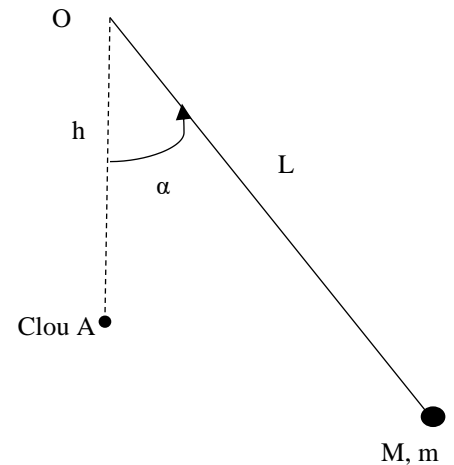


Mines-Ponts - Pendule

Ex 2 sans préparation

On considère un pendule simple composé d'un fil OM sans masse de longueur L et d'une masse m à son extrémité M . Le point O est fixe dans le référentiel du laboratoire.

- 1) On lâche le pendule sans vitesse initiale avec un angle α_0 par rapport à la verticale. Montrer que le mouvement est contenu dans un plan vertical. Calculer la vitesse de M lorsqu'il passe à la verticale de O .
- 2) On place un clou sur la trajectoire du fil en un point A situé à une distance h de O sur la verticale passant par O . Calculer la valeur minimale de l'angle α_0 pour que la masse m puisse faire un tour complet autour du clou avec le fil tendu.



Mines-Ponts – Filtrage

Ex 2 sans préparation

On définit un signal créneau $e(t)$ T -périodique défini par $e(t) = E$ pour $0 < t < T/2$ et $e(t) = -E$ pour $T/2 < t < T$. Par décomposition en série de Fourier,

$$e(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right)$$

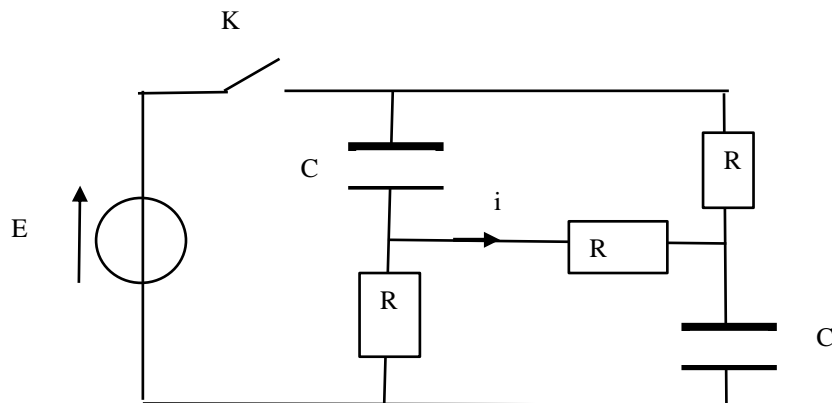
$$\text{où pour } n > 0 : \begin{cases} a_n = 0 \\ b_n = \frac{2E}{n\pi} \end{cases} \text{ pour } n \text{ impair et } b_n = 0 \text{ pour } n \text{ pair}$$

- 1) Que vaut a_0 ? Tracer l'allure du spectre de $e(t)$. A-t-on besoin de beaucoup d'harmoniques pour reconstituer le signal $e(t)$?
- 2) On souhaite intégrer le signal précédent. Proposer un montage électrique qui permet cela. Donner la forme du signal obtenu. A-t-on besoin de beaucoup d'harmoniques pour reconstituer le signal de sortie? Tracer l'allure du spectre de ce signal. Quels problèmes peut-on rencontrer avec ce type de filtre?
- 3) On souhaite désormais obtenir un comportement doublement intégrateur. Proposer un montage électrique qui permet cela. Donner la forme du signal obtenu. A-t-on besoin de beaucoup d'harmoniques pour reconstituer le signal de sortie? Quels problèmes peut-on rencontrer avec ce type de filtre?

Mines-Ponts – Inversion du courant

Ex 1 avec préparation :

On étudie le circuit électrique ci-dessous :



A l'instant initial, les condensateurs sont déchargés et on ferme l'interrupteur K. Justifier pourquoi le courant i change de signe à un moment et exprimer l'instant précis de ce changement de signe en fonction de R et C .

Indications lors du passage au tableau :

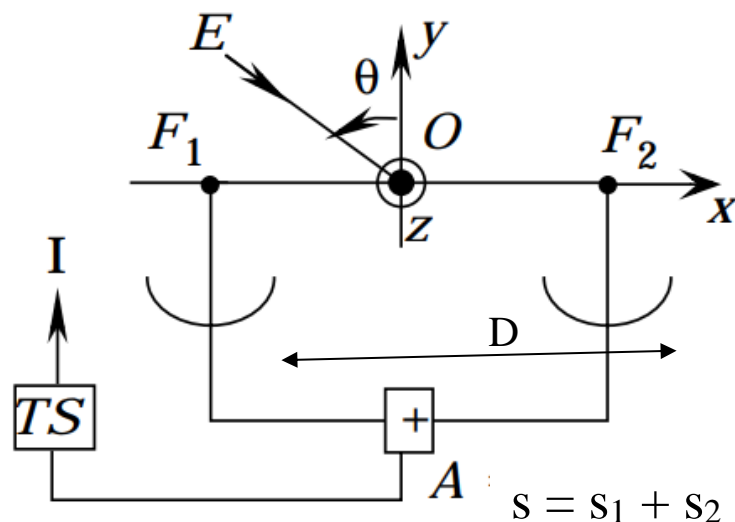
- Le jury propose d'utiliser la loi des nœuds en termes de potentiel (et il la donne)
- Autre méthode : vous pouvez aussi utiliser les symétries du problème

Ex 2 (sans préparation) :

On s'intéresse à l'observation d'une étoile lointaine à l'aide de radiotélescopes.

Deux radiotélescopes sont séparés d'une distance D et l'intensité I est proportionnelle à $\langle s^2(t) \rangle_t$ avec $s = s_1 + s_2$ où les signaux s_1 et s_2 sont proportionnels à l'amplitude de l'onde lumineuse qu'ils perçoivent. A l'aide d'un filtre on sélectionne l'émission de l'étoile E pour la longueur d'onde $\lambda = 10\text{cm}$. L'angle sous lequel on perçoit ces rayons est θ .

Les télescopes sont orientés pour une observation proche de $\theta = 0$.

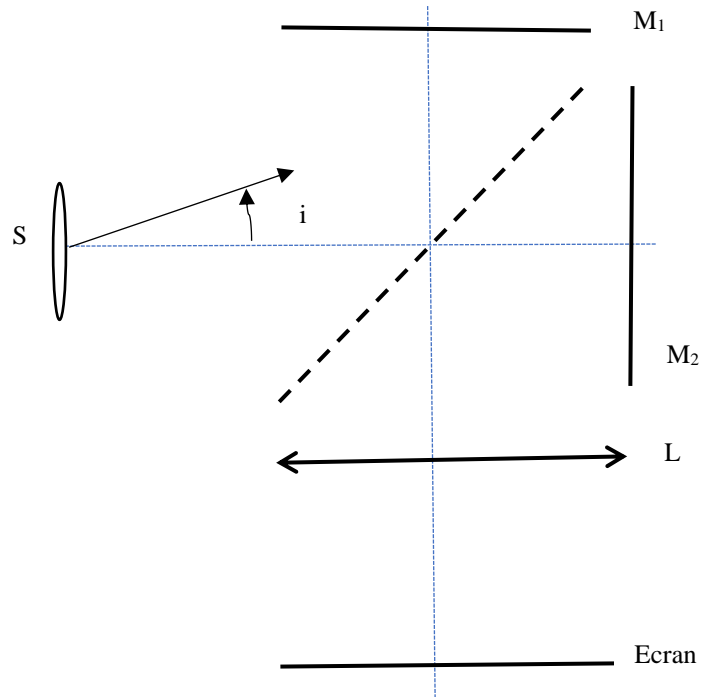


- 1) Déterminer l'intensité $I(\theta, D, \lambda)$.
- 2) A cause de la rotation de la Terre, l'angle θ varie au cours du temps. On fait l'hypothèse que $\frac{d\theta}{dt} = \omega = \text{cste} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
On donne $D = 50\text{m}$, $\lambda = 10\text{cm}$. Déterminer la période de l'intensité I .
- 3) On considère maintenant une étoile double. Le système est alors éclairé sous deux angles $\theta(t)$ et $\theta(t) + \varepsilon$ avec $\varepsilon \ll 1$. On peut faire varier la distance D . Expliquer comment la mesure de $I(t)$ permet de trouver ε .

Mines-Ponts

QC-ex 1 : Michelson en lame d'air

On dispose d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air, d'une source monochromatique étendue de longueur d'onde λ , d'une lentille L d'observation de distance focale $f = 1$ m et d'un écran. Depuis le contact optique, on a décalé le miroir M_2 du Michelson d'une distance $d = 0,2$ mm.



- 1) Pour observer des interférences bien contrastées, où doit-on placer la source S et l'écran ? Faut-il diaphragmer la source ? Que représente le pointillé sur le schéma ?
- 2) Prolonger sur le schéma le rayon lumineux issu de S et les rayons réfléchis que les miroirs. Proposer et justifier un schéma équivalent. Etablir l'expression de la différence de marche en un point M de l'écran.
- 3) Exprimer $r_k^2 - r_{k+1}^2$ où r_k désigne le rayon de l'anneau lumineux d'ordre k. Calculer la valeur de la longueur d'onde λ sachant qu'on a mesuré les rayons de trois premiers anneaux suivants : 5,7 cm ; 7,9 cm ; 9,6 cm.

Ex 2 (sans préparation) – Vitesse d'un aimant

Un aimant de moment dipolaire $\vec{M} = m\vec{e}_z$ se déplace à la vitesse constante v_0 selon l'axe Oz. On place une spire circulaire de rayon a et d'axe Oz telle que l'aimant se dirige vers le centre de la spire. Une courte section de la spire est coupée, et on y branche un voltmètre qui mesure une tension U_{AB} .

- 1) Exprimer U_{AB}
- 2) Peut-on déterminer v_0 grâce à la mesure de U_{AB} ?

Données : Le champ magnétique créé par un dipôle magnétique de moment dipolaire \vec{M} placé à l'origine du repère, au point de coordonnées (r, θ, ϕ) en coordonnées sphériques :

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2M \cos\theta}{r^3}$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M \sin\theta}{r^3}$$

$$B_\phi = 0$$

Mines-Ponts Exercice 1 : Michelson en coin d'air

Un interféromètre de Michelson en configuration coin d'air (d'angle α) est éclairé par un doublet de longueurs d'onde $\lambda_1 = \lambda_0 - \Delta\lambda/2$ et $\lambda_2 = \lambda_0 + \Delta\lambda/2$ avec $\lambda_0 = 589,3\text{nm}$.

1) Exprimer l'ordre d'interférence en un point M pour λ_1 et décrire la figure d'interférences.

Toujours dans la même configuration, on suppose qu'il y a brouillage de la figure en un point A, on translate alors l'un des miroirs d'une longueur $d = 0,30\text{ mm}$ et il y a de nouveau brouillage en A.

2) Expliquer ce qu'il se passe.

4) Calculer $\Delta\lambda$.

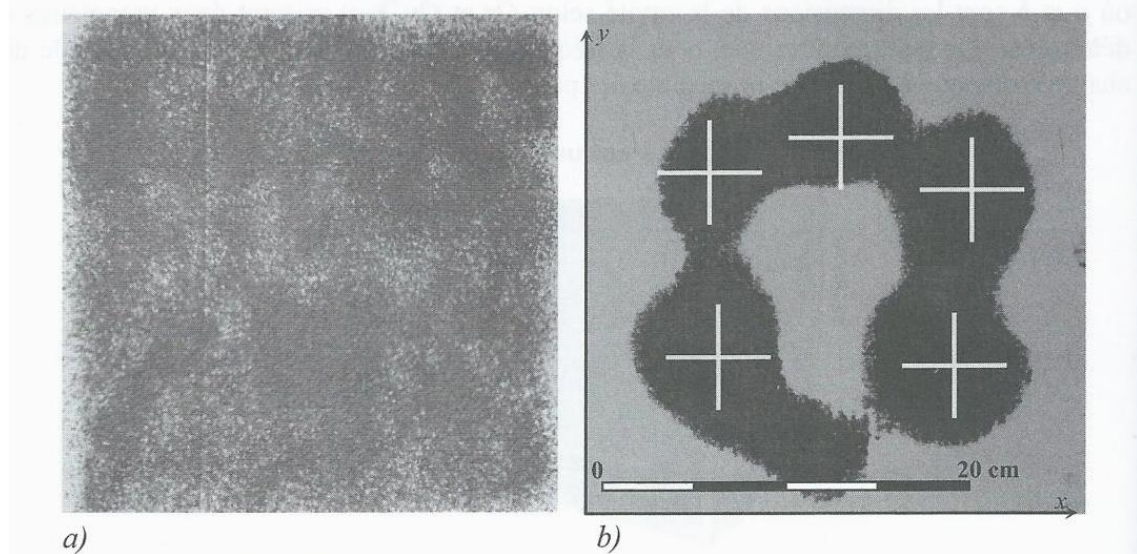
Exercice 2 (pas de préparation) - Four à micro-ondes

Un four à micro-ondes est une cavité parallélépipédique dans laquelle règne un champ électromagnétique créé par un magnétron.

La distribution de ce champ dans la cavité est inhomogène. Cet exercice se propose de réaliser une cartographie sommaire du champ en 2D au niveau du plateau.

Le « détecteur de champ » est constitué de fins copeaux de chocolat uniformément répartis sur la plaque inférieure le plateau tournant ayant été ôté :

- a) Le détecteur de champ électrique est réparti uniformément sur une plaque.
b) Après quelques secondes de cuisson, le chocolat a fondu par endroit... On a retiré le chocolat qui n'a pas été affecté par le champ et on a repéré la position des zones fondues.



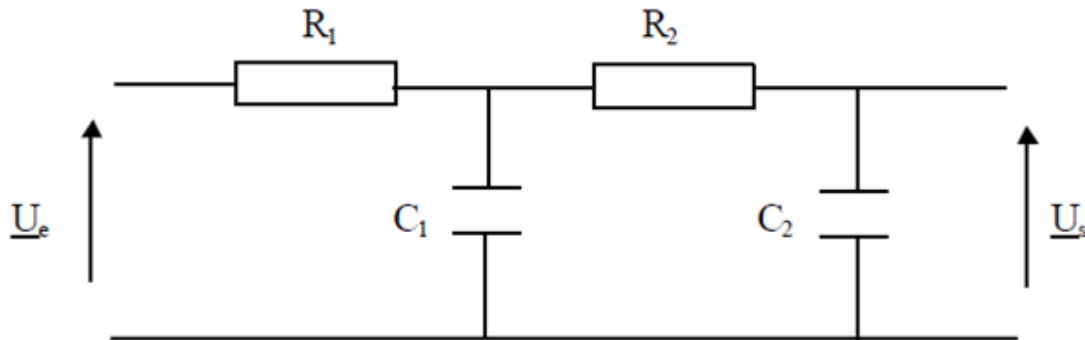
On cherche le champ sous la forme : $\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \cos(\omega t) \vec{e}_z$, où a et b sont respectivement la largeur et la profondeur de la plaque inférieure ; $a = b = 30\text{ cm}$.

- 1) Commenter la forme de ce champ et montrer que la continuité de la composante tangentielle du champ \vec{E} en $x = 0$ et a et $y = 0$ et b implique que n et m sont des entiers.
- 2) Quelle est l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le champ \vec{E} dans la cavité ?
- 3) Déterminer la relation que doivent satisfaire ω , n et m pour que \vec{E} soit solution de 2.
- 4) En utilisant le cliché b) et les résultats précédents, déterminer le couple (n, m) puis retrouver la fréquence du magnétron.
- 5) Quel est le constituant des aliments qui interagit avec le champ électrique ? Pourquoi a-t-on utilisé des copeaux de chocolat et non du chocolat en poudre ?
- 6) Quelles sont les pièces du four à micro-ondes qui permettent l'homogénéisation du champ et l'homogénéisation du chauffage des aliments ?
- 7) Justifier qualitativement le double intérêt de la grille placée sur la face intérieure de la porte du four à micro-ondes.

Mines-Ponts

Exercice (sans préparation) : Filtrage

On étudie le filtre ci-dessous :



Avec $R_1 = R_2 = R = 1 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = C_2 = C = 100 \text{ nF}$.

- 1) Exprimer sa fonction de transfert.
- 2) Quelle est la nature du filtre ? Exprimer sa pulsation propre et son facteur de qualité. Faire l'application numérique.
- 3) Tracer l'allure du signal de sortie pour un signal d'entrée créneaux d'amplitude crête à crête 1 V, de valeur moyenne nulle et pour plusieurs valeurs à préciser de la pulsation d'entrée.

Mines-Ponts

QC-Ex 1 : Entropie d'un gaz parfait

- 1) Démontrer que pour un gaz parfait, $S = C_v \ln(T) + nR \ln(V) + \text{cte}$ puis établir les lois de Laplace. Démontrer que pour une phase condensée $S = C \ln(T) + \text{cte}$.

- 2) Application 1 (à l'oral) :

On plonge un cube de masse 100g et de capacité thermique $C = 0,4 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ dont la température initiale est de 200°C dans un lac à 10°C . Calculer l'entropie créée.

- 3) Application 2 (à l'oral):

On place de l'air ($\gamma = 1,4$) dans un compartiment fermé par un piston mobile.

La situation initiale est représentée ci-contre.

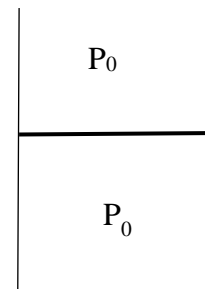
Les parois sont diathermanes. P_0 est la pression atmosphérique.

La surface du piston est de 100 cm^2 .

On rajoute très lentement 1 kg de sable sur le piston.

Calculer dans l'état d'équilibre final la pression dans le compartiment fermé et sa variation relative de volume.

Evaluer l'entropie créée et conclure.



Mines - Ponts

Ex 2 : Pendule sur un anneau

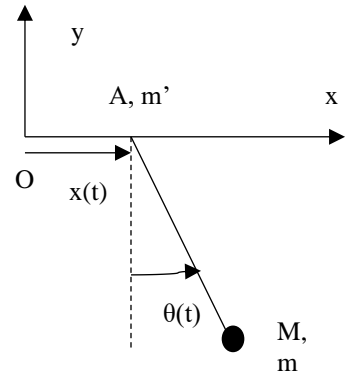
On fabrique un pendule simple en accrochant un point matériel M de masse m à un fil sans masse de longueur L que l'on attache à un anneau A, de masse m' , pouvant coulisser sans frottement le long de l'axe (Ox).

L'angle entre le fil et la verticale est repérée par l'angle $\theta(t)$.

La position du point A est repérée par $x(t)$.

A $t = 0$, le point A est immobile et on écarte la masse M d'un angle θ_0 .

A cet instant on lâche le système sans vitesse initiale.



- 1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par θ .
- 2) Exprimer $\theta(t)$ et $x(t)$ pour des oscillations de petite amplitude. Commenter.