

CCINP - Comète de Halley



La comète de Halley est la plus connue. La première mention de son observation date de 611 av. J.-C. en Chine, et on la retrouve tout au long de l'Antiquité et du Moyen-Âge ... évidemment sans savoir qu'il s'agit d'une seule comète. Cette découverte a été formalisée en 1705 par Edmond Halley, qui publia un livre avançant que les observations en 1531, 1607 et 1682 concernaient en fait la même comète. Son prochain passage est prévu en 2061.

On sait aujourd'hui que la comète de Halley suit une trajectoire elliptique de période de révolution autour du Soleil 76 ans, sa distance minimale au Soleil étant de $d_{\min} = 0,59$ unités astronomiques.

Données :

▷ Une unité astronomique correspond à la distance moyenne Terre-Soleil, soit $1,5 \cdot 10^{11}$ m ;

- 1) Démontrer la troisième loi de Kepler dans le cas d'une trajectoire circulaire
- 2) Calculer le demi-grand axe a de la comète de Halley.
- 3) Une ellipse est décrite par une équation polaire de la forme $r = \frac{p}{1+e \cdot \cos(\theta)}$ où l'origine des angles θ est prise sur le demi-grand axe. Calculer p et e pour la comète de Halley.

CCINP - Changement d'état

On prend un cylindre fermé par un piston bougeant librement.

La température est maintenue à une température $T_0=300\text{K}$ par contact thermique avec un thermostat.

Le cylindre contient : n moles de H_2 et 1g d'eau. La masse molaire de l'eau est $M = 18 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

- 1) a) Tracer le diagramme Clapeyron de l'eau avec les courbes de saturation et placer l'état des constituants.
b) Tracer une isotherme de température T_0 inférieure à la température critique et placer le volume V_v d'intersection entre cette isotherme et la courbe de rosée.
c) On donne la pression de vapeur saturante à la température $T_0 = 300 \text{ K}$: $P_s=3700 \text{ Pa}$.
Calculer le volume V_v de la vapeur au point de rosée.
- 2) On étudie l'équilibre A du système dans le cylindre : $V_A = 3V_v$, $P_A = 10^5 \text{ Pa}$, $T=T_0$.
a) Justifier que l'eau est sous forme gazeuse puis donner les expressions de $P(\text{H}_2)$ et $P(\text{H}_2\text{O})$.
b) Calculer numériquement n , $P(\text{H}_2)$ et $P(\text{H}_2\text{O})$.
- 3) On pousse le piston pour avoir une compression réversible de V_A à $V_B = V_A/3$
Calculer le travail de compression W_{AB} .

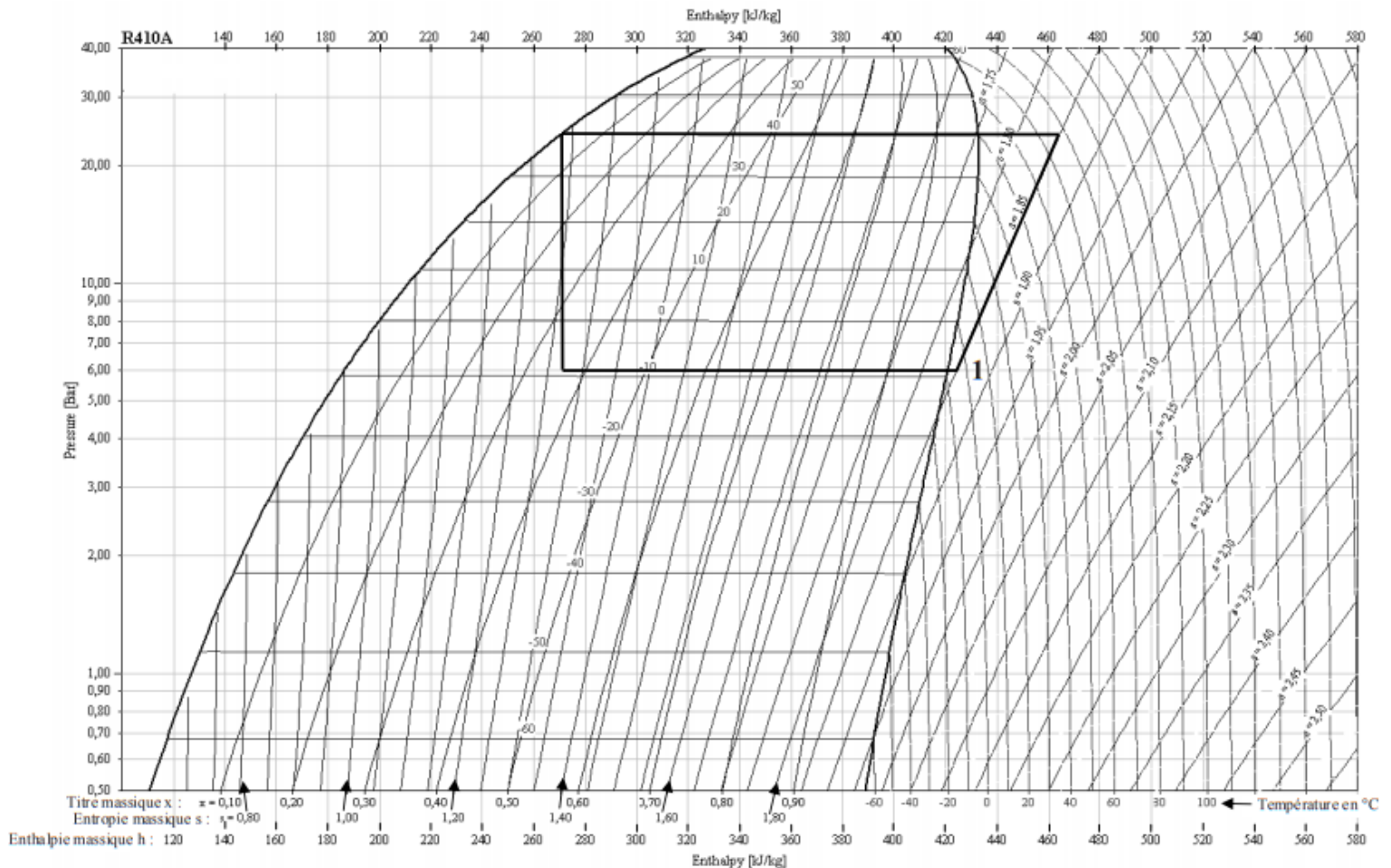
CCINP - Induction – Rotation d'un cadre

On considère un cadre filiforme carré de côté $2a$ tournant autour d'un axe Ox à la vitesse ω grâce à un moteur. Le cadre est soumis à un champ uniforme $B\vec{e}_z$. Au temps $t=0$, la normale au cadre est parallèle à l'axe Oy .

- 1) Déterminer, par la loi de modulation de Lenz, le sens du courant induit dans le circuit à $t=0$.
- 2) Déterminer la force électromotrice e du circuit en fonction du temps.
- 3) Rappeler l'expression du moment magnétique. Donner un ordre de grandeur de la norme du moment magnétique pour un aimant classique.
- 4) Déterminer la puissance moyenne pour maintenir une rotation uniforme du cadre.
- 5) Déterminer la puissance Joule moyenne cédée. Conclure

CCINP - Etude d'une pompe à chaleur

On étudie une pompe à chaleur dont le fluide décrit le cycle suivant :



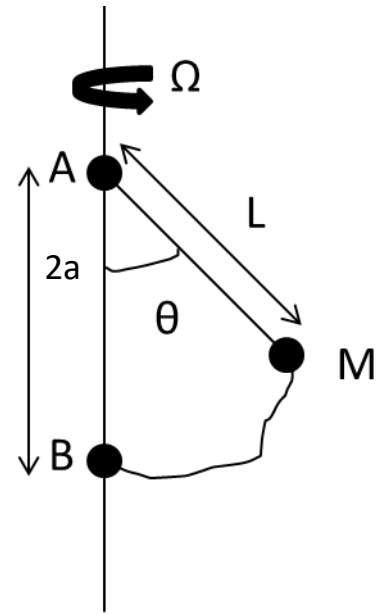
- 1) Dans quel sens est décrit ce cycle pour un fonctionnement en pompe à chaleur ? Numérotez les états 1 – 2 – 3 – 4 et précisez pour chacune des transformations si elle a lieu dans le détendeur, le compresseur, l'évaporateur ou le condenseur.
- 2) Mesurer sur le diagramme les variations d'enthalpie massique au cours des 4 étapes.
- 3) Calculer les transferts thermiques massiques.
- 4) Calculer l'efficacité de cette pompe à chaleur.
- 5) Quel débit massique D_m le fluide doit-il avoir pour que la pompe à chaleur fournisse une puissance $P = 8,0 \text{ kW}$?

CCINP – Pendule qui tourne

On considère une tige à laquelle est reliée deux fils de même longueur L , eux-mêmes reliés à un solide M de masse m . La tige tourne à une vitesse constante Ω autour de son axe de rotation.

On suppose que $2a < 2L$

- 1) On suppose que seul le fil AM est tendu. Déterminer l'expression de la tension du fil et celle de θ_{eq}
- 2) Pour quelles valeurs de Ω les deux fils sont-ils tendus?
- 3) Exprimer la valeur des deux tensions dans ce cas.



CCINP - Câble coaxial

On considère un câble coaxial de rayon intérieur R_1 , de rayon extérieur R_2 , d'axe Oz . Une onde électromagnétique se propage dans l'espace entre ses armatures qui a les propriétés électromagnétiques du vide.

En coordonnées cylindriques, le champ électrique de l'onde est de la forme : $\vec{E} = E_m(r) e^{i(\omega t - kz)} \vec{e}_r$ entre R_1 et R_2 .

On donne en coordonnées cylindriques :

$$r \vec{\text{rot}}(\vec{a}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial a_z}{\partial \theta} - \frac{\partial a_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial a_r}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (r a_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial a_r}{\partial \theta} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \text{div}(\vec{a}) = \frac{1}{r} \frac{\partial (r a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial a_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

On donne aussi les relations de passage : $\vec{E}_1 - \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{2 \rightarrow 1}$ et $\vec{B}_1 - \vec{B}_2 = \mu_0 \vec{J}_S \wedge \vec{n}_{2 \rightarrow 1}$.

- 1) A l'aide de l'équation de Maxwell-Gauss, montrer que $E_m(r) = V_0/r$ avec V_0 une constante.
- 2) Déterminer le champ magnétique de cette onde dans l'espace inter-armatures sachant que la relation de dispersion est celle du vide.
- 3) Déterminer la densité surfacique de courant sur les faces de rayons R_1 et R_2 .
- 4) Calculer la puissance moyenne transportée par le câble coaxial.