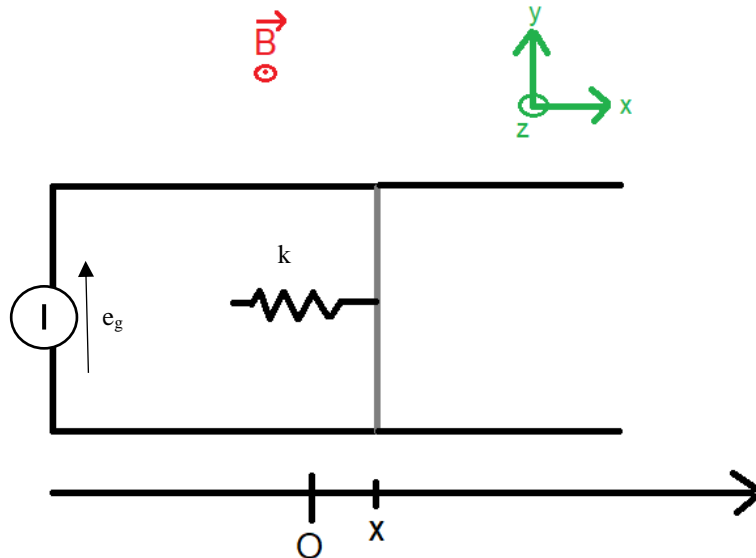
Induction :

S1ex 6 - Navale – Côme Horesny 2023 – Rail de Laplace avec ressort

Une tige conductrice de résistance R est attachée à un ressort de raideur k et posée sur deux rails infinis distants de a . L'ensemble est placé dans un plan horizontal. On note $x(t)$ la position de la tige par rapport à sa position d'équilibre.

Le dispositif est plongé dans un champ magnétique vertical \vec{B} uniforme et constant.

Le générateur délivre la tension $e_g(t) = E_0 \cos(\omega t)$.

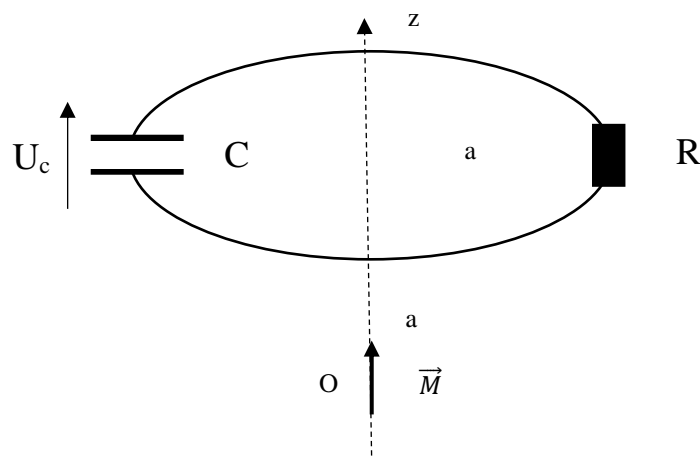


- 1) Déterminer l'équation du mouvement de la tige.
- 2) Exprimer $x(t)$ en régime sinusoïdal forcé.
- 3) ??

S1ex7 - Mines-Ponts – Jonathan Lys 2021

Induction circuit-dipôle

On considère un circuit électrique circulaire de rayon a , de résistance R , contenant une capacité C .



On place en O , sur l'axe de rotation (Oz) et à une distance a du circuit, un dipôle magnétique \vec{M} qui crée le champ magnétique (en coordonnées sphériques) :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} [2\cos(\theta)\vec{e}_r + \sin(\theta)\vec{e}_\theta]$$

A $t=0$ le condensateur est déchargé et on éteint le dipôle magnétique $\vec{M} = M_0 e^{-t/\tau} \vec{e}_z$.

Exprimer et tracer l'évolution temporelle de la tension $u_c(t)$.

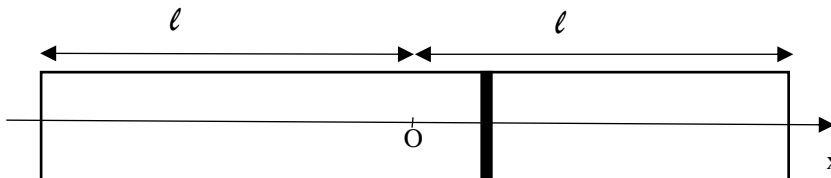
Thermodynamique :

S1ex8 – Mines Télécom – Loïc Perthuis 2023

Oscillations d'un piston

Un piston de masse m et de surface S coulisse dans un tube horizontal cylindrique de longueur 2ℓ . De chaque côté du piston il contient n moles du même gaz parfait à la température T_0 . A l'équilibre les pressions valent P_0 de chaque côté.

On suppose que la température reste égale à T_0 . Le piston se déplace sans frottement.



- 1) Faire un bilan des forces et établir une équation différentielle en x faisant intervenir m , ℓ , n , R et T_0 .
- 2) Montrer que pour x petit devant ℓ il s'agit d'un oscillateur harmonique.

« Rem : Examineur totalement silencieux jusqu'à ce que je fasse n'importe quoi. »

S1ex9 - Mines-Ponts

Exercice 1 : Changement d'état

On considère une masse $m = 10\text{g}$ d'eau dans un tube à essai de capacité thermique $C=40\text{ J.K}^{-1}$. Le tout est à une température $T_i=-15^\circ\text{C}$ mais l'eau est tout de même liquide. On inflige un choc au tube et on remarque qu'une partie l'eau liquide se transforme en glace.

Données :

Enthalpie massique de fusion à 0°C sous 1 bar : $\Delta_f H^0(273\text{K}) = 335\text{ kJ.kg}^{-1}$

Capacité thermique massique (à 0°C) de l'eau liquide : $c_l = 4,18\text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$;

Capacité thermique massique (à 0°C) de l'eau solide : $c_s = 2,09\text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}$

Variation d'entropie pour une phase condensée : $S(T) - S(T_0) = C.\ln(T/T_0)$

Variation d'entropie pour un gaz parfait : $S(T,P) - S(T_0,P_0) = n c_p \ln(T/T_0) - n R \ln(P/P_0)$

- 1) Rappeler l'allure du diagramme (P,T) de changement d'état de l'eau.
- 2) Expliquer pourquoi on peut considérer la transformation adiabatique.
- 3) Calculer la masse d'eau qui se transforme en glace.
- 4) Calculer l'entropie créée.

Chimie :

S1ex10 - CCINP - Cristallographie du Silicium

- 1) On considère le silicium de numéro atomique 14. Donner sa structure électronique. Repérer ses électrons de cœur et de valence.
- 2) Dans le tableau de Mendeleïev, quelles sont les lignes et colonnes correspondant au silicium ? Donner un autre élément bien connu possédant la même structure de sa couche de valence. Cet élément est-il plus ou moins électronégatif que le silicium ?
- 3) Le silicium peut former les molécules suivantes : SiO_2 , Si(OH)_4 , SiCl_4 . Donner pour chacune de ses molécules le nombre d'oxydation du silicium et sa structure de Lewis.
- 4) Le silicium a une structure de type diamant, c'est-à-dire qu'il cristallise sous forme d'un cubique face centrée où un site tétraédrique sur deux est occupé.
 - a) Donner la population et la coordinence d'une maille.
 - b) Donner la relation qui lie a , paramètre de maille, avec $r(\text{Si})$, rayon d'un atome de silicium.
 - c) A partir de $r(\text{Si}) = 118 \text{ pm}$, trouver la masse volumique du silicium.
 - d) Donner la compacité de l'empilement.

S1ex11 – Centrale 1 – Charles Buatois 2025 – Dosage de l'acide phosphorique par de la soude carbonatée

On fait le dosage de $V_A = 20 \text{ mL}$ d'acide phosphorique H_3PO_4 de concentration $C_A = 0,01 \text{ mol.L}^{-1}$ par de la soude de concentration $C_B = 0,02 \text{ mol.L}^{-1}$. On observe deux équivalences et la deuxième équivalence est obtenue pour un volume de soude versée de $V_{\text{eq}2} = 22 \text{ mL}$.

- 1) Donner le schéma de Lewis de la forme la plus basique de l'acide phosphorique.
- 2) Le dioxyde de carbone est un acide. Il se dissout dans l'eau. Expliquer pourquoi la solution de soude doit être fraîche.
- 3) Imaginer et tracer l'allure de la courbe de dosage de l'acide phosphorique par la soude fraîche. Donner toutes les réactions qui ont lieu sur chaque partie de la courbe et calculer leurs constantes d'équilibre. Pourquoi n'observe-t-on que deux sauts de pH ?
Indication du jury : en préliminaire, tracer le diagramme de prédominance de l'acide phosphorique et de ses bases conjuguées.
- 4) Lors du dosage réel (par la soude carbonatée) déduire du volume $V_{\text{eq}2} = 22 \text{ mL}$ la concentration C' en dioxyde de carbone de la solution de soude. La solution était-elle fraîche ?
- 5) ... Cinétique ?

Données :

$Z(\text{P}) = 15$

$\text{pKa}(\text{H}_3\text{PO}_4/\text{H}_2\text{PO}_4^-) = 2,1$; $\text{pKa}(\text{H}_2\text{PO}_4^-/\text{HPO}_4^{2-}) = 7,3$; $\text{pKa}(\text{HPO}_4^{2-}/\text{PO}_4^{3-}) = 12,3$

$\text{pKa}(\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-) = 6,4$; $\text{pKa}(\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}) = 10,3$.

Réponses :

S1ex1 – Centrale 2 Physique-Info – Emmanuel Boillot – Electron dans un condensateur cylindrique

- 1) $V_{\text{circ}} = \sqrt{\frac{Ke}{m}}$ par la seconde loi de Newton
- 2) (a) Par conservation du moment cinétique, montrer que le mouvement est plan et la première équation première du mouvement (1'). La conservation de l'énergie mécanique donne la deuxième (2') avec $E_p = K.e.\ln(r) + \text{cte}$
(b) Les relations (1') et (2') de la question précédente donnent (1) et (2) par changement de variables
(c) La trajectoire ne peut être circulaire que si $\alpha = 0$. Tracer $E_p(r)$ pour montrer que le mouvement est borné.
- 3) (a) Je n'ai pas le programme python...
(b) Dériver l'équation (2) puis linéariser pour $u = 1 + \zeta$ avec $\zeta \ll 1$, donne
 $\frac{d^2 \zeta}{ds^2} + (3\cos^2(\alpha) - 1)\zeta = \cos^2(\alpha) - 1...$

S1ex2 – Mines-Ponts 2023 – Nicodème Gorge

- $t_f = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{R}{g}} \int_0^{\frac{v_0}{\sqrt{Rg}}} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$
- $t_f = 2 \text{ s}$

S1ex3 – Mines-Ponts et CCINP – Plongeur

- $\theta^2 = \frac{3g}{2a}(1 - \cos(\theta))$ et $\dot{\theta} = \frac{3g}{4a} \sin(\theta)$
- $\vec{R} = mg \left[\left(\frac{5}{2} \cos(\theta) - \frac{3}{2} \right) \vec{u}_r - \frac{1}{4} \sin(\theta) \vec{u}_\theta \right]$
- $\theta_0 = \text{Arcos} \left(\frac{3}{5} \right) = 53^\circ$
- $\dot{\theta}_0 = \sqrt{\frac{3g}{5a}} = 2,6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
- $\Delta t = \frac{3\pi - \theta_0}{\dot{\theta}_0} = 3,3 \text{ s}$

S1ex4 – Mines-Ponts 2025 – Jules Timbeau – Ligne à retard

- Filtre passe-bas d'ordre 2
- A l'ordre 1 en $\frac{L\omega}{R}$, gain $G \approx 1$ et déphasage $\varphi \approx -\frac{L\omega}{R}$
- Impédance d'entrée $Z_e = jL\omega + \frac{R}{1+jRC\omega} \approx r + j\omega(L - CR^2)$ donc $R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$
- $\frac{H_n}{H_0} \approx \left(\frac{1}{1+j\frac{L\omega}{R}} \right)^n \approx (1 - nj\frac{L\omega}{R})$ donc $G \approx 1$ et $\varphi \approx -n\frac{L\omega}{R}$
- C'est un filtre déphaseur dont le déphasage augmente avec n d'où le nom de ligne à retard.

S1ex5 – Mines-Ponts 2021 – Loïc Davalo

Première phase : $i = I_0$ et $v(t) < v_0$ dure $t_1 = C \frac{v_0}{I_0} - RC$

Deuxième phase : $v = v_0$ et $i < I_0$ dure $3RC$ pour une charge à 97%

Temps de charge total : $C \frac{v_0}{I_0} + 2RC$

S1ex6 – Navale 2023 – Côte Horesny

- $\ddot{x} + \frac{B^2 a^2}{Rm} \dot{x} + \frac{k}{m} x = -\frac{BaE_0}{Rm} \cos(\omega t)$
- $x(t) = -\frac{BaE_0}{Rm \left[\frac{k}{m} - \omega^2 + \frac{B^2 a^4 \omega^2}{R^2 m^2} \right]} \left[\left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right) \cos(\omega t) + \frac{B^2 a^2}{Rm} \sin(\omega t) \right]$

S1ex7 – Mines-Ponts 2021 – Jonathan Lys

$$u_c + RC \frac{du_c}{dt} = -\frac{\mu_0 M_0}{4a\sqrt{2}\tau}$$

$$u_c(t) = \frac{\mu_0 M_0}{4a\sqrt{2}\tau(1 - \frac{RC}{\tau})} \left[e^{-t/RC} - e^{-t/\tau} \right]$$

S1ex8 – Mines-Télécom 2023 – Loïc Perthuis

- $\ddot{x} + \frac{nRT_0}{m} \left[\frac{1}{l-x} - \frac{1}{l+x} \right] = 0$
- $\ddot{x} + \frac{2nKT_0}{ml^2} x = 0$

S1ex9 - Mines-Ponts - Changement d'état

- $m_g = \frac{(mc_l + C)(T_{fus} - T_i)}{\Delta_f H^\circ} = 3,7 \text{ g}$
- $S_{créée} = (C + mc_l) \cdot \ln \left(\frac{T_{fus}}{T_i} \right) - \frac{mg \Delta_f H^\circ}{T_{fus}} = 0,082 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} > 0$

S1ex10 - CCINP - Cristallographie du Silicium

- No(Si)=+IV
- Coordination 4, population 8, $a = \frac{8}{\sqrt{3}} r(\text{Si}) = 545 \text{ pm}$, $\rho = \frac{8 \cdot M(\text{Si})}{a^3 N_A} = 2,33 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $C = \frac{32\pi r^3}{3a^3} = 0,34$

S1ex11 – Centrale 1 2025 – Charles Buatois

- ...
- ...
- Pour le dosage de l'acide phosphorique par la soude pure :

On ne voit pas de troisième saut de pH car HPO_4^{2-} est un acide trop faible.

On devrait avoir $V_{eq2} = 2V_{eq1} = 2C_A V_A / C_B = 20 \text{ mL}$.

- Dosage par la soude carbonatée :

$$C' = \frac{C_B V_{eq2} - 2C_A V_A}{V_{eq2}} = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

