

Semaine 2 du 2/06/25 au 6/06/25

Révisions : mécanique Spé + optique + électromagnétisme + thermochimie

Mécanique Spé :

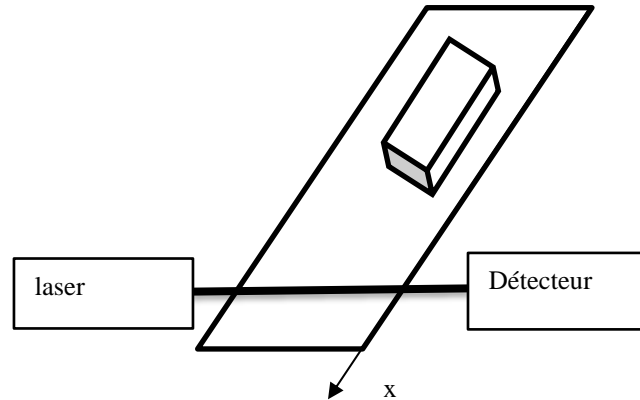
S2ex1 : Centrale Physique-Chimie 1 2024 – Mathieu Gautherot – Mesure d'un coefficient de frottement

On pose sans vitesse initiale un parallélépipède rectangle de masse m , de section carrée de côté $l = 6 \text{ cm}$ et de longueur $L = 12 \text{ cm}$ sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport à l'horizontale. On note μ le coefficient de frottement (statique et dynamique) entre le système et le support. On détecte le passage du système par un laser et un capteur placés comme sur le schéma ci-contre :

Le capteur mesure le signal :

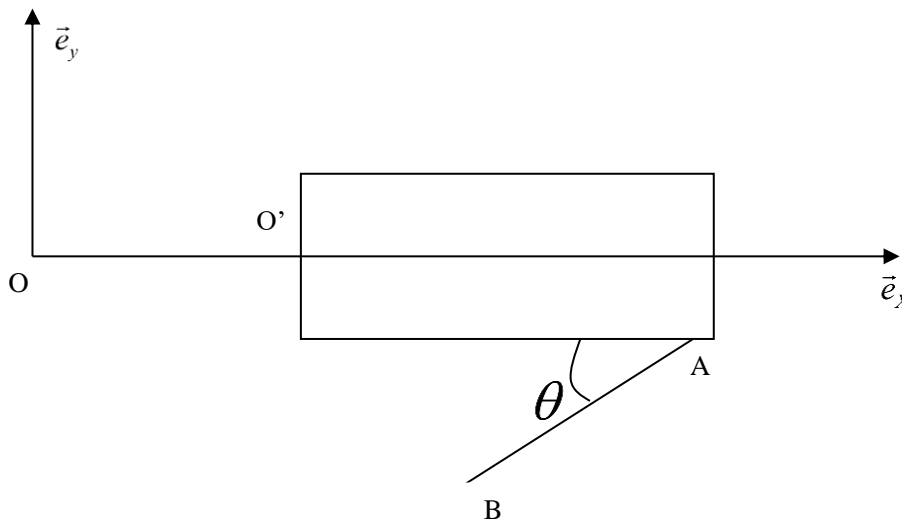
$$P(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0,7s < t < 1s \\ 3 \text{ W ailleurs} \end{cases}$$

- 1) Définir la vitesse de glissement et énoncer les lois de Coulomb.
- 2) Etablir la condition de glissement. Dans le cas où il y a glissement, établir l'expression de la position x du parallélépipède et de sa vitesse v_x en fonction du temps.
- 3) Déterminer le coefficient de frottement μ .



S2ex2 : Mines-Ponts MP 2024 – Floran Hemmer – Portière de voiture

On considère une voiture en accélération rectiligne uniforme ($\vec{a} = a_0 \vec{e}_x$ avec $a_0 > 0$), dont la portière est restée ouverte. On note P la portière et Δ l'axe vertical (suivant \vec{e}_z) de rotation de la portière. La liaison pivot entre la portière et la voiture est parfaite. Le moment d'inertie de P par rapport à Δ est $J = \frac{4}{3} ml^2$ où m est la masse de P et $2l$ sa longueur AB . A $t=0$, $\theta(0) = \pi/2$ et la voiture démarre.



$R = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ est le référentiel du laboratoire, $R' = (O', \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ le référentiel lié à la voiture.

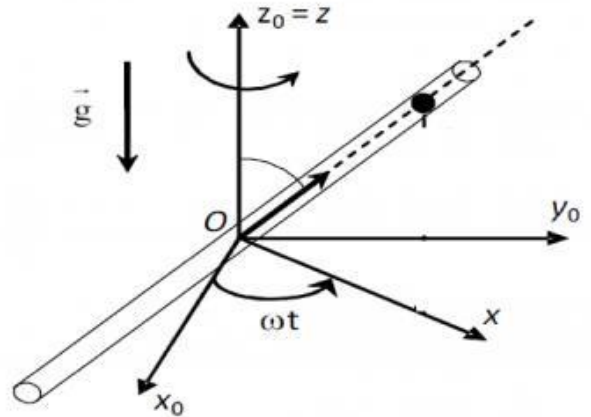
- 1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ .
- 2) Exprimer la vitesse angulaire de la portière au moment où elle se ferme.
- 3) Calculer l'instant t_f auquel la portière se referme.

AN : $a_0 = 2,5 \text{ m.s}^{-2}$ et $l = 40 \text{ cm}$. On donne $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{\cos(x)}} = 2,62$.

S2ex3 : CCINP MP (exercice 1)

On considère un tube vide de longueur $2L$ en rotation autour d'un axe fixe (Oz) à la vitesse angulaire constante ω par rapport à un référentiel R galiléen. Le tube fait un angle θ constant avec (Oz). On note R' le référentiel lié au tube.

On place une bille dans le tube. A $t=0$, on note v_0 et r_0 respectivement la vitesse initiale et la distance à l'origine initiale de la bille. On suppose que la bille glisse sans frottement dans le tube.

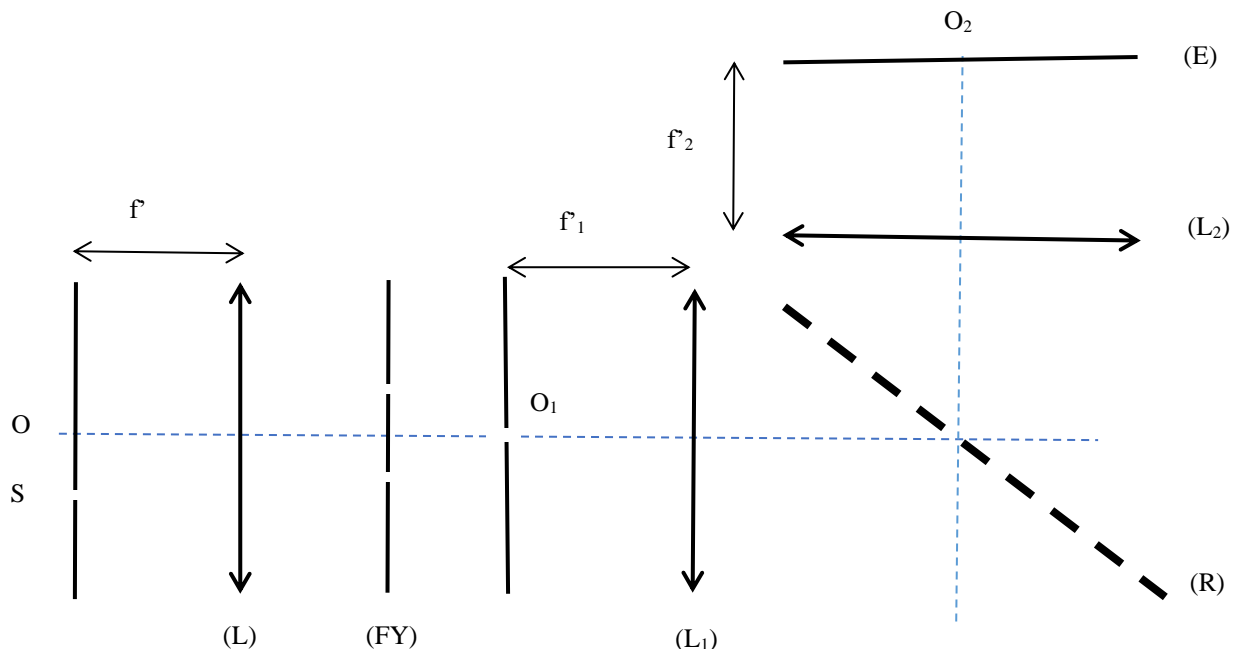


- 1) a) Effectuer un bilan des forces s'exerçant sur la bille.
- 1) b) En déduire une équation différentielle en $r(t)$ avec r la distance à l'origine O et la résoudre pour $v_0=0$.
- 2) Quand la bille tombe-t-elle du tube ? De quel côté ?

Optique

S2ex4 : Mines-Ponts 2022 - François Deleu – Interférences (ex1)

On étudie le dispositif interférentiel dessiné ci-dessous. Il est éclairé par une source de lumière blanche placée en S dans le plan focal objet de la lentille (L). L'observation se fait sur le plan de l'écran (E) placé dans le plan focal image de la lentille (L_2). (FY) est percé de deux fentes d'Young distantes de $a = 200 \mu\text{m}$. (R) est un réseau dont le nombre de traits par millimètre est noté n . On prendra $f' = f'_1 = f'_2 = 20 \text{ cm}$.



- 1) Expliquer à quoi servent les lentilles (L_1) et (L_2) et justifier leur emplacement. Pourquoi la lumière en O_2 est-t-elle quasiment monochromatique ?
- 2) Quel doit être le nombre de traits par millimètre n du réseau (R) afin qu'on observe l'ordre 2 de la composante $\lambda = 735 \text{ nm}$ de la lumière blanche en O_2 ?
- 3) La distance \overline{OS} est réglable. Justifier que cela permet de contrôler l'intensité lumineuse en O_2 . Dans l'hypothèse $OS \ll f'$, pour quelles valeurs de \overline{OS} cette intensité est-t-elle la plus grande ou la plus faible ?

Remarques : Il a fallu redémontrer la formule des réseaux et la différence de marche des fentes d'Young.

S2ex5 : Mines-Ponts 2024 – Floran Hemmer Michelson en coin d'air

On considère un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air.

On observe la figure sur un écran situé à une distance $d = 80$ cm des miroirs après une lentille mince de distance focale $f' = 20$ cm.

A l'aide de la figure d'interférences, on veut fabriquer un réseau de $n = 400$ traits/mm.

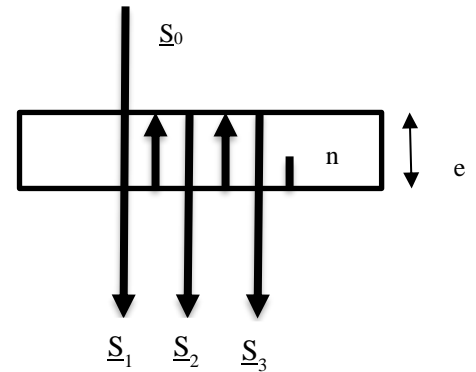
- 1) Faire un schéma du dispositif.
- 2) Déterminer l'angle entre les miroirs.

S2ex6 : Centrale Physique-Chimie 1 - Filtre interférentiel

Ce filtre est constitué d'une lame à faces parallèles d'indice n et d'épaisseur e . On l'éclaire sous incidence normale par une onde monochromatique de longueur d'onde λ et d'amplitude complexe \underline{S}_0 . On note r le coefficient de réflexion en amplitude, t_{1n} le coefficient de transmission en amplitude de l'air vers la lame et t_{n1} de la lame vers l'air.

On pose $R = r^2$ et on admet que $t_{1n} t_{n1} = 1 - R$.

On suppose que $R = 0,95$.



- 1) Donner l'amplitude complexe de chaque faisceau transmis en fonction de \underline{S}_1 , R et $\Phi = \frac{4\pi}{\lambda} ne$.
- 2) Montrer que l'intensité lumineuse à l'infini peut se mettre sous la forme $I(\Phi) = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2(\frac{\Phi}{2})}$
- 3) Représenter l'intensité I en fonction de ϕ .
- 4) Trouver les valeurs de ϕ autour du pic $\phi = 0$ pour lesquelles $I(\phi) = I_0/2$. En déduire la largeur à mi-hauteur des pics.
- 5) Calculer la longueur d'onde transmise dans le visible λ_0 et la largeur spectrale $\Delta\lambda$ pour une lame de cryolite d'indice $n = 1,365$ et d'épaisseur $e = 0,250 \mu\text{m}$.
- 6) ...

Electromagnétisme :

S2ex7 : Mines-Télécom (sans préparation) Ex1 - Electrostatique

On considère une boule chargée de rayon R et de centre C en volume avec une densité volumique de charges uniforme $\rho > 0$ uniforme.

- 1) Exprimer la charge totale Q de la boule.
- 2) Déterminer le champ électrique \vec{E} en tout point de l'espace.
- 3) AN : calculer la norme de ce champ pour $r = R = 3 \cdot 10^{-15} \text{m}$ et $Q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$.
- 4) Tracer $\|\vec{E}\|$ en fonction de r .
- 5) Déterminer le potentiel électrostatique en tout point de l'espace.
- 6) On ajoute une cavité de rayon a au centre de la boule de telle sorte que le champ électrique dans la cavité soit nul. Quelle est la charge à l'intérieur de la cavité ? Exprimer le champ électrique total.

S2ex8 : Mines-Ponts 2023 Béos Ex 2 sans préparation – Vitesse d'un aimant

Un aimant de moment dipolaire $\vec{M} = m\vec{e}_z$ se déplace à la vitesse constante v_0 selon l'axe Oz.
On place une spire circulaire de rayon a et d'axe Oz telle que l'aimant se dirige vers le centre de la spire.
Une courte section de la spire est coupée, et on y branche un voltmètre qui mesure une tension U_{AB} .

- 1) Exprimer U_{AB}
- 2) Peut-on déterminer v_0 grâce à la mesure de U_{AB} ?

Données : Le champ magnétique créé par un dipôle magnétique de moment dipolaire \vec{M} placé à l'origine du repère, au point de coordonnées (r, θ, ϕ) en coordonnées sphériques :

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2M \cos\theta}{r^3}$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M \sin\theta}{r^3}$$

$$B_\phi = 0$$

S2ex9 : Mines-Pont 2022 – HM Moreau – Effet Joule dans un fil conducteur

On considère un fil conducteur cylindrique de rayon R et d'axe (Oz), de conductivité γ , et parcouru par un courant de densité volumique uniforme $\vec{j}_0 = j_{0m} \cos(\omega t) \vec{u}_z$. On se place dans l'ARQS.

- 1) Etablir le champ magnétique \vec{B}_1 à l'intérieur du fil.
- 2) Etablir la composante non uniforme du champ électrique dans le fil, notée $\vec{E}_2 = E_2(M, t) \vec{u}_z$.
- 3) Etablir alors la densité volumique totale de courant puis la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans une portion de fil de longueur L .
- 4) ...

S2ex10 : Centrale 1 2024 – Eloi Kaeser – Téléphone portable

Un téléphone portable, placé en $x = 0$, reçoit des ondes à la fréquence $f_0 = 860$ MHz.

Le champ de l'onde émise par la station de base est de la forme : $\vec{E}_1 = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{e}_z$.

Un immeuble situé en $x = L$ réfléchit l'onde sans l'atténuer et sans modifier sa polarisation. Ainsi le

coefficient de réflexion en amplitude est $\underline{r} = \frac{\vec{E}_r(x=L, t) \cdot \vec{e}_z}{\vec{E}_i(x=L, t) \cdot \vec{e}_z} = e^{i\varphi}$.

On admet que la puissance P reçue par le téléphone portable est proportionnelle à la valeur moyenne dans le temps du carré du champ électrique.

On considère qu'il y a rupture de communication lorsque la puissance captée par le téléphone est égale au dixième de la moyenne spatiale de la puissance électromagnétique émise par la station de base.

- 1) Ecrire, pour $x \in [0, L]$, le champ électrique de l'onde totale captée par le téléphone et caractériser cette onde.
- 2) L'utilisateur du téléphone se déplace à une vitesse v constante en direction de l'immeuble. Exprimer l'intervalle de temps pendant lequel la communication est coupée. Faire l'application numérique pour $v = 4 \text{ km.h}^{-1}$ puis $v = 40 \text{ km.h}^{-1}$. Comparer avec le temps moyen de réponse de l'oreille humaine (de l'ordre de 0,1 s).
- 3) L'utilisateur est maintenant immobile au point le plus proche de l'immeuble où l'onde totale est nulle. Donner la variation de fréquence minimale qui permettrait de rétablir la communication.

S2ex11 : CCINP 2022 – Alicia Thomas – Onde électromagnétique dans une cavité

On considère une cavité vide entourée de conducteurs parfaits :
$$\begin{cases} 0 < x < a \\ 0 < y < b \\ 0 < z < d \end{cases}$$

Dans cette cavité règne le champ électrique $\vec{E} = E_m \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{-j\omega t} \vec{u}_z$

- 1) Quelle doit-être l'expression de la pulsation ω pour que ce champ puisse exister dans la cavité ?
- 2) Calculer le champ magnétique associé dans la cavité.
- 3) Calculer la valeur moyenne de la densité volumique d'énergie électromagnétique associée.

Thermochimie :

S2ex12: Centrale TSI Physique-Chimie 1

On considère la réaction de synthèse du méthanol : $\text{CO}_{(g)} + 2\text{H}_{2(g)} = \text{CH}_3\text{OH}_{(g)}$.

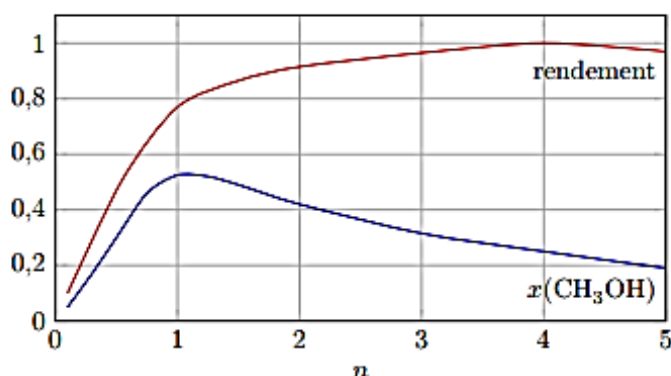
On donne la constante d'équilibre de la réaction à 573 K : $K^\circ(573 \text{ K}) = 2,5 \times 10^{-3}$.

On définit le rendement ρ de la réaction par : $\rho = \frac{\xi_{\text{final}}}{\xi_{\text{max}}}$, où ξ désigne l'avancement de la réaction.

1. Calculer l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H^\circ$ de la synthèse du méthanol. Commenter.
2. On désire obtenir, à l'équilibre, à $T = 573 \text{ K}$, en partant des proportions stœchiométriques en CO et H_2 , un rendement en méthanol égal à 70%. Quelle pression doit-on imposer ? Commenter.
3. En opérant à $P = 200 \text{ bar}$, dans les proportions stœchiométriques, quelle doit être la température T pour que le rendement en méthanol gazeux à l'équilibre soit égal à 70% ? Commenter.

En opérant à $P = 200 \text{ bar}$ et $T = 573 \text{ K}$, on fait réagir n moles de dioxyde de carbone avec 2 moles de dihydrogène, n variant entre 0,1 mol et 5 mol. H_2 étant le réactif le plus cher, on le prend comme référence pour définir le rendement de la réaction. On trace les variations du rendement de la réaction et de la fraction molaire en du mélange réactionnel à l'équilibre en fonction de n .

méthanol



4. Expliquer comment on peut obtenir ces courbes par le calcul.
5. Quelle valeur de n vous semble optimale ? Commenter.

Données

Loi de Van't Hoff : $\frac{d(\ln k^\circ)}{dT} = \frac{\Delta_r H^\circ}{RT^2}$

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

	$\text{CO}_{2(g)}$	$\text{H}_{2(g)}$	$\text{CH}_3\text{OH}_{(g)}$	$\text{CO}_{(g)}$
$\Delta_f H^\circ$ (kJ·mol ⁻¹)	-395,5	?	-201,5	-110,5

Réponses :

S2ex1 : Centrale Physique-Chimie 1 2024 – Mathieu Gautherot – Mesure d'un coefficient de frottement

- 1) Cours !
- 2) Il y a glissement si $\mu \leq \tan(\alpha)$. Alors $x(t) = \frac{1}{2}g(\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha))t^2$
- 3) $\mu = \tan(\alpha) - \frac{2L}{g(t_2^2 - t_1^2) \cos(\alpha)} = 0,3$

S2ex2 : Mines-Ponts 2024 MP – Floran Hemmer – Portière de voiture

- 1) Appliquer le TMC dans le référentiel non galiléen lié à la voiture, on obtient $\ddot{\theta} + \frac{3a_0}{4l} \sin(\theta) = 0$.
- 2) $\dot{\theta}(\theta = 0) = -\sqrt{\frac{3a_0}{2l}}$
- 3) $t_f = \sqrt{\frac{2l}{3a_0}} \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{\cos(x)}} = 0,86 \text{ s}$

S2ex3 : CCINP MP Bille dans un tube

- 1) $b) \ddot{r} - \omega^2 \sin^2(\theta) r = -g \cos(\theta)$ $r(t) = r_1 + (r_0 - r_1) \text{ch}(\omega \sin(\theta) t)$ avec $r_1 = \frac{g \cos(\theta)}{\omega^2 \sin^2(\theta)}$
- 2) Si $r_0 > r_1$, la bille monte et $t_{\text{chute}} = \frac{1}{\omega \sin \theta} \text{argch} \left(\frac{L - r_1}{r_0 - r_1} \right)$; Si $r_0 < r_1$, la bille tombe et $t_{\text{chute}} = \frac{1}{\omega \sin \theta} \text{argch} \left(\frac{L + r_1}{r_1 - r_0} \right)$

S2ex4 : Mines-Ponts 2022 - François Deleu – Fentes d'Young et réseau

- 1) Les lentilles servent à éclairer les réseaux en lumière parallèle. L'observation en un point est quasi-monochromatique s'il n'y a pas superposition des ordres du réseau dans le visible. Ce n'est en général pas le cas pour les ordres faibles.
- 2) On applique la formule des réseaux (à redémontrer) dans l'ordre 2 avec $i_0 = \pi/4$ et $i_2 = \pi/4$. $n = \frac{\sqrt{2}}{2\lambda} = 962 \text{ traits/mm}$.
- 3) $I(O_1, \lambda) = 2I_0(\lambda) \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} a \frac{\overline{OS}}{f'} \right) \right]$ si $OS \ll f'$.
 Intensité maximale si $\overline{OS} = k f' \frac{\lambda}{a} = k \cdot 0,735 \text{ mm}$, $k \in \mathbb{Z}$
 Intensité nulle si $\overline{OS} = (k + \frac{1}{2}) f' \frac{\lambda}{a} = 0,368 k \cdot 0,735 \text{ mm}$, $k \in \mathbb{Z}$

S2ex5: Mines-Ponts 2024 – Floran Hemmer - Michelson en coin d'air

- 1) Voir cours
- 2) $\alpha = \frac{\gamma \lambda n}{2} = 0,128 \text{ rad} = 7,3^\circ$ pour $\lambda = 633 \text{ nm}$

S2ex6 : Centrale Physique-Chimie 1 Filtre interférentiel

- 1) $S_p = \underline{S}_1 R^{p-1} e^{i\phi(p-1)}$ 2) $I(\phi) = \frac{1}{2} \underline{S} \cdot \underline{S}^*$ avec l'amplitude totale $\underline{S} = \sum_{p=1}^{\infty} \underline{S}_p = \underline{S}_1 \frac{1}{1 - R e^{i\phi}}$
- 3) $\phi = \mp \frac{1-R}{\sqrt{R}} d'$ où $\Delta\phi = 2 \frac{1-R}{\sqrt{R}} = 0,10 \text{ rad}$
- 4) Maxima transmis en $\phi = \frac{2\pi n e}{k}$ avec k entier. Seule raie visible pour $\lambda_0 = 682,5 \text{ nm}$ (rouge) et $\Delta\lambda = \lambda_0 \frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} = 11,2 \text{ nm}$

S2ex7 : Mines-Télécom Electrostatique

- 1) $Q = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$
- 2) Si $r \geq R$, $\vec{E} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$ Si $r \leq R$, $\vec{E} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \vec{u}_r$
- 3) $E(R) = 1,4 \cdot 10^{20} \text{ V.m}^{-1}$
- 5) Si $r \geq R$, $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ Si $r \leq R$, $V(r) = -\frac{\rho}{6\epsilon_0} (r^2 - R^2) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$
- 6) Si $r \leq a$, $\vec{E} = \vec{0}$, Si $a \leq r \leq R$, $\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(r - \frac{a^3}{r^2} \right) \vec{u}_r$ Si $r \geq R$, $\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3 - a^3}{r^2} \vec{u}_r$

S2ex8 : Mines-Ponts 2023 Béos Ex 2 sans préparation – Vitesse d'un aimant

- 1) Flux du champ magnétique de l'aimant à travers une calotte sphérique s'appuyant sur la spire : $\phi = \frac{\mu_0 M a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$ avec z la distance de l'aimant à la spire. Par la loi de Faraday, $U_{AB} = \frac{3\mu_0 M a^2 V_0 z}{(a^2 + z^2)^{5/2}}$.
- 2) Proposer un protocole et discuter de sa pertinence et de la difficulté de mesure des grandeurs annexes.

S2ex9 : Mines-Pont 2022 – H.M. Moreau – Effet Joule dans un fil conducteur

- 1) $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 j_{0m}}{2} r \cos(\omega t) \vec{u}_\theta$
- 2) $\vec{E}_2(M, t) = -\frac{\mu_0 j_{0m}}{4} \omega r^2 \sin(\omega t) \vec{u}_z$.
- 3) $\vec{J}_{total} = [j_{0m} \cos(\omega t) - \gamma \frac{\mu_0 j_{0m}}{4} \omega r^2 \sin(\omega t)] \vec{u}_z$.
 $P_{Joule\ moyenne} = \frac{L \pi R^2 j_{0m}^2}{2\gamma} \left[1 + \frac{\gamma^2 \mu_0^2 \omega^2 R^4}{48} \right]$

S2ex10 : Centrale 1 2024 – Eloi Kaeser – Téléphone portable

- 1) Champ électrique total $\vec{E} = 2E_0 \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2} - kL\right) \cos(kx + \frac{\varphi}{2} - kL) \vec{e}_z$. C'est une onde stationnaire plane monochromatique.
- 2) $P_i = \frac{K}{2} E_0^2 = 10 P_{seuil}$ et $P_{tot} = 2K E_0^2 \cos^2(kx + \varphi - kL)$
 Il y a coupure si $|\cos(kx + \varphi - kL)| < \frac{1}{\sqrt{40}}$ avec $x=vt$ d'où la durée de la coupure $\Delta t = \frac{\lambda}{v} \left[\frac{\pi}{2} - \text{Arccos}\left(\frac{1}{\sqrt{40}}\right) \right]$
 AN : Pour $v = 4 \text{ km/h}$ $\Delta t = 0,016 \text{ s}$ et Pour $v = 40 \text{ km/h}$ $\Delta t = 0,0016 \text{ s}$ donc l'oreille n'entend pas la coupure ni en voiture ni à pieds.
- 3) Il y a rétablissement si $\Delta f \geq \frac{c}{2\pi\sqrt{40}(L-x_{proche})}$ où x_{proche} est le point le plus proche de l'immeuble où le champ total est nul, qui dépend du déphasage φ non donné. Pour $\varphi = \pi$, $\Delta f = \frac{f_0}{\pi} \text{Arccsin}\left(\frac{1}{\sqrt{40}}\right) = 43,5 \text{ MHz}$

S2ex11 : CCINP 2022 – Alicia Thomas - OEM dans une cavité

- 1) $\omega = c \sqrt{\frac{\pi^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{b^2}}$
- 2) $\vec{B} = \begin{pmatrix} -\frac{\pi E_m}{b\omega} j \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{-j\omega t} \\ \frac{\pi E_m}{a\omega} j \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{-j\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$
- 3) $\langle u_{em} \rangle = \frac{\varepsilon_0}{4} E_m^2 \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{b}\right) + \frac{\pi^2}{4\mu_0 \omega^2 b^2} E_m^2 \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos^2\left(\frac{\pi y}{b}\right) + \frac{\pi^2}{4\mu_0 \omega^2 a^2} E_m^2 \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{b}\right)$

S2ex12 : Centrale TSI Physique-Chimie 1 (site de Centrale) Synthèse du méthanol

- 1) $\Delta_r H^\circ = -91,0 \text{ kJ.mol}^{-1}$ réaction exothermique, réaction favorisée par les basses températures
- 2) $P = P^\circ \sqrt{\frac{\rho(3-2\rho)^2}{4K^\circ(1-\rho)^3}} = 81 \text{ bars}$ avec le rendement $\rho=0,7$. Réaction favorisée par les hautes pressions car...
- 3) On cherche T telle que $\rho = 0,7$ donc $K^\circ(T) = 4,2 \cdot 10^{-4}$. Par la loi de Van't Hoff. $T = 632 \text{ K}$.
- 4)...5) C'est le rendement par rapport à H_2 (ou son taux de conversion) qu'il faut optimiser car c'est le réactif le plus cher, donc $n=4$.