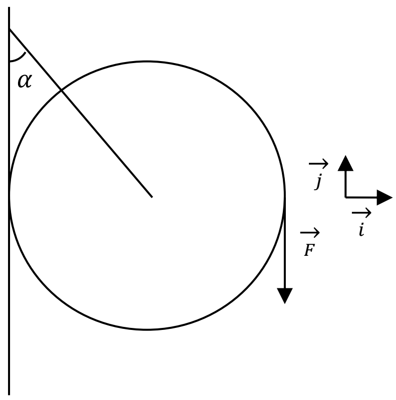
# Mines Télécom – Poulie contre un mur



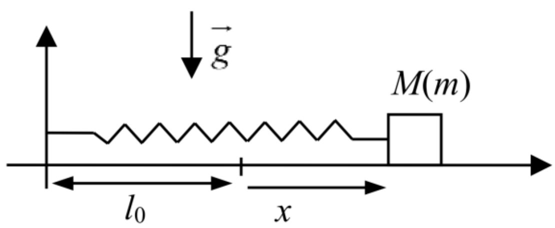

On considère un cylindre de rayon a et de masse M placé le long d'un mur, retenu par un fil qui forme un angle $\alpha$ avec le mur. Une force de norme F est appliquée au cylindre.

1) On considère l'équilibre du cylindre. Déterminer les composantes normales et tangentielles $\vec{N} et \vec{T}$ de la réaction du mur en fonction de M, g, F et $\alpha$.
2) Déterminer l'expression de $F_0$ la norme de la force minimale qu'il faut exercer pour que le cylindre glisse.
3) Montrer qu'il existe un coefficient de frottement f minimal tel que le cylindre ne puisse plus glisser.

# Mines-Télécom - Oscillations avec frottement solide

On considère un mobile M de masse m pouvant se déplacer selon l'axe Ox d'un support plan horizontal. Ce mobile est lié à un ressort horizontal de raideur k et de longueur à vide $l_0$ dont l'autre extrémité est fixée sur l'axe Oz. On note f le coefficient de frottement solide existant entre le mobile et le support. On repère la position du mobile par son abscisse x à partir de la longueur à vide du ressort.

A t=0, le mobile est écarté de sa position de repos d'une distance a (x(0) = a > 0) puis est lâché sans vitesse initiale.

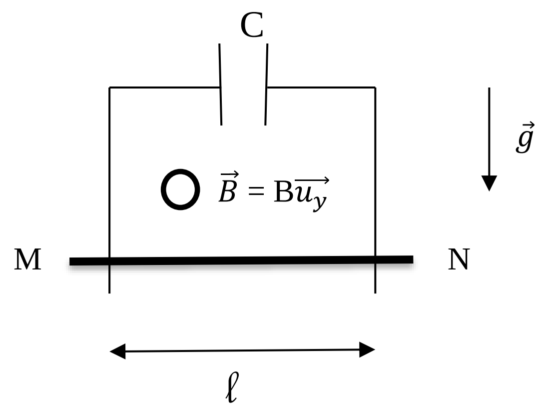



1) Etablir l'équation différentielle du mouvement du mobile.
2) La résoudre pour pour $a = \frac{9fmg}{k}$ en distinguant les phases du mouvement et représenter graphiquement x en fonction du temps.
   Déterminer où le mobile s'arrête et à quel instant.
3) Exprimer le travail de la force de frottement entre l'instant initial et l'instant final correspondant à l'arrêt du mobile.

# Mines Télécom – Rails de Laplace verticaux

La tige métallique MN peut coulisser sur deux rails métalliques verticaux. Le circuit est fermé par un condensateur de capacité C. La résistance du circuit est négligée.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ = B$\overrightarrow{u_y}$ horizontal.




1) Déterminer le sens du courant.

2) Exprimer l'accélération de la barre.

3) Faire l'application numérique pour :

B = 0,5 T , g = 9; 8m.s$^{-2}$ , l = 1m , C = 103 µF , m = 10 g.

4) En déduire le mouvement de la barre.

# Mines-Télécom - Volant d'inertie

On considère une machine qui tourne autour de son axe de révolution à la vitesse angulaire ω(t), avec un moment d'inertie J. Elle est soumise à un couple moteur $\overrightarrow{\Gamma_o}$ et à un couple de frottements fluides $-h\vec{\omega}$. A l'instant t=0, le système est immobile.

1) Déterminer l'évolution de ω en fonction du temps. En particulier déterminer le temps caractéristique τ de l'évolution du système et la valeur limite ωo de ω.

2) Il y a des vibrations : le couple $\overrightarrow{\Gamma_0}$ est remplacé par $\vec{\Gamma}$(t)=$\overrightarrow{\Gamma o}$(1+mcos(Ωt)) avec m<<1. On note ω(t)=ωo(1+ϵ(t)).
   a) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par ϵ(t).
   b) Justifier qu'on atteint, après un certain temps, un régime permanent et qu'on peut mettre ϵ(t) sous la forme ϵ(t)=γcos(Ωt−ϕ). Déterminer γ et ϕ en fonction de m, τ et Ω.

3) Discuter l'intérêt d'ajouter un volant d'inertie à ce système.

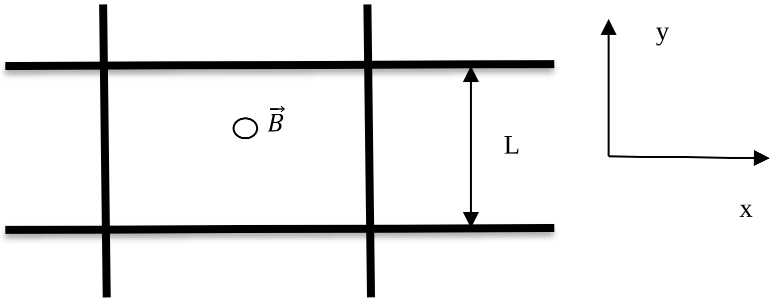
*Dialogue avec l'examinateur sur le sens physique du moment d'inertie. Exemple du patineur artistique en rotation qui colle ses bras au corps. Exemple concret d'un objet du quotidien utilisé pour son grand moment d'inertie ?*

## Mines-Télécom - Chariot et looping

On lâche un chariot de parc d'attraction sans vitesse initiale sur une rampe de hauteur h qui se termine par un looping circulaire de rayon R.
Quelle est la valeur minimale de h pour que le chariot finisse le looping ?

# Mines-Télécom – Rail de Laplace double

Deux barres métalliques parallèles de masse m sont posées sur les rails métalliques parallèles horizontaux. Elles sont placées dans un champ magnétique $\vec{B} = B\overrightarrow{e_z}$
Elles peuvent glisser sans frottement sur les rails.
La barre 1 de déplace à la vitesse $\overrightarrow{V_1} = V.\cos(\omega t)\overrightarrow{e_x}$.




(1) (2)

1) Etudier la vitesse de la barre 2.
2) Par un bilan de puissance, expliquer ce que devient la puissance fournie par l'opérateur qui déplace la barre 1.

# Mines-Télécom - Centrale nucléaire

Dans une centrale nucléaire le combustible, du MOX (contenant de l'uranium et du plotonium), forme des crayons cylindriques dans une gaine métallique en alliage de zirconium. Cette gaine métallique a une excellente conductivité thermique. Le barreau cylindrique de MOX a un rayon R = 10 mm. En son sein, la réaction nucléaire dégage une puissance thermique volumique p = 200 $MW.m^{-3}$.
La conductivité thermique du MOX est $\lambda = 3{,}0\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

1) Donner les caractéristiques du vecteur densité de flux thermique $\overrightarrow{j_Q}$ (expression, unité, schéma). Puis établir en régime permanent l'expression de la température en fonction de la distance à l'axe r.
2) A la périphérie du barreau, la température a pour valeur $T_0$ = 300°C. Que vaut $T_{max}$ ?
3) Sachant que la température de fusion du MOX est $T_f$ = 2627 °C, déterminer le rayon maximal du barreau.

# Mines-Télécom - Volume immergé d'un iceberg

Déterminer le pourcentage en volume immergé d'un iceberg.

Si l'iceberg fond totalement, de combien le niveau de la mer s'élève-t-il ?

On donne la masse volumique de la glace : 900 $kg.m^{-3}$.

# Mines-Télécom - Composition de l'atmosphère

Une molécule peut s'échapper de l'atmosphère si sa vitesse quadratique moyenne est égale au dixième de sa vitesse de libération (deuxième vitesse cosmique).
En déduire une évaluation de la composition de l'atmosphère.
Données : $R_T$ = 6400 km, R = 8,31 $J.K^{-1}.mol^{-1}$, G = $6,67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$, $M_T = 5,97.10^{24}$ kg.
M(H) = 1 $g.mol^{-1}$, M(O) = 16 $g.mol^{-1}$, M(N) = 14 $g.mol^{-1}$, M(He) = 4 $g.mol^{-1}$

# Mines-Télécom - Le trioxyde de tungstène

Le trioxyde de tungstène $WO_3$ solide présente une structure cubique où les ions tungstène $W^{6+}$ sont placés sur les sommets du cube et les ions oxyde $O^{2-}$ sur les milieux des arêtes. On appelle a le paramètre de maille.

1) a) Dessiner la maille et vérifier la stœchiométrie du trioxyde de tungstène.
   b) On admet une tangence anion-cation. Calculer la compacité de la maille. Commenter.

2) a) Un cation $M^+$ peut se placer sur les centres des faces du cube, ou bien au centre du cube. Quel est le rayon maximal que peut prendre $M^+$ dans chaque cas sans modifier la structure de la maille ?

   b) On observe expérimentalement que les cations $M^+$ avec M = H, Li, Na, K peuvent s'insérer dans le cristal et qu'ils s'insèrent tous dans le même type de site. En déduire le type de site occupé.

Données : Rayons ioniques (pm) : $H^+$ : $10^{-2}$ ; $Li^+$ : 78 ; $Na^+$ : 98 ; $K^+$ : 133 ; $O^{2-}$ : 132 ; $W^{6+}$ : 62.

# Mines Télécom - Chute d'un arbre

On étudie la chute d'un arbre de hauteur L et de masse m. L'arbre est scié à sa base à l'instant t=0 alors qu'il forme un angle $\theta_0$ avec la verticale (Il tombe donc à partir de cet instant avec une vitesse initiale nulle). Son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation vaut $I = \frac{1}{3}mL^2$.

1) Déterminer l'équation différentielle du mouvement de l'arbre.

2) Montrer qu'à l'angle θ, la vitesse angulaire vaut : $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g}{L}(\cos(\theta_0) - \cos(\theta)}$

   En déduire que cette relation peut s'écrire sous la forme : $\frac{d\theta}{\sqrt{(\cos(\theta_0) - \cos(\theta)}} = \sqrt{\frac{3g}{L}}dt$

3) En déduire le temps final de la chute de l'arbre. Proposer une application numérique.

On donne : $\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{(\cos(\theta_0) - \cos(\theta)}} = 5,1$

# Mines-Télécom - Distance minimale d'approche

On s'intéresse à la collision frontale entre une particule $\alpha$ (de masse m et de charge 2e) et un noyau au repos de charge Ze. La particule alpha est lancée depuis l'infini avec une vitesse $v_0$ sur un axe (Ox) dont l'origine O est le centre du noyau.

Déterminer l'expression de la distance minimale d'approche d de la particule au noyau.

Faire une application numérique dans le cas de l'expérience de Rutherford :
L'énergie cinétique initiale de la particule alpha est E = 5 MeV,
Le numéro atomique du noyau est $Z_{Au} = 79$,
Charge d'un électron $e = 1{,}6.10^{-19}$ C
$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 uSI$$
Commenter le résultat.

# Mines Télécom - Satellite

On veut faire passer un satellite d'une orbite basse de rayon $R_1 = 6900$ km à une orbite haute de rayon $R_2 = 42400$ km. Pour cela on utilise une orbite de transfert appelée ellipse de Hohmann.

1) Exprimer la vitesse $v_1$ du satellite sur l'orbite basse.
2) Exprimer l'énergie mécanique $E_2$ du satellite sur l'orbite de transfert.
3) Exprimer l'énergie mécanique $E_3$ du satellite sur l'orbite haute.
   Exprimer $\Delta v_A$ la différence de vitesse du satellite au point A où il quitte l'orbite basse pour l'ellipse de transfert et préciser son signe.

**Mines-Télécom - Mammifère marin**

On considère un mammifère, assimilable à une boule de rayon a (a = 25cm), qui dégage une quantité p de chaleur par unité de volume et de temps.

Il est plongé dans un fluide (air ou eau) de température To = 5°C loin de l'animal. On se place en régime stationnaire.

1) Faire un bilan thermique dans le fluide entre deux sphères de rayons proches et de centre O, le centre de l'animal.

2) Faire un bilan thermique pour l'animal. En déduire en fonction de $\lambda$, a, To, et p, la température de surface $T_S$ de l'animal.

3) Que doit valoir p pour maintenir $T_S = 30$°C ? Faire l'application numérique dans l'air ou dans l'eau. Pourquoi n'existe-t-il pas de petits mammifères marins ?

4) Critiquer le modèle.

Données : Gradient en coordonnées sphériques : $\vec{grad}(V) = \left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial V}{\partial r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} \\ \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial V}{\partial \varphi} \end{array} \right.$

Conductivité thermique de l'eau : $\lambda = 0{,}6$ W.K$^{-1}$ .m$^{-1}$

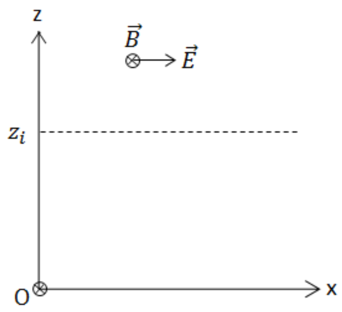
Conductivité thermique de l'air : $\lambda = 24.10^{-3}$ W.K$^{-1}$ .m$^{-1}$

# Mines-Télécom – Boule radioactive

On considère une boule radioactive de rayon a, de conductivité thermique $\lambda_1$, plongée dans un grand volume de liquide de conductivité thermique $\lambda_2$. La boule dégage une puissance volumique p supposée uniforme sur toute la boule. Très loin dans le liquide la température est $T_0$. On se place ne régime stationnaire et on néglige les échanges par conduction.

Déterminer la température au centre de la boule.

# Mines-Télécom – Ondes électromagnétiques dans l'ionosphère




Les systèmes de GPS fonctionnent en transmettant des ondes électromagnétiques vers la Terre. On considère que celles-ci se propagent dans le vide jusqu'à l'altitude $z_i$. A partir de cette altitude, l'onde entre dans l'ionosphère. On assimile cette dernière à un plasma, constitué d'électrons, de charge -e et de masse $m_e$, et d'ions positifs de charge +e et de masse $M_i$. On note n le nombre d'électrons par unité de volume.

On donne $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \overrightarrow{u_x}$ et $\vec{B} = B_0 e^{i(\omega t - kz)} \overrightarrow{u_y}$

Donnée : $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{a})\right) = \overrightarrow{grad}\left(div(\vec{a})\right) - \vec{\Delta}\vec{a}$

1) Donner l'expression de la force de Lorentz s'exerçant sur les particules. A quelle condition peut-on négliger sa composante magnétique ? En supposant cette condition validée, exprimer la vitesse des charges. Calculer la densité de courant $\vec{j}$ dans le plasma et en simplifier l'expression, en tenant compte de la relation $m_e \ll M_i$.

2) Ecrire les équations de Maxwell dans le plasma. En déduire une équation aux différentielles vérifiée par $\vec{E}$. En déduire l'expression de la constante de propagation k, en faisant apparaître une pulsation de plasma $\omega_{plasma}$. Démontrer que le plasma se comporte comme un filtre passe-haut et en déterminer la fréquence de coupure $f_c$. Calculer numériquement l'ordre de grandeur de cette fréquence de coupure.

3) Déterminer, lorsqu'il y a propagation de l'onde, l'expression de la vitesse de phase $v_\phi$ et de la vitesse de groupe $v_g$. Le plasma est-il un milieu dispersif ? Donner un ordre de grandeur des fréquences utilisées dans les communications par satellites.

Valeurs numériques fournies :

$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ uSI ;

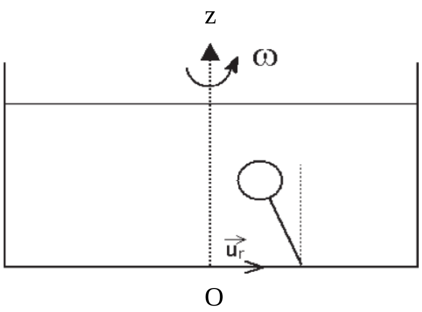
$m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ;

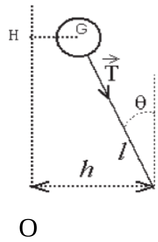
$e = 1{,}6.10^{-19}$ C ;

Densité électronique moyenne de l'ionosphère $n = 10^{-11}$ électrons par $m^3$

# Mines-Télécom - Archimède m'a trompé

Une cuve cylindrique contenant de l'eau est mise en rotation avec une vitesse angulaire de rotation constante autour de son axe de symétrie (Oz).
Un fil inextensible de longueur l, de masse négligeable est accroché au fond de la cuve à une distance h du centre. Au bout de ce fil est attachée une balle de ping-pong.
Trouver une relation entre l'angle de déviation θ du fil, ω, g, h et l.




# Mines-Télécom - Filtrage d'un signal redressé

A l'aide d'un GBF et d'un redresseur bi-alternance, on génère le signal $e(t)$ = E.|sin(ωt)|.
On donne sa décomposition en séries de Fourier :

$$e(t) = \frac{4E}{\pi}\left[\frac{1}{2} + \sum_{p=1}^{+\propto} \frac{\cos(2p\omega t)}{4p^2 - 1}\right]$$

1) Tracer le spectre de e(t).

Ce signal est filtré par un filtre de fonction de transfert $\underline{H} = \frac{1}{1+5i\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$.

2) Tracer le diagramme de Bode de ce filtre.
3) Comment faut-il choisir la pulsation $\omega_0$ pour que le filtre laisse passer la pulsation 4ω ?
4) Pourquoi le résultat n'est-il pas celui attendu ?