

Semaine 3 du 10 au 13 juin 2025

Révisions de Physique-Chimie : Conduction thermique + quantique + statique des fluides + physique statistique + oxydoréduction

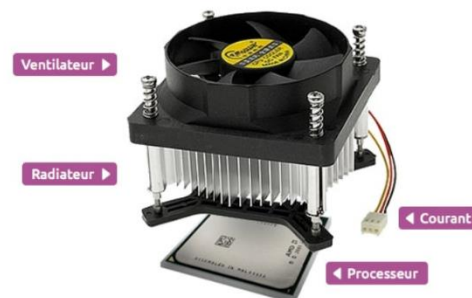
Conduction :

S3ex1 : CCINP 2022 -J.B. Attié - Refroidissement d'un microprocesseur

Un radiateur de surface S absorbe la chaleur dégagée par un microprocesseur.

Le radiateur a une capacité thermique totale C et une température $T(t)$ supposée uniforme.

L'air ambiant est à la température T_0 . Le coefficient de conducto-convection avec l'air ambiant est noté h .

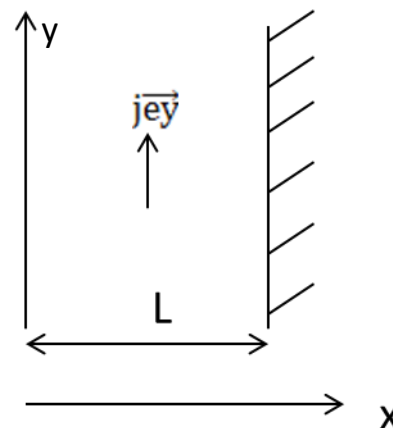


- 1) Le microprocesseur évacue vers le radiateur un flux thermique Φ_M .
 - a) Effectuer un bilan thermique entre t et $t+dt$.
 - b) Ecrire l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$.
 - c) Exprimer $T(t)$ sachant que $T(0)=T_0$
 - d) Vers quelle valeur tend la température au bout d'un certain temps ?
 - e) Est-il avantageux de ventiler ?
- 2) Au bout d'un certain temps on éteint le microprocesseur et on ajoute un ventilateur. Le coefficient de conducto-convection avec l'air ambiant devient h' .
 - a) Exprimer la température en fonction du temps (on prendra une nouvelle origine des temps).
 - b) Tracer $T(t)$.
 - c) Déterminer le temps à partir duquel la température s'approche de T_0 à moins de 1% près.
 - d) Comparer les temps caractéristiques de chauffage et de refroidissement.

S3ex2 : CCINP

Température dans une plaque parcourue par un courant

On considère une plaque parallélépipédique d'épaisseur L , de surface S . Elle est parcourue par un courant I de densité de courant \vec{j} uniforme. La plaque a une conductivité électrique σ et une conductivité thermique λ . En $x=0$, la température est fixée à T_0 , et en $x=L$, la face est adiabatique (il n'y a pas de transfert thermique à travers cette face). On se place en régime permanent.

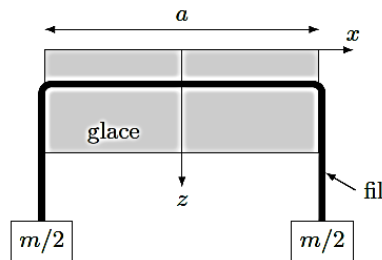


- 1) Par des arguments d'invariance, déterminer de quelle(s) variable(s) dépend T . En déduire la direction de la densité de flux thermique \vec{J}_Q et déterminer son sens.
- On supposera que les dimensions de la plaque sont très grandes devant L .
- 2) a) Donner l'expression de la puissance volumique cédée par effet Joule au matériau.
 - b) Effectuer un bilan thermique dans un volume compris entre x et $x+dx$
 - c) En déduire l'expression de \vec{J}_Q en fonction de σ , x et j .
 - 3) Tracer l'évolution de la température en fonction de x à l'intérieur de la plaque.

S3ex3 : Centrale Physique-Chimie 2 PSI

Expérience de regel

On pose un fil métallique de section rectangulaire de côtés b selon (Oy) et c selon (Oz) aux extrémités duquel sont fixées deux masses $m/2$ sur un gros bloc de glace. La glace fond sous le fil, l'eau regèle au-dessus du fil. Le processus est lent.



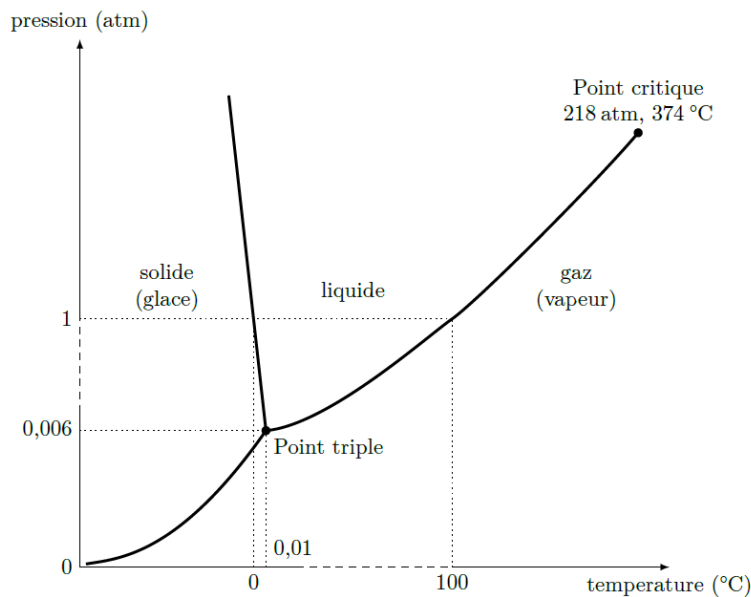
1. Évaluer, à l'aide notamment de la figure 1, la différence de température $T_i - T_s$ entre le dessus (indice i) et le dessous (indice s) du fil.

On donne : $m = 5 \text{ kg}$; $a = 20 \text{ cm}$; $b = 0,5 \text{ mm}$; $c = 5 \text{ mm}$.

2. On suppose que le régime de diffusion thermique dans le fil métallique est stationnaire.

En appliquant le premier principe à la couche d'eau solide d'épaisseur dz qui fond sous le fil, en déduire la vitesse $v = \frac{dz}{dt}$.

Données : $\lambda = 80 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; enthalpie massique de fusion de l'eau à 0°C : $\Delta_{\text{fus}}H = 330 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.



Pression (bar)	Température (°C)
1,01325	0,0026
50	-0,362
100	-0,741
150	-1,125
200	-1,517
250	-1,9151
300	-2,321
400	-3,153
500	-4,016
600	-4,91
800	-6,79
1000	-8,80

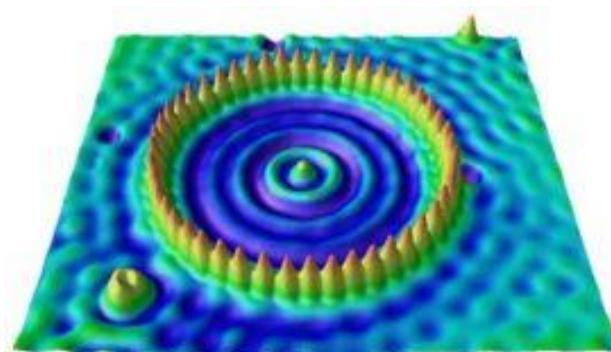
Figure 1

1 atm = 1,01325 bar = 101 325 Pa

Mécanique quantique

S3ex4 : Centrale 2 Physique-Info 2024 – Eloi Kaeser – Corail quantique

En 1993, une équipe de l'entreprise IBM a réussi à déposer sur une surface métallique de cuivre 48 atomes de fer formant un cercle de rayon $R = 7,1$ nm en les manipulant à l'aide d'une pointe de microscope à effet tunnel. La manipulation a été effectuée à une température très basse de 4 K pour que l'agitation thermique ne désasemble pas la structure. Les atomes de fer forment alors une barrière quasi-infranchissable pour les électrons libres du cuivre situés à l'intérieur du cercle (à la manière d'une barrière de corail qui coupe les vagues de l'océan, d'où le nom imagé de "corail quantique" pour cette structure).



<https://www.nisenet.org/catalog/scientific-image-quantum-coral-top-view>

On considère un unique électron confiné à l'intérieur du cercle formé par les atomes de fer. La fonction d'onde de l'électron de masse m est notée $\psi(M, t)$. On rappelle l'équation de Schrödinger vérifiée par $\psi(M, t)$ pour un électron soumis à une énergie potentielle $V(M, t)$:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}(M, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(M, t) + V(M, t) \cdot \psi(M, t) \quad \text{où } \Delta \text{ désigne l'opérateur Laplacien}$$

On donne l'opérateur Laplacien en coordonnées cylindriques : $\Delta V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$

Il y avait aussi un document explicatif sur le microscope à effet tunnel.

- 1) Expliquer l'information donnée par les zones de couleur (voir en couleur avec le lien <https://www.nisenet.org/catalog/scientific-image-quantum-coral-top-view>)
- 2) Avec l'hypothèse d'un puits infini à une dimension, donner l'énergie minimale des électrons piégés.

On suppose désormais le puits en 2 dimensions en coordonnées cylindriques. Ainsi $\Psi(M, t) = \Psi(r, \theta, z)$

- 3) On suppose que $\Psi(r, \theta, z) = \varphi(r, \theta)g(z)$. Donner l'expression de $g(z)$ et écrire la condition de normalisation.
- 4) On suppose maintenant que $\varphi(r, \theta) = f(r)h(\theta)$ avec $|h(\theta)| = 1$. Montrer que $h(\theta) = e^{in\theta}$ avec n entier.
- 5) On considère l'équation de Bessel $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)y = 0$ avec n un entier. Les solutions sont de la forme $AJ_n(x)$ avec A un réel et $J_n(x)$ la fonction de Bessel d'ordre n . Exprimer $f(r)$ en fonction de $J_n(x)$.
- 6) Les fonctions de Bessel sont implantées dans Python avec l'instruction « from scipy.special import jv ». Tracer le carré des fonctions de Bessel pour plusieurs valeurs de n (0, 1, 2). Commenter les courbes obtenues. Laquelle semble pertinente à retenir dans la situation du corail quantique ?

Il restait 3 questions.

S3ex5 : CCINP - Effet quantique

On considère une particule de masse m qui évolue dans un potentiel $V(x)$ indépendant du temps. On note $\Psi(x,t)$ sa fonction d'onde.

1) Donner l'équation de Schrödinger vérifiée par la fonction d'onde.

On cherche des solutions sous la forme : $\Psi(x,t)=\varphi(x)\chi(t)$.

Montrer alors que $\Psi(x,t)=\varphi(x)\cdot\exp(-iEt/\hbar)$. Que représente E ?

Donner l'équation vérifiée par la fonction φ .

2) Le potentiel est tel que $V(x)=0$ pour $x<0$ et $x>a$ et $V(x)=V_0>0$ pour $0<x<a$.

La particule se déplace dans le sens des x croissants avec une énergie E .

a) Que se passe-t-il en mécanique classique pour les valeurs possibles de E ?

b) Que se passe-t-il dans le cadre de la mécanique quantique qui ne peut pas être expliqué en mécanique classique ?

c) On donne les expressions de φ dans les trois domaines (mais seule son expression dans le domaine $0<x<a$ est utile pour la suite) dans le cas $E<V_0$:

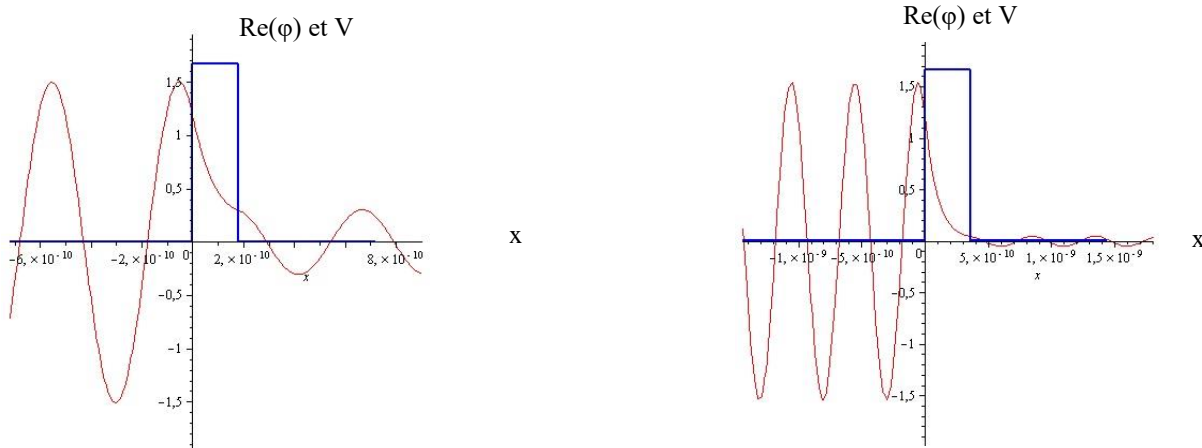
pour $0<x<a$, $\varphi(x)=A\exp(\rho x)+A'\exp(-\rho x)$ avec $\rho = \sqrt{\frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}}$.

Quelle est la signification physique de ρ ?

d) On donne après calcul l'expression du coefficient de transmission T à travers la barrière :

$$T = \frac{1}{1+M\sinh^2(\beta a)} \quad \text{où} \quad M = \frac{V_0^2}{4E(V_0-E)} \quad \text{et} \quad \beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_0-E)}$$

On donne aussi deux graphes, où on voit la partie réelle de la fonction d'onde à un instant fixé et le potentiel $V(x)$.



Commenter. Quel est le nom de cet effet ? Proposer des applications.

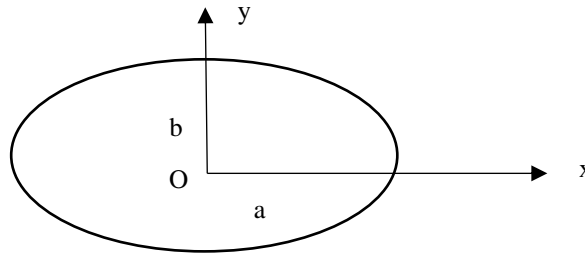
Statique des fluides :

S3ex6 : Mines-Ponts Ellipsoïde terrestre

Exercice 2 :

1) On assimile la Terre à une sphère homogène de rayon R_T , de masse M_T et de masse volumique ρ . Calculer le champ gravitationnel exercé par la Terre en tout point de l'espace.

2) On assimile cette fois-ci la Terre à un fluide en équilibre par rapport au référentiel terrestre non galiléen. Compte-tenu de la rotation propre de la Terre, celle-ci adopte une forme d'ellipsoïde de paramètres (a,b,a) :



On note P_0 la pression en O le centre de la Terre et P_{atm} la pression atmosphérique.

i) On pose $\varepsilon = \omega^2 R_T^3 / GM_T$. Déterminer la force volumique d'inertie d'entraînement. En déduire une interprétation de ε et son ordre de grandeur.

ii) Exprimer la relation traduisant l'équilibre du fluide (On suppose que la formule de l'attraction terrestre est toujours valable)

iii) Montrer qu'on obtient les relations suivantes : $\frac{dP}{dx} = -K_1 x$ et $\frac{dP}{dy} = -K_2 y$

Exprimer K_1 et K_2 .

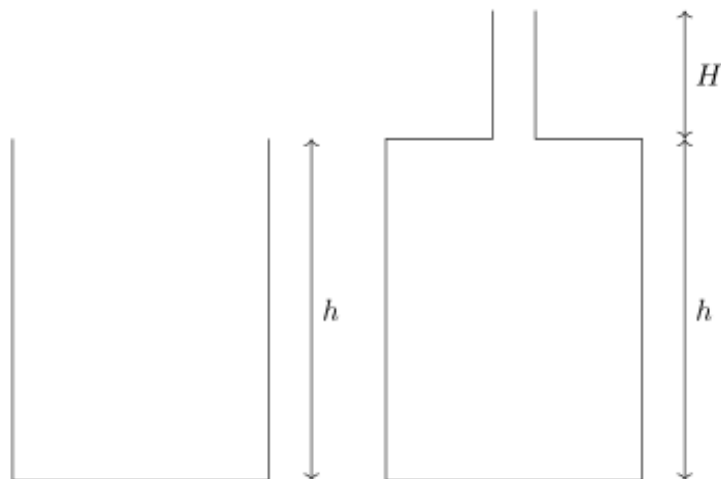
iv) On donne l'équation de l'ellipsoïde de paramètres (a,b,a) : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1$

On donne aussi le volume de l'ellipsoïde : $V = \frac{4}{3} \pi a^2 b$

Exprimer a , b et $(a-b)/a$ au premier ordre en ε pour l'ellipsoïde terrestre dans ce modèle.

S3ex7 : CCINP 2022 Beos 6880 – Pression dans un tonneau

On étudie la pression dans un tonneau rempli d'eau. On note ρ la masse volumique de l'eau.



1. On donne la loi de l'hydrostatique $\overrightarrow{grad}(P) = \rho \vec{g}$. Déterminer la différence de pression entre deux points dans un liquide au repos en fonction de leur différence d'altitude.
2. On prend un tonneau de section S et de hauteur h rempli d'eau (figure de gauche). Déterminer la surpression ΔP due l'eau (écart à la pression atmosphérique) en un point au fond du tonneau.
3. On ferme le tonneau et on rajoute un tuyau de section S' et de hauteur H (figure de droite). Déterminer la surpression $\Delta P'$ sur un point au fond du tonneau.
4. Calculer les rapports $\frac{\Delta P'}{\Delta P}$ et $\frac{m}{M}$ avec m la masse d'eau dans le tuyau et M celle dans le tonneau. On prend $H=3h$ et $S'=S/100$. Manifestez votre surprise à l'égard du résultat.
5. Démontrer la loi de l'hydrostatique donnée en (1) en étudiant un volume de liquide de base $dx dy$ situé entre z et $z+dz$.

Thermodynamique statistique

S3ex8 : Centrale Physique-Chimie 1 Imagerie par Résonance Magnétique Nucléaire

L'IRM est une technique non destructive de visualisation en coupe des tissus organiques mous, en les laissant intacts. Elle utilise un champ magnétique intense permanent \vec{B}_0 combiné avec un faible champ perturbateur oscillant. L'interaction de ces champs avec le moment magnétique d'une particule élémentaire (proton des molécules d'eau) engendre un comportement dynamique qui fournit des renseignements sur l'environnement atomique de ces particules.

On étudie un groupe de N protons baignant dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$. Comme les électrons, les protons possèdent des nombres quantiques les caractérisant, notamment un nombre quantique magnétique de spin, noté $m_s = \mp \frac{1}{2}$. On peut montrer que le moment cinétique des protons associé à leur spin est quantifié, sa norme est $L_s = m_s \hbar$. De plus grâce à ce moment cinétique, les protons se comportent comme des dipôles magnétiques de moment dipolaire $\vec{\mu} = \gamma \vec{L}_s$ où $\gamma = 2,7 \cdot 10^8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$ est le rapport gyromagnétique du proton.

- 1) a) Expliquer qu'avec l'apparition du champ \vec{B}_0 , il survient une levée de dégénérescence des niveaux d'énergie du proton (on se placera à l'équilibre donc dans le cas où les moments cinétiques des protons se sont orientés parallèlement au champ magnétique).
- b) Quelle est, à l'équilibre thermique à la température T , la proportion de la population dans chaque niveau d'énergie ? On fera une application numérique pour $B_0 = 1 \text{ T}$, $T = 300 \text{ K}$, $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ et $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. Commenter.
- c) Quelle est l'énergie magnétique nucléaire moyenne du système ? Commenter.

On veut faire en sorte que les protons changent de niveau d'énergie (ou au moins quittent leur position d'équilibre). Pour cela, on applique un faible champ perturbateur \vec{B}_1 sinusoïdal de fréquence ν perpendiculaire à \vec{B}_0 pendant un temps bref.

- 1) Quel est le mouvement du dipôle magnétique juste après l'application du champ \vec{B}_1 ? Déterminer la fréquence de résonance d'un proton ν_0 . Application numérique pour $B_0 = 1 \text{ T}$ et $B_0 = 20 \text{ T}$. Dans quelle partie du spectre électromagnétique se trouve-t-on ?
- 2) Lors de l'application du champ magnétique \vec{B}_0 sur un proton i , il se crée un champ induit $\vec{b}_i = -\sigma_i \vec{B}_0$ avec $0 < \sigma_i \ll 1$. Quelle est la nouvelle fréquence de résonance du proton i ? De quoi dépend cette fréquence physiquement ?

Expliquer pourquoi on utilise une méthode de balayage en fréquence en IRM. Que faut-il donc arriver à faire ?

S3ex9 : Mines-Ponts Niveaux d'énergie dégénérés

On considère N molécules d'hydrogène indépendantes ($N \gg 1$) à l'équilibre avec un thermostat de température T possédant 2 états d'énergie : ε_1 non dégénéré et ε_2 qui est 3 fois dégénéré.

On pose $\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 > 0$.

Soit $N_1 = A \exp(-\varepsilon_1/k_B T)$ la population de l'état 1 et $N_2 = 3A \exp(-\varepsilon_2/k_B T)$ la population de l'état 2.

- 1) Calculer A en fonction de N , ε , ε_1 , k_B et T .
- 2) Calculer l'énergie interne du système en fonction de N , ε , ε_1 , k_B et T .
- 3) Calculer la capacité thermique du système.

Oxydoréduction

S3ex10 : CCINP 2025 MP – Line Vannier et Centrale Physique-Chimie 1 2015 Electrolyse du sulfate de cobalt

On considère une solution électrolytique contenant de l'acide sulfurique et du sulfate de cobalt (SO_4, Co). Cette solution contient $\text{CoSO}_4, 7\text{H}_2\text{O}$ à la concentration de 50 g/L. Dans cette solution trempent deux électrodes (inertes) : (A) une cathode en graphite, (B) : une anode en aluminium. Pour les potentiels, on prend tous les éléments dans leur état standard sauf pour Co^{2+} et pour H_3O^+ qui est tel que le pH de la solution soit fixé à 3.

Données :

- Masses molaires de : $M(\text{Co}) = 59 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(\text{H}) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(\text{S}) = 32 \text{ g.mol}^{-1}$
- Nombre d'Avogadro $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- les potentiels standards des couples : $E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$ et $E^\circ(\text{Co}^{2+}/\text{Co}) = -0,28 \text{ V}$
- les surtensions : +0.7 V sur Al pour H_2O , -0,1 V pour Co^{2+} et H^+ sur le graphite

Questions :

- 1) Quelles réactions sont envisageables à la cathode ? à l'anode ? Quelle doit-être la tension minimale théorique à appliquer pour réaliser l'électrolyse ?
- 2) Tracer l'allure de la courbe i/E sachant que, sur une électrode de graphite, la pente associée au couple H^+/H_2 est très faible
- 3) Ecrire l'équation bilan de la réaction de production du cobalt. Est-elle sous contrôle thermodynamique ou cinétique ?
- 4) La chute ohmique est de 1,1 V. Proposer une tension minimale de fonctionnement de la cuve.
- 5) En pratique, on applique $U = 3,5 \text{ V}$ et $I = 10 \text{ kA}$ et en une journée, on récupère seulement 256 kg de Co. Définir le rendement faradique et le calculer. Expliquer pourquoi le rendement ne peut pas atteindre 100%.
- 6) Déterminer la consommation massique d'énergie (en kJ/kg) (énergie consommée par kg de Co déposé).

S3ex11 : Centrale Physique-Chimie 1 Pile et corrosion

On considère une pile formée d'une plaque de fer et une plaque de zinc plongeant dans une solution de NaCl désaéré. Le circuit est fermé sur une résistance.

Un voltmètre est placé entre chaque électrode et une électrode référence.

On donne :

$E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0,44 \text{ V}$ et $E^\circ(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = -0,76 \text{ V}$: couples rapides

$E^\circ(\text{H}^+/\text{H}_2) = 0,00 \text{ V}$ et surpotentiel cathodique sur cathode en fer $\eta_c = -0,35 \text{ V}$.

$M(\text{Zn}) = 65,4 \text{ g.mol}^{-1}$

- 1) Donner l'allure des courbes courant potentiel.
- 2) En déduire les réactions aux électrodes.
- 3) Que valent les tensions des voltmètres en fonction des potentiels aux électrodes ?
- 4) Quel est l'intérêt du zinc ?
- 5) On peut lire 120 mA pour le courant de corrosion. Déterminer la masse de zinc corrodée en 24 heures.

S3ex12 : Centrale Physique-Chimie 2 - Autour du mercure

Le mercure est un élément chimique de symbole Hg et de numéro atomique 80. C'est un métal argenté brillant, le seul se présentant sous forme liquide dans les conditions normales de température et de pression, conditions dans lesquelles il se vaporise toutefois assez aisément.

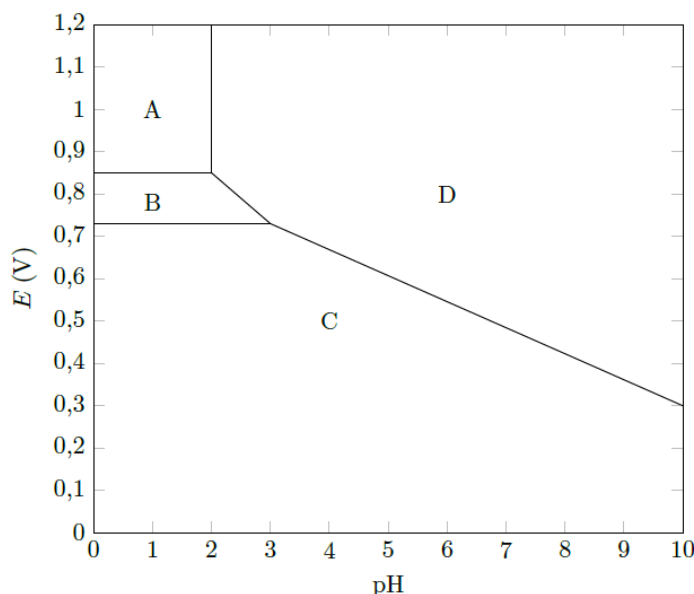


Le mercure est un puissant neurotoxique, mais en dépit de sa haute toxicité, ses utilisations sont très nombreuses :

- applications médicales,
- amalgame de l'or,
- lampes à vapeurs de mercure,
- etc.

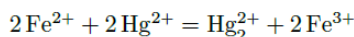
1. Déterminer la configuration électronique de l'atome de mercure. En déduire les degrés d'oxydation stables du mercure.

Le diagramme potentiel-pH du mercure est tracé ci-dessous pour une concentration totale en mercure en solution de $0,01 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Les frontières entre espèces en solution correspondent à l'égalité de leurs concentrations respectives. Les espèces prises en compte sont $\text{Hg}_{(l)}$, $\text{HgO}_{(s)}$, $\text{Hg}_{(aq)}^{2+}$ et $\text{Hg}_2^{2+}_{(aq)}$.



2. Identifier les espèces de chaque domaine.
3. Déterminer les potentiels standard des couples $\text{Hg}_2^{2+}/\text{Hg}^{2+}$ et $\text{Hg}_2^{2+}/\text{Hg}$.
4. Calculer la constante d'équilibre associée à la réaction entre les espèces A et D.
5. Quelle est la pente de la droite séparant les domaines B et D ?

On s'intéresse à présent à la cinétique de la réaction de réduction de Hg^{2+} par Fe^{2+} selon la réaction



dont la loi de vitesse est de la forme $v = k[\text{Fe}^{2+}]^p [\text{Hg}^{2+}]^q$.

On suit la réaction par une méthode appropriée avec différentes concentrations initiales $[\text{Fe}^{2+}]_0$ et $[\text{Hg}^{2+}]_0$. On relève $[\text{Hg}^{2+}]/[\text{Hg}^{2+}]_0$ et on obtient les résultats suivants (le temps est mesuré en unités arbitraires u.a. non précisées).

Expérience n°1 $[\text{Fe}^{2+}]_0 = 0,1 \text{ mol}\cdot\text{L}$, $[\text{Hg}^{2+}]_0 = 0,1 \text{ mol}\cdot\text{L}$

t (u.a.)	0	1	2	3	∞
$[\text{Hg}^{2+}]/[\text{Hg}^{2+}]_0$	1	0,5	0,33	0,25	0

Expérience n°2 $[\text{Fe}^{2+}]_0 = 0,1 \text{ mol}\cdot\text{L}$, $[\text{Hg}^{2+}]_0 = 0,001 \text{ mol}\cdot\text{L}$

t (u.a.)	0	1	2	4	∞
$[\text{Hg}^{2+}]/[\text{Hg}^{2+}]_0$	1	0,37	0,14	0,018	0

6. Quelle méthode de suivi de la réaction pourriez-vous proposer ?
7. Déterminer l'ordre global de la réaction ainsi que les ordres partiels p et q . Vous pouvez utiliser et modifier le script Python mis à votre disposition.

Réponses :

S3ex1 : CCINP 2022 – J.B. Attié – Refroidissement d'un microprocesseur

- 1) a) $C \frac{dT}{dt} = \phi_M - hS(T - T_0)$ b) $\frac{dT}{dt} + \frac{hS}{C}T = \frac{hS}{C}T_0 + \frac{\phi_M}{C}$
 c) $T(t) = T_0 + \frac{\phi_M}{hS}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $\tau = \frac{C}{hS}$ d) $T_{lim} = T_0 + \frac{\phi_M}{hS}$
 d) Si on ventile h augmente donc la constante de temps τ diminue et la température limite diminue.
- 2) a) $T(t') = T_0 + \frac{\phi_M}{hS}e^{-\frac{t'}{\tau'}}$ avec $\tau' = \frac{C}{h'S}$
 c) $t'_{1\%} = \tau' \cdot \ln\left(\frac{0,01 T_0 h S}{\phi_M}\right)$ d) $\tau' < \tau$

S3ex2 : CCINP Température dans une plaque parcourue par un courant

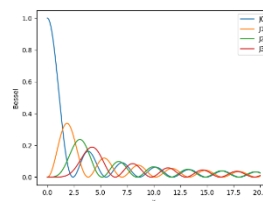
- 1) T ne dépend que de x et le flux de chaleur est suivant $-\vec{u}_x$
 2) a) $P_j = \frac{j^2}{\sigma}$
 b) Par le bilan thermique, $\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{j^2}{\lambda\sigma}$
 c) $\vec{J}_Q = \frac{j^2}{\sigma}(x-L)\vec{u}_x$

S3ex3 : Centrale Physique-Chimie 2 PSI Expérience de regel

- 1) $T_i - T_s = (\text{pente fig 1 S: L}) \cdot \frac{mg}{ab} = -0,037 \text{ K}$
 2) Par le premier principe appliqué au volume abd d'eau qui fond pendant dt , $v = \frac{dz}{dt} = -\frac{\lambda(T_i - T_s)}{\Delta_{fus}H.c.\rho_{eau}} = 1,8 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

S3ex4 : Centrale 2 Physique-Python – Eloi Kaeser – Corail quantique

- 1) Le microscope à effet tunnel mesure la densité de charges.
 2) Pour un puits infini 1D de largeur $L=2R$, $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ donc $E_{min} = \frac{h^2}{32mR^2}$
 3) $g(t) = e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$ et par normalisation $\int_{r=0}^{+\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} |\varphi|^2 r d\theta dr$
 4) Par séparation des variables dans l'équation de Schrödinger indépendante du temps, $\frac{1}{h} \frac{d^2 h}{d\theta^2} = cte = -K$
 Par périodicité de h , $K > 0$ et pour une période 2π , $\sqrt{K} = n \in \mathbb{Z}$ donc $h(\theta) = e^{in\theta}$
 5) Par séparation des variables dans l'équation de Schrödinger indépendante du temps, vérifie l'équation de Bessel avec $x = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} r$. On en déduit $f(r) = A J_n\left(\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} r\right)$ avec A déterminé par normalisation
 6) Tracer les fonctions de Bessel :
 La solution la plus pertinente pour décrire le corail est J_0 car $J_0(0) \neq 0$ et il faut choisir $n=0$ pour respecter l'invariance par rotation du corail.



S3ex5 : CCINP Effet quantique

- 7) $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}(M, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(M, t) + V \psi(M, t)$ $-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi(M) + V \varphi(M) = E \varphi(M)$
 8) a et b) Voir cours
 c) ρ est le coefficient d'amortissement dans la barrière
 d) C'est l'effet Tunnel !

S3ex6 : Mines-Ponts Ellipsoïde terrestre

- 1) Par le théorème de Gauss gravitationnel, si $r \geq R_T$, $\vec{g} = -\frac{4\pi G \rho R_T^3}{3r^2} \vec{u}_r$ Si $r \leq R_T$, $\vec{g} = -\frac{4\pi G \rho r}{3} \vec{u}_r$
 2) i) $\vec{f}_{ie} = \rho \omega^2 \vec{HM}$ $\varepsilon = \frac{\text{force d'inertie d'entraînement}}{\text{attraction gravitationnelle à la surface de la Terre}} = 3 \cdot 10^{-3}$
 ii) $\vec{grad}(P) = -\frac{4\pi G \rho^2}{3} \vec{OM} + \rho \omega^2 \vec{HM}$
 iii) $K_1 = \left(\frac{4}{3} \pi G \rho - \omega^2\right) \rho$ $K_2 = \frac{4}{3} \pi G \rho^2$
 iv) $a = R_T (1 - \varepsilon)^{-1/6}$ $b = R_T (1 - \varepsilon)^{1/3}$ $\frac{a-b}{a} \approx \frac{\varepsilon}{2}$

S3ex7 : CCINP 2022 Beos 6880 - Pression dans un tonneau

- 1) $\Delta P = -\rho g \Delta h$
 2) $\Delta P = -\rho g h$
 3) $\Delta P' = -\rho g (h + H)$
 4) $\frac{\Delta P'}{\Delta P} = 4$ alors que $\frac{m}{M} = 0,03$. Oh !
 5) Voir cours.

S3ex8 : Centrale Physique-Chimie 1 Imagerie par Résonance Magnétique (IRM)

- 1) a) Sans champ magnétique 2 protons de spins différents mais de mêmes nombres quantiques n et l ont la même énergie. Avec un champ magnétique on rajoute l'énergie magnétique $E_m = \pm \frac{1}{2} \hbar \omega B_0$.

- b) $\frac{N_+}{N_-} = e^{\frac{\gamma \hbar B_0}{k_B T}} \approx 1$ A haute température, les deux niveaux sont également peuplés.
- c) $\langle E_m \rangle = -\frac{1}{2} N \gamma \hbar B_0 T h \left(\frac{\gamma \hbar B_0}{k_B T} \right) \approx 0$ car les deux niveaux sont également peuplés.
- 2) Le dipôle a un mouvement de précession autour de \vec{B}_0 à la fréquence $\nu_0 = \frac{\gamma B_0}{2\pi}$.
AN : Pour $B_0 = 1$ T, $\nu_0 = 4,3 \cdot 10^7$ Hz et pour $B_0 = 20$ T, $\nu_0 = 8,6 \cdot 10^8$ Hz. Ce sont des radiofréquences.
- 3) Nouvelle fréquence $\nu_{0i} = \frac{\gamma B_0}{2\pi} (1 - \sigma_i)$ qui dépend de l'environnement du proton i .
Il faut utiliser un champ magnétique inhomogène de façon à ce que chaque emplacement corresponde à une fréquence différente pour pouvoir reconstituer une image.

S3ex9 : Mines-Ponts Niveaux d'énergie dégénérés

- 1) $A = \frac{N}{e^{\frac{\epsilon_1}{k_B T}} (1 + 3e^{-\epsilon/k_B T})}$
- 2) $U = N \epsilon_1 + \frac{N \epsilon}{1 + \frac{1}{3} e^{\epsilon/k_B T}}$
- 3) $C = \frac{N \epsilon^2}{3 k_B T^2 \left(1 + \frac{1}{3} e^{\epsilon/k_B T} \right)^2}$

S3ex10 : CCINP 2024 – Line Vannier - Electrolyse du sulfate de Cobalt

- 1) A l'anode il y a oxydation de l'eau. A la cathode il peut y avoir réduction de Co^{2+} ou de H^+ .
Il faut calculer la concentration en Co^{2+} , alors par la formule de Nernst, $E(Co^{2+}/Co) = -0,30$ V. De plus à pH = 3, $E(H^+/H_2) = -0,18$ V et $E^\circ(O_2:H_2O) = 1,05$ V. Les tensions minimales prévues par la thermodynamique sont :
- Pour l'électrolyse de l'eau $U_{min} = 1,25$ V
 - Pour produire Co, $U_{min} = 1,35$ V
- 2) Tracé en tenant compte des surpotentiels et d'une pente très faible de H^+/H_2 sur aluminium.
- 3) Sous contrôle cinétique il y a production de Cobalt : $2Co^{2+} + 2H_2O = 2Co + O_2 + 4H^+$
- 4) Tension minimale de fonctionnement $U(i) = \Delta E_{eq} + \eta_{a,i} - \eta_{c,i} + Ri \geq 3,25$ V
- 5) Masse théorique de Cobalt obtenue : $m_{theor} = \frac{M_{Co} i \Delta t}{zF}$
Rendement faradique $\rho = \frac{m_{exp}}{m_{theor}} = 0,97$
- 6) Consommation massique : $\frac{UI \Delta t}{m_{exp}} = 11,8$ MJ. kg⁻¹

S3ex11 : Centrale Physique-Chimie 1 MP – Pile et corrosion

- 1) et 2) Il y a corrosion du zinc et réduction de H^+
- 3) Ne pas oublier le potentiel de l'électrode de référence
- 4) Le zinc protège le fer contre la corrosion
- 5) La masse de zinc corrodée en 24h est $m = \frac{iM \Delta t}{nF} = 3,51$ g.

S3ex12 : Centrale Physique-Chimie 2 Autour du mercure

- 1) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^{14} 5d^{10}$
Le mercure a deux électrons de valence donc ses degrés d'oxydation stables sont 0 et II.
- 2)

Espèce	Nombre d'oxydation du mercure	Domaine
Hg	0	C
Hg ₂ ²⁺	+I	B
Hg ²⁺	+II	A
HgO	+II	D

- 3) Par la formule de Nernst avec sur la frontière égalité des concentrations en ions qui valent $C_{tracé}/3$ par conservation en élément mercure, $E^\circ(Hg^{2+}/Hg_2^{2+}) = 0,92$ V. $E^\circ(Hg_2^{2+}/Hg_{(l)}) = 0,78$ V avec sur la frontière $[Hg_2^{2+}] = C_{tracé}$.
- 4) $Hg^{2+} + H_2O = HgO_{(s)} + 2H^+$. Sur la frontière $[Hg^{2+}] = 0,01$ mol.L⁻¹ et pH = 2 (par lecture graphique) D'où $K = \frac{[H^+]^2}{[Hg^{2+}]} = 10^{-2}$
- 5) $E = E^\circ(HgO/Hg_2^{2+}) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[H^+]^4}{[Hg_2^{2+}]} \right) = cte - 0,12$ pH. La pente est donc de -0,12 V/unité de pH
- 6) On peut proposer un suivi potentiométrique.
- 7) La loi de vitesse est : $-\frac{1}{2} \frac{d[Hg^{2+}]}{dt} = k [Fe_2^{2+}]^p [Hg^{2+}]^q$
Pour l'expérience 2, $[Fe^{2+}]_0 \gg [Hg^{2+}]_0$ donc il y a dégénérescence de l'ordre. La loi de vitesse devient $-\frac{1}{2} \frac{d[Hg^{2+}]}{dt} = k' [Hg^{2+}]^q$.
Le tracé de $\ln \left[\frac{[Hg^{2+}]}{[Hg^{2+}]_0} \right]$ en fonction du temps est une droite. On en déduit que $q = 1$.
Pour l'expérience 1, les réactifs sont introduits en proportions stœchiométriques, la loi de vitesse devient : $-\frac{1}{2} \frac{d[Hg^{2+}]}{dt} = k [Hg^{2+}]^{p+1}$. On trace $\frac{[Hg^{2+}]_0}{[Hg^{2+}]}$ en fonction du temps et on obtient une droite, on en déduit que $p+1 = 2$. D'où $p = q = 1$.