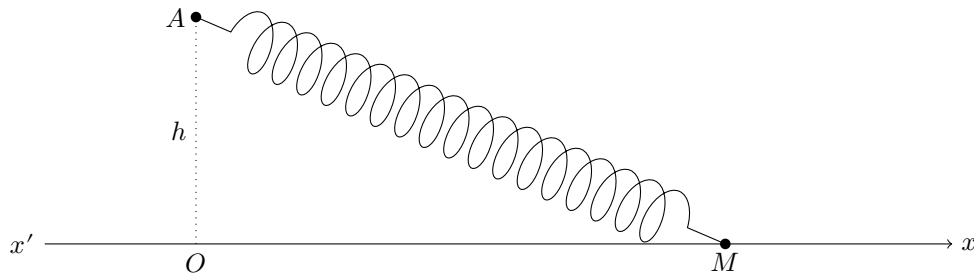


Modèle pour un alliage métallique

1. Dans un cristal métallique à structure cubique à faces centrées, on peut former un *alliage d'insertion* lorsqu'un atome **A** peut occuper un des sites tétraédriques de la structure. Ce type d'alliage se rencontre notamment dans le cas de carbures (TiC , ZrC) ou d'hydrures (de platine par exemple).

Représenter sur un schéma la formation d'un tel alliage. Pourquoi observe-t-on un alliage de ce type lorsque l'atome inséré (carbone, hydrogène) est de rayon assez faible ?

2. Un atome ainsi inséré peut osciller entre deux sites d'insertion adjacents, d'abscisses $x = \pm x_0$; on n'étudie dans la suite que des oscillations le long de l'axe x et on note m la masse de l'atome oscillant. On cherche à modéliser une telle situation au moyen du dispositif mécanique très simple suivant : un mobile M de masse m est astreint à se déplacer le long de l'axe horizontal ($x'x$), sous l'action d'un ressort élastique de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 ; ce ressort est fixé à un point d'attache A dont on peut régler la distance h à l'axe du mouvement.



Justifier l'analogie avec les oscillations dans un alliage d'insertion, au moins si h est assez faible (préciser).

3. Les solutions des équations du mouvement peuvent être observées numériquement au moyen du script Python associé, pour des conditions initiales $x_0 = x(0)$ et $v_0 = \dot{x}(0)$, où x est l'abscisse de M avec pour origine O le projeté orthogonal de A sur l'axe du mouvement. Observer le résultat de la simulation proposée. On pourra

- pour les valeurs initialement proposées faire d'abord varier x_0 (réglable en m) entre 45 cm et 90 cm ;
- étudier l'influence de la valeur de h (réglable en m), sur la nature du mouvement ;
- étudier l'influence du paramètre ν (réglable en s^{-1}) sur la nature du mouvement ;

et d'une manière générale utiliser la simulation autant que nécessaire, pour répondre notamment aux questions suivantes.

- La position $x = 0$ est-elle une position d'équilibre ? Est-elle stable ?
 - Les oscillations du mobile sont-elles périodiques ? sont-elles harmoniques ?
4. a. Déterminer l'équation différentielle du *premier ordre* qui régit le mouvement, en l'absence de tout frottement.
- b. Vérifier la conformité des résultats du calcul mené avec les valeurs numériques issues de la simulation.
- c. Comment évolue la pseudo-pulsation ω des petits mouvements autour de l'équilibre stable en fonction du paramètre $\alpha = \ell_0/h$?

Il sera accordé une grande importance aux qualités d'exposition. Le candidat est invité, dès le début de son passage au tableau, à présenter le sujet préparé de manière ordonnée et argumentée.