

Semaine 2 du 1^{er} au 5 juin :

électromagnétisme + optique + mécanique forces d'inertie + thermochimie

Electromagnétisme :

S2ex1 : CCINP 2023 – Romain Weulersse

Champ de gravitation et détection d'une grotte

On considère la Terre, de rayon $R_T = 6400$ km, de masse volumique ρ_T supposée uniforme.

- 1) Exprimer le champ de gravitation en tout point M de l'espace.
- 2) Une cavité est présente dans la Terre. Elle est sphérique de centre C situé à une profondeur $h = 210$ m et de rayon $a = 200$ m.
 - a) Exprimer le champ gravitationnel en tout point de la cavité. *Indication : utiliser le principe de superposition.*
 - b) Exprimer la variation relative du champ à la surface de la Terre avec et sans grotte.
- 3) On dispose d'un pendule de longueur $l = 1$ m et d'un détecteur mesurant les oscillations du pendule avec une précision de 1 ms. Sera-t-on capable de détecter la cavité avec ce pendule depuis la surface de la Terre ?

S2ex2 : Centrale 2023 Physique – Chimie 1 – Vincent Capellano

Particule chargée dans un solénoïde

- 1) Rappeler le théorème d'Ampère.
- 2) Rappeler l'expression du champ magnétique B_s dans un solénoïde de rayon R parcouru par un courant I et comprenant n spires par unité de longueur.
- 3) Montrer que $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left(\iint_S s'_{appuyantsur c} \vec{B} \cdot \vec{n} dS \right)$
- 4) On considère une particule élémentaire immobile de charge q à l'extérieur du solénoïde. On coupe le courant à l'instant $t=0$.
 - a) Expliquer qualitativement que la particule va se mettre en mouvement.
 - b) Montrer que sa quantité de mouvement juste après l'arrêt du courant peut se mettre sous la forme :

$$\vec{P} = q \frac{R^2}{2r} B_s \vec{u}_\theta$$
 - c) A l'aide d'ordres de grandeur proposer une valeur numérique de la vitesse de la particule et commenter.

S2ex3 : CCINP - Benjamin Cordebar - Miroir sans tain

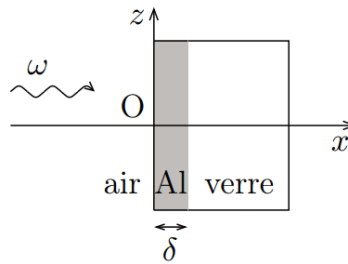
Il existe différents moyens d'obtenir un miroir sans tain. On s'intéresse à la technique présentée dans le document ci-dessous :

Document *Miroir semi-réfléchissant*, Wikipedia :
 Une méthode consiste à déposer une couche fine d'un composé métallique ou diélectrique à la surface d'une lame de verre. On a utilisé longtemps de l'étain, du mercure, de l'argent par réaction chimique. Dans la technique actuelle de dépôt sous vide, c'est l'aluminium qui est appliqué. Cette technique de contrôle de l'épaisseur du dépôt s'opère avec une précision telle (proche de la longueur d'onde lumineuse, soit seulement quelques dizaines d'atomes) qu'elle permet de choisir les couleurs transmises ou réfléchies.

La répartition de l'intensité lumineuse entre les deux flux (réfléchi et transmis) dépend :

- de la couleur de la lumière, c'est-à-dire de sa longueur d'onde ;
- de l'angle que fait le rayon lumineux avec la surface du miroir ;
- de l'épaisseur du dépôt métallique choisi qui peut filtrer certaines longueurs d'onde du rayon incident.

On considère une couche mince d'aluminium d'épaisseur δ déposée sur une lame de verre, et on s'intéresse au comportement d'une onde électromagnétique plane progressive monochromatique (OPPM), de pulsation ω et de longueur d'onde dans le vide λ_0 , arrivant en incidence normale sur cette couche métallique (voir figure ci-dessous).



On cherche dans la couche d'aluminium un champ électrique sous la forme complexe :

$$\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - \underline{k}x + \varphi)} \vec{e}_z$$

E_0 et φ sont des constantes réelles, et \underline{k} une constante a priori complexe.

- 1) Donner l'intervalle de longueurs d'onde λ_0 correspondant au domaine visible. En déduire l'intervalle de pulsations ω associé.
- 2) Rappeler les quatre équations locales de Maxwell dans le vide ; on notera respectivement ρ et \vec{j} les densités volumiques de charge et de courant.

Dans la suite, on suppose que la couche d'aluminium est neutre en tout point ($\rho = 0$), et que le vecteur densité volumique de courant suit la loi d'Ohm locale généralisée :

$$\vec{j} = \frac{\sigma_0}{1 + i\omega\tau} \vec{E} \quad \text{avec} \quad \sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m_e}$$

Dans cette formule, e désigne la charge élémentaire, m_e la masse d'un électron, n la densité volumique d'électrons de conduction dans le métal et τ un temps de relaxation. On donne pour l'aluminium les paramètres suivants : $n = 1,81 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$, $\tau = 7,9 \cdot 10^{-15} \text{ s}$.

- 3) Compte tenu de la valeur de τ et de l'intervalle d'encadrement de ω obtenu à la question 1, proposer une simplification de la relation entre \vec{j} et \vec{E} .
- 4) Dans le cadre de la simplification précédente, établir l'équation aux dérivées partielles satisfaite par le champ électrique au sein de la couche d'aluminium. En déduire l'expression de \underline{k} en fonction des paramètres du problème.
- 5) Après avoir comparé l'ordre de grandeur des différents termes, montrer que l'on peut écrire $\underline{k} = -i\alpha$, avec α une quantité réelle positive à exprimer en fonction de μ_0 la perméabilité magnétique du vide, e , m_e et n .
- 6) On admet que l'intensité lumineuse est proportionnelle à la moyenne temporelle du carré du champ électrique de l'onde. On souhaite obtenir un flux lumineux en $x = \delta$, égal à la moitié du flux lumineux en $x = 0^+$. Déterminer, littéralement puis numériquement, l'épaisseur δ de la couche d'aluminium à déposer et confronter la valeur obtenue aux informations données dans le document Wikipédia.

S2ex4 : Mines-Ponts

QC : Guide d'ondes

On considère deux plaques parfaitement conductrices en $x=0$ et $x=a$, et du vide entre les deux plaques :

$x = a$ _____

$x = 0$ _____

On étudie la propagation, entre les plans, du champ électrique : $\vec{E} = E_0(x)e^{i(\omega t - kz)}\vec{e}_y$

- 1) Exprimer $E_0(x)$. On rappelle qu'il y a continuité de la composante tangentielle du champ électrique.
- 2) Déterminer la relation entre k et ω . Le milieu est-il dispersif ? Dans quel type de milieu retrouve-t-on ce type d'équation ?
- 3) Déterminer une relation entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe
- 4) Que retrouve-t-on lorsque $k=0$?

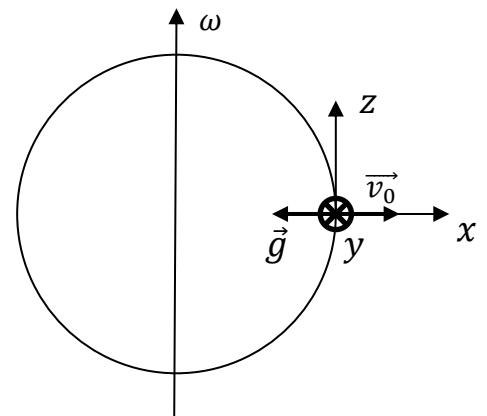
Mécanique Spé :

S2ex5 : Mines-Ponts -

Ex 2 : Boulet de Mersenne

Le problème du boulet de Mersenne est un problème de mécanique classique énoncé par Marin Mersenne en 1634. Il consiste à considérer un boulet de canon lancé verticalement et à imaginer l'endroit où il retombera : dans le fût du canon, à l'est ou à l'ouest de celui-ci, compte tenu de la rotation de la Terre ?

Pour modéliser le problème on considère une particule de masse m à l'équateur. On la lance vers le ciel avec une vitesse initiale v_0 . On note ω la vitesse de rotation de la Terre autour de son axe Nord-Sud. L'axe z pointe vers le Nord, l'axe y vers l'Est et l'axe x vers le zénith. On rappelle que la force d'inertie d'entraînement est incluse dans le poids. On repère la particule par ses coordonnées (x, y, z) .



- 1) Déterminer les équations du mouvement liées à $x(t), y(t), z(t)$.
- 2) Résoudre ce système d'équations dans le cas où on suppose que la durée de l'expérience est négligeable devant la rotation de la Terre. En déduire une approximation de $x(t)$ et $y(t)$.
- 3) Déterminer l'expression de la déviation lorsque la particule retombe au sol.
- 4) A quel temps t_1 la particule a-t-elle atteint le sommet de la parabole lors de son mouvement ? Déterminer l'expression de sa déviation à ce temps t_1 .
Commenter ce résultat par rapport à la déviation totale et à la déviation lors de la phase descendante.

S2ex6 : CCINP - Camion

Un caillou de masse m est modélisé par un point M . Il est posé dans la benne d'un camion. On note f le coefficient de frottement entre le caillou et la benne.

A $t=0$, l'angle entre (Ox_0) et $(O'x)$ qui repère la rotation de la benne est φ_0 .

On note R' le référentiel associé lié au camion et R le référentiel lié à la route de repère (O, x_0, y_0, z_0) .



1. Pendant la phase de démarrage étudiée ici, le camion a une accélération constante $\vec{a}(O')_R = a_0 \vec{e}_{x_0}$. La benne ne bouge pas par rapport au camion.

- Effectuer le bilan des forces sur le caillou dans R' .
- A l'aide des lois de Coulomb, donner une condition sur $\tan(\varphi_0)$ en fonction de g , f et a_0 pour que le caillou soit immobile dans R' .
- Le caillou glisse. Etablir l'équation horaire du mouvement du caillou dans R' .

2. Le camion est immobile. La benne se soulève à la vitesse angulaire ω .

- A $t = 0$, le caillou ne glisse pas. Trouver la relation vérifiée par l'instant t_0 pour lequel le caillou commence à glisser.
- A partir du début du glissement, établir l'équation différentielle du mouvement du caillou.

Optique :

S2ex7 – Centrale 1 – Arolde Nitcheu 2025 – Focométrie

On souhaite déterminer la distance focale d'une lentille divergente.

1) Méthode de BESSEL

Un objet AB et un écran (E) sont maintenus fixes et distants de D. Entre l'objet et l'écran, on déplace une lentille convergente de distance focale image f' à déterminer. Montrer qu'il existe deux positions de la lentille distantes de d pour lesquelles il y a une image nette de l'objet sur l'écran. A quelle condition ? Exprimer f' en fonction de d et D. La lentille peut-elle être divergente ?

2) Méthode de BADAL.

- On utilise deux lentilles convergentes (L_1) et (L_2) distantes de $O_1O_2 > f_2$. Un objet ponctuel A est placé en F_1 (par auto-collimation) et a pour image A'' . Faire une figure. Déterminer la position de A'' .
- On intercale une lentille divergente (L_3) dont on veut mesurer la distance focale telle que $O_3 = F_2$. L'objet A est toujours en F_1 et l'image finale est décalée d'une distance δ . Faire une figure et déterminer une méthode de mesure de f_3 .

3) Statistiques sur une série de mesures...

S2ex8 : Mines-Télécom

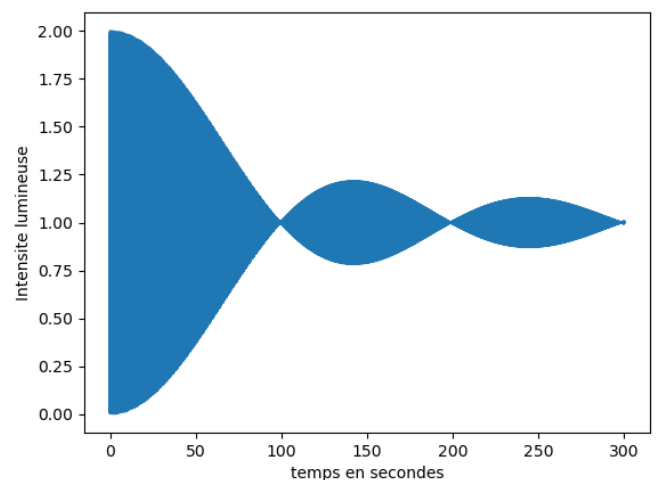
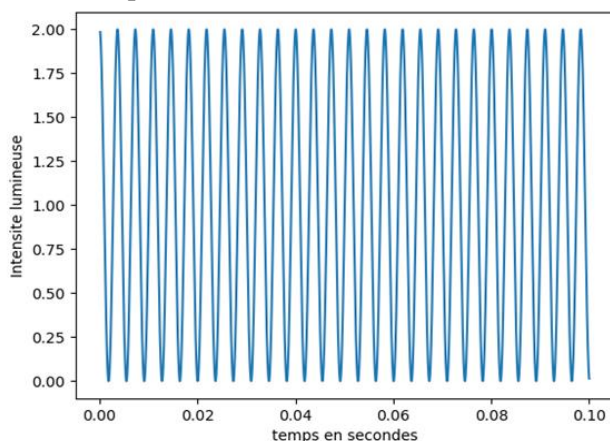
Ex 2 : Trous d'Young

Une source S éclaire un dispositif de trous d'Young séparés d'une distance a.

Les deux trous s'éloignent à la vitesse $V_0 = 0,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et à l'instant initial a est presque nulle.

La source est quasi-monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 546 \text{ nm}$ (raie verte d'une lampe spectrale au mercure) et de largeur spectrale $\Delta\lambda$.

On place un détecteur quasi-ponctuel sur un écran à la distance $D = 2 \text{ m}$ des trous d'Young en un point M de coordonnée $x = 3 \text{ mm}$ (distance à l'axe optique du système). On enregistre alors au cours du temps les courbes ci-dessous :



Déterminer la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la source.

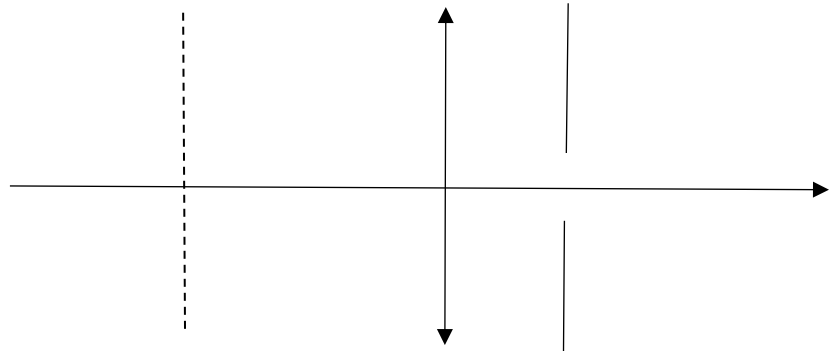
S2ex9 : Mines-Ponts – Vincent Capellano 2023

« QC » : Réseau

On considère un réseau par transmission de pas $a = 6 \mu\text{m}$. Le réseau est perpendiculaire à l'axe (Ox). On l'éclaire par une onde plane sous l'angle d'incidence i_0 et l'observation se fait dans le plan focal image d'une lentille convergente.

- 1) La source est monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$.
 - a) On souhaite observer le maximum d'ordre 2 dans la direction de l'axe (Ox). Etablir la relation reliant i , i_0 , a et λ_0 .
 - b) Combien de maxima peut-on observer dans la direction de l'axe (Ox) lorsqu'on fait varier l'angle d'incidence ?
- 2) On éclaire désormais le réseau avec une lampe blanche. L'angle d'incidence est l'angle i_0 de la question (1.a). On observe le maximum d'ordre 2 de longueur d'onde λ dans une direction i .
 - a) Déterminer la relation reliant i , λ_0 , λ et a .
 - b) Exprimer $\left| \frac{di}{d\lambda} \right|$.
 - c) On place un diaphragme de largeur b autour du foyer image de la lentille d'observation. Exprimer la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la lumière pouvant passer par le diaphragme.
 - d) Quel est l'effet du choix d'une plus grande distance focale f ?

Schéma donné à la fin du sujet sans aucune notation :



S2ex10 : CCINP

Exercice 1 (8 points) : Michelson

On considère un Michelson en lame d'air d'épaisseur $e = 6,5 \text{ mm}$, et une lampe spectrale émettant une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 650 \text{ nm}$.

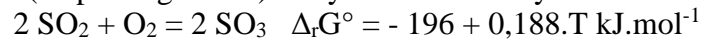
- 1) Dessiner le dispositif et établir la formule de la différence de marche en fonction de e et de l'angle d'incidence i .
- 2) On suppose que le centre de la figure est brillant. Calculer les rayons angulaires des 3 premiers anneaux d'interférences.

Chimie :

S2ex11 : CCINP

Synthèse du trioxyde de soufre

On étudie la réaction (en phase gazeuse) de synthèse du trioxyde de soufre :



- 1) Donner les valeurs de $\Delta_r H^\circ$ et $\Delta_r S^\circ$ dans l'approximation d'Ellingham. Commenter les signes.
- 2) Comment évolue la réaction lors d'une augmentation isobare de la température ?
- 3) Au départ on mélange n moles de SO_2 , n moles de O_2 et 4n moles de N_2 . On se place à une température T telle que la constante d'équilibre soit $K^\circ = 8,1 \cdot 10^3$ (entre 450°C et 500°C). Calculer la pression telle que le rendement soit de 90%.
- 4) Quelle est la valeur du rendement pour P = 1 bar à la même température ?

S2ex12 : Centrale Physique 1 MP

Le charbon

Le but de cet exercice est d'étudier la combustion du charbon afin, par exemple, de produire de l'électricité.

1. Écrire la réaction de combustion du charbon et calculer son enthalpie standard $\Delta_r H^\circ$ (à 298 K).
2. De l'air à 500°C entre dans un four à même température et réagit sur du charbon en excès. Estimer la température des gaz sortant après réaction.
3. La réaction permet-elle de chauffer aussi l'air rentrant (de 25°C à 500°C) ?
4. Quelle quantité de charbon faut-il alors brûler dans la centrale au charbon pour produire 1 kW·h ?

Quelques données utiles à 298 K :

- $\Delta_f H^\circ(\text{CO}_2(\text{g})) = -393,5 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- $C_p^\circ(\text{Gaz Parfait Diatomique}) = 32 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
- $C_p^\circ(\text{CO}_2(\text{g})) = 51 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

Réponses :

S2ex1 : CCINP – Romain Weulersse 2023- Champ de gravitation et détection d'une grotte

- 1) Si $r > R_T$, $\vec{g} = -\frac{GM_T}{r^2} \vec{u}_r$ Si $r < R_T$, $\vec{g} = -\frac{4\pi\rho_T G}{3} r \vec{u}_r$
- 2) a) Dans la cavité, $\vec{g} = -\frac{4\pi\rho_T G}{3} \vec{OC}$ avec O le centre de la Terre b) $\frac{\delta g}{g} = \frac{a^3}{h^2 R_T}$
- 3) Détection possible si $\frac{\delta g}{g} \geq 2 \frac{\delta T}{T} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \delta T \approx 1,0 \cdot 10^{-3}$ avec $\frac{\delta g}{g} = \frac{a^3}{h^2 R_T} \approx 3 \cdot 10^{-5}$ donc cavité non détectable

S2ex2 : Centrale 1 – Vincent Capellano 2023- Particule chargée dans un solénoïde

- 4) $\vec{F} = qE\vec{u}_\theta$ avec $E = -\frac{R}{2r} \frac{dB}{dt}$ Attention à l'intégration et au signe !
Choisir R, N, L ($n=N/L$) et I, $B \approx 3 \cdot 10^{-3} T$, $v_{\text{electron}} \approx 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_{\text{proton}} \approx 10^4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

S2ex3 : CCINP - Benjamin Cordebar - Miroir sans tain

- $\lambda_0 \in [0.4 \mu m, 0.8 \mu m]$, $\omega \in [2.5. 10^{15} rads^{-1}, 4.7. 10^{15} rads^{-1}]$
- AN : $\omega\tau > 20 \gg 1$ d'où $\vec{j} \approx \frac{\sigma_0}{i\omega\tau} \vec{E}$
- $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\mu_0\sigma_0}{\tau}$
- $\underline{k} \approx \pm i\alpha$ avec $\alpha = \sqrt{\frac{\mu_0 n e^2}{m_e}}$
- $I(x) = \langle E^2(x,t) \rangle_t = \frac{E_0^2}{5} e^{-2\alpha x}$ donc $I(\delta) = \frac{I(0)}{2}$ pour $\delta = \frac{\ln(2)}{2\alpha} = 4.3. 10^{-9} m$

S2ex4 : Mines-Ponts - Guide d'ondes

- $E_0(x) = B. \sin\left(n \frac{\pi}{a} x\right)$, $n \in \mathbb{N}$
- $\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 = n^2 \frac{\pi^2}{a^2}$, $n \in \mathbb{N}$
- $v_\varphi v_g = c^2$
- Si $k=0$ on trouve une solution stationnaire.

S2ex5 : Mines-Ponts - Boulet de Mersenne

- $\ddot{x} = -g + 2\omega\dot{y}$ $\ddot{y} = -2\omega\dot{x}$ $\ddot{z} = 0$
- $x \approx -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$ $y \approx +\frac{1}{3}\omega g t^3 - \omega v_0 t^2$
- Déviaton vers l'ouest: $y(t_2) = -\frac{4}{3} \frac{\omega v_0^3}{g^2}$
- $t_1 = \frac{v_0}{g}$, $y(t_1) = -\frac{2}{3} \frac{\omega v_0^3}{g^2}$

S2ex6 : CCINP – Camion

- Poids du caillou, réactions normales \vec{N} et tangentielles \vec{T} de la benne, force d'inertie d'entrainement $\vec{F}_{ie} = -m a_0 \vec{e}_{x0}$
 - $\tan(\varphi_0) < \frac{f g - a_0}{g + f a_0}$
 - $x(t) = -\frac{1}{2}[(g + f a_0). \sin(\varphi_0) + (a_0 - f g). \cos(\varphi_0)]t^2 + c t e$
- Dans le référentiel R'' lié à la benne, actions mécaniques sur le caillou M: Poids du caillou, réactions normales \vec{N} et tangentielles \vec{T} de la benne, force d'inertie d'entrainement $\vec{F}_{ie} = +m\omega^2 \vec{HM}$, force d'inertie de Coriolis $\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_{R''}(M)$
 - $g. \sin(\omega_0 t + \varphi_0) - \omega^2 x_M = f g. \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$
 - $\ddot{x} - 2f\omega\dot{x} - \omega^2 x = f g. \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - g. \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

S2ex7 – Centrale 1 – Arolde Nitcheu 2025 – Focométrie

- Si $D > 4f$, $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$. Impossible pour une lentille divergente.
- (a) A'' est en F'_2 (b) $f'_3 = -\frac{f'^2}{\delta}$

S2ex8 : Mines-Télécom – Jean-Baptiste Attié - Trous d'Young

Critère semi-quantitatif de brouillage des interférences : $\Delta p \geq 1/2$ où Δp est évalué sur la moitié de la largeur spectrale de la source.
 Pour $t_1 = 100$ s, $\Delta p = \frac{1}{2}$ d'où $\Delta\lambda = \frac{D\lambda^2}{xv_0 t_1} = 2. 10^{-11} m$ C'est la largeur de la raie verte du mercure.

S2ex9 : Mines-Ponts 2023 – Vincent Capellano – Réseau

- $\sin(i_0) = -2 \frac{\lambda_0}{a}$ On peut voir 21 maxima
- $\sin(i) = -2 \frac{(\lambda - \lambda_0)}{a}$
 - $\left| \frac{di}{d\lambda} \right| = \frac{2}{a \cos(i)}$
 - $\Delta\lambda \approx \frac{a.b}{2.f'}$
 - Pour une plus grande distance focale la largeur spectrale sélectionnée diminue

S2ex10 : CCINP – Michelson

- Cours. $\delta = 2e. \cos(i)$
- Cours. Dans les conditions de Gauss, $i_n \approx \sqrt{\frac{\lambda}{e}} n$

AN : $i_1 \approx 1.0. 10^{-2} rad$; $i_2 \approx 1.4. 10^{-2} rad$; $i_3 \approx 1.7. 10^{-2} rad$.

S2ex11 : CCINP - Synthèse du trioxyde de soufre

- Synthèse favorisée par les basses températures (à démontrer).
- Pour un rendement $r = 0,9$, $P_{eq} = \frac{p^o}{K^o} \frac{r^2(6-\frac{r}{2})}{(1-r)^2(1-\frac{r}{2})} = 0,1 bar$
- Pour $P = 1 bar$, $r > 0,9$ donc $x = 1 - r \ll 1$ alors $K^o \approx \frac{6-0,5}{x^2(1-0,5)}$ d'où $x \approx 0,04$ et $r \approx 0,96$

S2ex12 : Centrale 1 - Le charbon

- $C_{(s)} + O_{2(g)} = CO_{2(g)}$ $\Delta_r H^o(298 K) = -393,5 kJ.mol^{-1}$.
- C'est un calcul de température de flamme : $T_f = T_i - \frac{\Delta_r H^o}{[4c_p^o(N_2) + c_p^o(CO_2)]} = 2700^\circ C$
- Comparons l'énergie ΔH_{chauff} nécessaire pour chauffer les 5n moles d'air rentrant (de 25°C à 500°C) à l'énergie ΔH_{comb} dégagée par la réaction : $\frac{\Delta H_{comb}}{\Delta H_{chauff}} = \frac{n\Delta_r H^o}{5nc_p^o(GP diatomique)(T_i - T_0)} = 5,2$ donc on peut sans problème prélever l'énergie nécessaire pour chauffer l'air et le reste pourra servir à chauffer de l'eau pour produire de l'électricité.
- Pour chauffer l'air de 25°C à 500°C puis produire $Q_p = 1 kWh = 3,6. 10^6 J$, il faut brûler la quantité de charbon :
 $n_c = \frac{-Q_p}{\Delta_r H^o - 5c_p^o(GP diatomique)(T_i - T_0)} = 11,3 mol$